

BIBLIOTEKA
PW
SP
ERAKOW

34.748

Berkman
Początki

YCZNO-FIZYCZNA,

AKCJA

CKIEGO

OSÓB, PRACUJĄCYCH
SZEPA MIANOWSKIEGO.

SERYJA I.

TOM I.

POCZĄTKI ARYTMETYKI

NAPISAL

MICHAŁ BERKMAN.



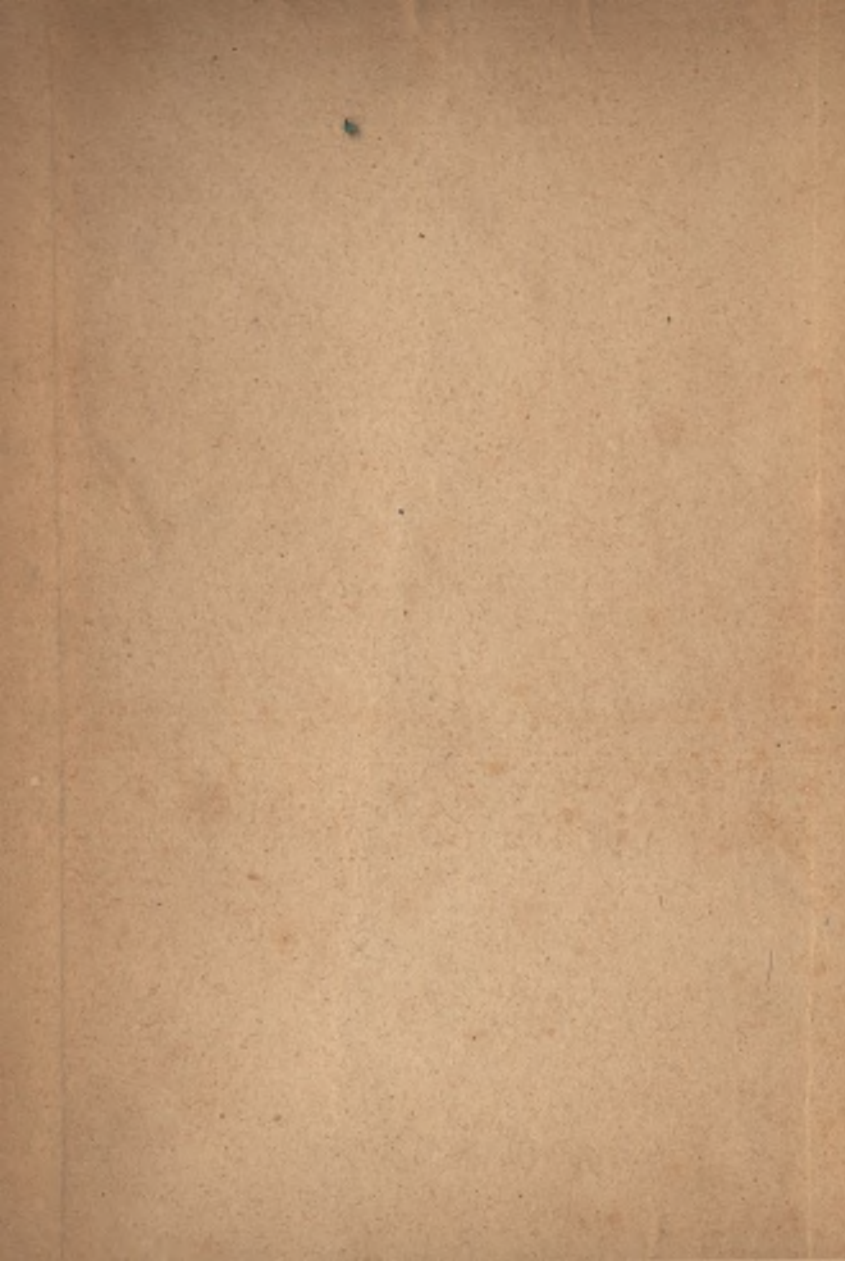
WARSZAWA.

SKŁAD GŁÓWNY W KSIĘGARNI E. WENDIGO I SP.

1884.

CENA KOP. 65.





BIBLIJOTEKA MATEMATYCZNO-FIZYCZNA.

POCZĄTKI ARYTMETYKI.

PLAN BIBLIJOTEKI MATEMATYCZNO-FIZYCZNEJ.

SERYJA PIĘRWSZA (12-mo).

- Tom I. Początki arytmetyki M. BERKMANA. Str. X+266; z drzeworytami w tekście. W oprawie kop. 65.
 Tom II. Wiadomości początkowe z fizyki S. KRAMSZTYKA. Książeczka I. Str. X+77; drzew. 47. W oprawie kop. 30.
 Tom III. Toż. Książeczka II. Str. VIII+132. Drzew. 56. W oprawie kop. 45.
 Tom IV. Wiadomości początkowe z geografii fizycznej i meteorologii A. W. WITKOWSKIEGO. *Wkrótce wyjdzie z druku.*
 Tom V. O najprostszych figurach geometrycznych M. BERKMANA. *W. w. z d.*

SERYJA DRUGA (12-mo).

- Tom I. Arytmetyka M. BERKMANA. *W. w. z d.*
 Tom II. Geometria elementarna w wykładzie przystępnym.
 Tom III. Krótki wykład początków algebry.
 Tom IV. Przystępny wykład fizyki.
 Tom V. Kosmografia i geografia fizyczna z meteorologią.
 Tom VI. Nauka rysunków technicznych.

SERYJA TRZECIA (8-vo).

- Tom I. Arytmetyka, kurs teoretyczny M. A. BARANIECKIEGO. Str. przeszło 390, z drzeworytami w tekście. Rubel 1 kop. 60.
 Tom II. Zadania arytmetyczne. *W. w. z d.*
 Tom III. Algebra elementarna i Teoria przybliżeń liczebnych.
 Tom IV. Geometria elementarna.
 Tom V. Krótki wykład syntetyczny elementarnych własności przecięć stożkowych.
 Tom VI. Trygonometria płaska i kulista.
 Tom VII. Miernictwo.
 Tom VIII. Fizyka.
 Tom XI. Kosmografia i geografia fizyczna z meteorologią J. JĘDRZEJEWICZA. *W. w. z d.*
 Tom X. Geometria wykresna.
 Tom XI. Mechanika elementarna.

SERYJA CZWARTA (8-vo Lex.).

- Tom I. Wstęp do analizy M. A. BARANIECKIEGO. *W. w. z d.*
 Tom II. Rozwiązywanie równań liczebnych J. SOCHOCKIEGO. *W. w. z d.*
 Tom III. Teoria równań algebraicznych.
 Tom IV. Geometria analityczna W. ZAJĄCZKOWSKIEGO. Str. przeszło 540; drzew. 85. Rubli 3.
 Tom V. Geometria syntetyczna.
 Tom VI. Rachunek różniczkowy i całkowy.
 Tom VII. Ćwiczenia z rachunku różniczkowego i całkowego.
 Tom VIII. Rachunek wariacyjny.
 Tom IX. Rachunek prawdopodobieństwa i Metoda najmniejszych kwadratów.
 Tom X. Zasady mechaniki teoretycznej.
 Tom XI. Rachunki wykresne.

TOM DODATKOWY «BIBLIJOTEKI». Słownik matematyczno-fizyczny

BIBLIJOTEKA MATEMATYCZNO-FIZYCZNA,

WYDAWANA POD REDAKCYJĄ

M. A. BARANIECKIEGO

Z ZAPOMOGI KASY POMOCY DLA OSÓB, PRACUJĄCYCH
NA POLU NAUKOWYM, IMIENIA JÓZEFA MIANOWSKIEGO.

SERYJA I.

TOM I.

POCZĄTKI ARYTMETYKI.

NAPISAŁ

MICHAŁ BERKMAN,

NAUCZYCIEL SZKOŁY TECHNICZNEJ DRÓG ŻELAZNYCH WAR.-WIED. I WAR.-BYDG.
W WARSZAWIE.



WARSZAWA.

W Drukarni Noskowskiego,

1884.



34.748

Дозволено Цензурою.
Варшава 1 Декабря 1883 г.

Zarody metody poglądowej oraz światłe wskazówki co do przeprowadzenia jej w początkowej nauce rachunków są złożone w wywołanych przez Komisję Edukacyjną pracach: «*Arytmetyka dla szkół narodowych*» Lhuillier'go (r. 1780) i «*Nauka rachunków*» (ks. Gawrońskiego), stanowiąca oddział czwarty znakomicie obmyślanego *Elementarza dla szkół parafijalnych narodowych* (r. 1785). Mimo uwzględniania częściowego w niektórych późniejszych naszych podręcznikach wyników rozbudzonego już w wieku bieżącym na zachodzie metodycznego uczenia początków arytmetyki, literatura nasza nie posiadała dotąd pracy, któraby przeprowadzała je systematycznie, a nie była naśladownictwem opracowań niemieckich, z powodu swój zbytnej pedantyczności jednostronnej nie nadających się dla naszych dzieci.—

Zakres liczb rozważanych w tej książce nie przechodzi 10000. Błędnie bowiem wielu dotąd u nas mniema, że dziecko «dobrze rachuje», gdy mechanicznie wykonywa działania na wielkich liczbach. Nie o to idzie. Potrzeba, aby dziecko ustawicznie objaśniało każdy krok w rachunku, a to możliwe przedewszystkiem tylko wtedy, kiedy ono pojmuje wielkość liczby, z którą ma do czynienia. — Trafne nauczanie początków arytmetyki nie jest rzeczą łatwą. Należy cierpliwie i bardzo uważnie zacząć od utrwalenia w umyśle dzieci pojęcia o najprostszych liczbach i odpowiednich wyrażeniach, a następnie powoli dążyć do liczb większych, wybierając z nich początkowo liczby okrągłe i liczby dające się dogodnie dzielić na części równe, utrzymywać przez zręcznie urozmaicone powtarzanie już nabyte przez dzieci wiadomości, a baczyc wciaż na to, aby przy pomocy przedstawień poglądowych, a później jedno-

stek, danych w zadaniu, wyrabiało się w ich umyśle pojęcie o liczbie, niezależne od piśmiennego przedstawienia jój zapomocą cyfr. Nadto należy szczególnie zważać odrazu na niejednakowy charakter liczb, wchodzących do mnożenia lub dzielenia, na co w téj książce we właściwych miejscach zrobiono odpowiedni nacisk. — Okręślenia działań mają tu drugorzędne znaczenie: uczący, biorąc je za przedmiot swych pogadanek z uczniami, mieć powinien tylko na myśli przygotowanie mimochodem podstawy do nauki dalszej.

Dalszą zaś naukę arytmetyki, wrazie gdy dziecko otrzymuje systematyczne wychowanie średnie ogólne, przygotowujący je do wyższych studiów specjalnych, prowadzić należy kierując się kursem arytmetyki seryi III «Bibl. mat.-fiz.»; we wszystkich zaś innych przypadkach według arytmetyki seryi II. —

Do tego tomu miał być dołączony dodatek, obejmujący wiadomości o najprostszych figurach geometrycznych. Wobec jednak rozmiarów, jakie w druku dziełko to przybrało, owe wiadomości ogłoszone zostaną jako osobny tom V seryi I «Bibl. mat.-fiz.», a będą mogły być przedmiotem nauki dla tych dzieci, które już przyswoiły sobie treść pierwszych pięciu rozdziałów «Początków arytmetyki».

9 grudnia r. 1883.

Red.

S P I S R Z E C Z Y.

	<i>str.</i>
PRZEDMOWA AUTORA	IX
Rozdział I. Liczby od 1 do 9. (§§ 1—49)	1
Rozdział II. Cyfry i znaki. (§§ 50—57)	52
Rozdział III. Liczba 10 i dziesiątki od 10 — 90. (§§ 58—66).	65
Rozdział IV. Liczby pośrednie między liczbami 10 i 20. Liczba 20. (§§ 67—74).	86
Rozdział V. Liczby pośrednie między dziesiątkami. Liczba 100. Cztery działania. (§§ 75—98) . . .	110
(§§ 77—84.) Dodawanie	110
(§§ 85—89.) Odejmowanie.	115
(§§ 90—93.) Mnożenie	130
(§§ 94—98.) Dzielenie	141
Rozdział VI. Liczby od 100 do 10000. Cztery działa- nia na tych liczbach. (§§ 99—126).	172
(§§ 104—106.) Dodawanie.	187
(§§ 107—113.) Odejmowanie.	198
(§§ 114—120.) Mnożenie	218
(§§ 121—125.) Dzielenie	240
(§ 126.) Używanie nawiasów	261

OMYŁKI DRUKU.

<i>Str.</i>	<i>3 wiersz</i>	<i>12 od góry</i>	<i>zamiast za,</i>	<i>powinno być za-</i>
„ 76	„ 5	„ „	kropka	„ ramka
„ 95	„ 10	„ „	po 3	„ po 4
„ 173	„ 2	„ „	1000	„ 10000
„ 202	„ 14	„ „	3-ch	„ 3-ch (t. j. nie od 3-ch.)

P R Z E D M O W A.

Książka ta, jak sam jej tytuł wskazuje, ma służyć za podręcznik przy udzielaniu dzieciom najpierwszych wiadomości z nauki rachunków. Cel ten usprawiedliwia metodę wykładu, która tu jest przeprowadzona w pogadankach nauczyciela z uczniami. Wprowadzając wszakże wzory takich pogadanek, nie miałem wcale na myśli krępować swobody w nauczaniu; wystarczy, gdy nauczyciel, wniknąwszy w ich treść, w taki sposób pokieruje myśleniem ucznia, żeby wydobyl z niego te wszystkie pojęcia, o które chodzi w odpowiednim ustępie. Zostawmy uczniowi swobodę w odpowiedzi na zadane pytanie; jeżeli w tej odpowiedzi nie dostrzeżemy tego, co pragniemy od ucznia usłyszeć, przez stosowne nowe pytania zniewolimy go do sformułowania odpowiedzi w myśl naszą. Głównym bowiem celem w nauczaniu początków arytmetyki jest pobudzanie do ścisłego myślenia. Uczeń, który od najpierwszych elementów nauki matematyki przywykł wszystko sobie tłumaczyć i rozumieć, posiada podstawę do łatwego pojmovania dalszych jej części i odnieście właściwą korzyść z ich wykładu. Najczęściej wyrażenie: «niema zdolności do matematyki» jest synonimem tego, że przy początkach tej nauki umysł dziecka był źle kierowany; nie rozwijano w nim bowiem myślenia, lecz obarczano go jedynie nabywaniem mechanicznej wprawy w rachowaniu, lub pamiętaniem prawideł, bez należytego ich objaśnienia.

Tym, którzy będą mieli zamiar uczyć początków rachunków według tej książki, radziłbym, żeby przed rozpoczęciem wykładu zechcieli ją całą przeczytać. Wtedy, objąwszy już całość przeprowadzić się mającej nauki, będą mogli zrozumieć, co pragnąłem osiągnąć w oddzielnych ustępach, a tymsamym wtedy tylko nauczanie według tej książki przynieść będzie mogło ten pożytek, jaki, pisząc ją, miałem na myśli.

Wskutek rozpowszechnionego dziś stosowania metody poglądowej do nauczania początkowego, i nauka rachunków posiadała rozmaite środki, uzmysławiające jej wykład. Długoletnie doświadczenie przekonało mnie, że z tych środków najpraktyczniejszy jest ten, w którym sami uczniowie jaknajczynniejszy biorą udział. Dlatego lepiej, gdy sami kręślą umówione znaki (kropki, ramki i t. p.), jako wizerunki liczb, niż gdy w tym celu układają sześcianiki, ziarnka zboża i t. d. Na te ostatnie patrzę bowiem, jako na zabawki, które je prędko zajmować przestają, gdy tymczasem kręślenie owych znaków czyto na tablicy, czytóż w kajetach, bardzo je zajmuje i więcej rozbudza ich uwagę. Ma ono nadto tę wyższość, że ślad roboty pozostaje i że ono łatwiej prowadzi do pojęcia liczby oderwanój.

W końcu uważam sobie za miły obowiązek złożyć podziękowanie Redaktorowi Biblijoteki matematyczno-fizycznój, p. M. A. Baranieckiemu, za łaskawie udzielane mi niektóre wskazówki, wynikające z obmyślanego przezeń planu szczegółowego całego tego wydawnictwa, z których korzystałem nie omieszkalem.

POCZĄTKI ARYTMETYKI.

ROZDZIAŁ I.

LICZBY OD 1 DO 9.

§ 1. WIELE I JEDEN.

Nauczyciel stawia na stole kałamarz z atramentem i zapytuje uczniów:

N. Co widzicie na stole?

U. Widzimy na stole kałamarz z atramentem.

Nauczyciel zanurza w atramencie koniec białego patyczka, wyjmuje go i zapytuje:

N. Co widzicie na końcu patyczka?

U. Widzimy na końcu patyczka kroplę atramentu.

N. Skąd wziąłem tę kroplę atramentu?

U. Tę kroplę atramentu pan wziął z kałamarza.

Nauczyciel kilkakrotnie powtarza tę czynność, wycierając starannie patyczek za każdym razem i wreszcie oświadcza uczniom, że musiałyby długo to robić, aby wszystkie krople atramentu wybrać z kałamarza. Stąd uczniowie, przy pomocy nauczyciela, dochodzą do następującego wniosku:

U. W kałamarzu jest wiele kropel atramentu.

Nauczyciel zapomocą patyczka spuszcza jedną kroplę atramentu na papier, który pokazuje uczniom, zapytując:

N. Co widzicie na papierze?

U. Widzimy na papierze jedną kroplę atramentu.

N. Powiedzcie teraz sami: co jest w kałamarzu, a co jest na papierze?

U. W kałamarzu jest wiele kropel atramentu, a na papierze jest jedna kropla atramentu.

Nauczyciel powtarza kilkakrotnie podobną z uczniami pogadankę, obierając za jej przedmiot, zamiast kałamarza z atramentem: szklankę napelnioną ziarnami grochu, spodek z orzechami, koszyk z jabłkami i t. d.

§ 2. DUŻO, MNÓSTWO I T. D. I JEDEN.

Wyraz wiele należy niekiedy w pogadankach zastępować wyrazami innymi, mającymi podobne znaczenie, na przykład: dużo, mnóstwo, mnogość, moc, siła, masa i t. d.

N. Na jabłoni jest mnóstwo jabłek; ogrodnik zerwał jedno jabłko i dał je Stasiowi. Co więc jest na jabłoni, a co ogrodnik dał Stasiowi?

U. Na jabłoni jest mnóstwo jabłek. Ognodnik dał Stasiowi jedno jabłko.

N. Kazio miał w sakiewce dużo groszy; spotkał ubogiego i dał mu jeden grosz. Co Kazio miał w sakiewce i co dał ubogiemu?

U. Kazio miał w sakiewce dużo groszy; Kazio dał ubogiemu jeden grosz.

N. W szkole jest wielu uczniów; Adaś jest jednym uczniem téj szkoły...

W Warszawie jest mnóstwo domów; szkoła mieści się w jednym z tych domów. W kraju naszym jest dużo miast; Warszawa jest jednym z tych miast.

Każdy z tych przykładów uczniowie powtarzają, odpowiadając na pytania, zadawane przez nauczyciela.

Następujące przykłady mogą podać materyjał do pogadanek o liczbie jeden.

Każdy z was ma: jedną głowę, jeden nos, jeden język, jedną szyję.

W klasie jest: jeden sufit, jedna podłoga, jeden piec, jedna tablica.

Rozmawia teraz z wami jeden nauczyciel.

Deklamuje bajeczkę jeden uczeń.

We dnie przyświeca jedno słońce, w nocy jeden księżyc. Bóg jest jeden.

Wyrazy: pan, łan, gaj, koń, kot, pies, wilk, lew, koszpak, dom, płot, len, groch i t. d., są jednozgłoskowe.

§ 3. D w A.

• • Nauczyciel kręśli na tablicy jedną kropkę i za-
pytuje: co jest na tablicy? U. Na tablicy
jest jedna kropka.

Nauczyciel kręśli obok jeszcze jedną kropkę i zapy-
tuje: co teraz jest na tablicy? U. Jedna kropka i je-
dna kropka.

N. Zamiast: jedna kropka i jedna kropka, kró-
cej się mówi: dwie kropki. Powiedzcie teraz krócej-
co jest na tablicy? U. Dwie kropki.

+ + Nauczyciel kręśli na tablicy dwa krzyżyki i za-
pytuje: co jest na tablicy? U. Jeden krzy-
żyk i jeden krzyżyk. N. Powiedzcie krócej, co jest
na tablicy? U. Dwa krzyżyki.

○ ○ Nauczyciel kręśli na tablicy dwa kółka i zapy-
tuje: co jest na tablicy? U. Jedno kółko
i jedno kółko. N. Powiedzcie krócej, co jest na ta-
blicy? U. Dwa kółka.

N. Handlarz owoców ma w koszu dużo poma-
rańcz; sprzedał: Stasiowi jedną pomarańczę (mówiąc to
nauczyciel kręśli na tablicy kropkę) i Stefciovi
• • jedną pomarańczę (kręśli z prawej strony dru-

gą kropkę). Co handlarz sprzedał? U. Handlarz sprzedał jedną pomarańczę i jedną pomarańczę. N. Powiedzcie krócej, co handlarz sprzedał? U. Handlarz sprzedał dwie pomarańcze.

N. Franuś dostał od ojca jedno jabłko i od matki jedno jabłko (nauczyciel kręśli na tablicy kropkę, mówiąc: ta kropka oznacza jabłko dane Franusiowi przez ojca; obok kręśli drugą kropkę i dodaje: a ta kropka oznacza jabłko, dane Franusiowi przez matkę). Co Franuś dostał? U. Dostał jedno jabłko i jedno jabłko. N. Powiedzcie krócej, co Franuś dostał? U. Franuś dostał dwa jabłka.

N. Staś wypił jedną szklankę mleka i brat jego Wicusz wypił także jedną szklankę mleka. Powiedzcież krótko, co wypili obaj bracia? U. Bracia wypili dwie szklanki mleka.

N. Każdy z was ma: dwie ręce, dwie nogi, dwa policzki, dwie wargi, dwoje oczu, dwoje uszu.

Ptak ma: dwa skrzydła, dwie nogi. Rzeka ma dwa brzegi. Kij ma dwa końce. Surdut ma dwie poły. Zegar ma dwie wskazówki. Łokieć ma dwie stopy. (Przy tym przykładzie należy pokazać uczniom stopę nowopolską, naturalnej wielkości). Kopiejka ma dwa grosze i t. d.

Wyrazy: oko, ucho, ręka, noga, głowa, Polska, Litwa, Wołyń, Wisła, Niemen, Kraków, Wilno, Lublin, Poznań, Piotrków i t. d. mają po dwie zgłoski.

§ 4. DWA RAZY JEDEN.

N. Uderzcie ręką o ławkę jeden raz i powiedzcie: raz.

Uczniowie uderzają i mówią: raz.

N. Uderzcie ręką o ławkę jeszcze jeden raz.

Uczniowie znowu uderzają i mówią: raz.

N. Coście zrobili? U. Uderzyliśmy ręką o ławkę jeden raz i jeszcze jeden raz.

N. Powiedzcie krócej, coście zrobili? U. Uderzyliśmy ręką o ławkę dwa razy.

N. Narysujcie na swoich tabliczkach kropkę jeden raz.

Uczniowie rysują kropkę.

N. Obok narysujcie kropkę jeszcze jeden raz. Coście narysowali? U. Narysowaliśmy kropkę jeden raz i jeszcze jeden raz. N. Powiedzcie krócej, coście narysowali? U. Narysowaliśmy dwa razy jedną kropkę. N. Co macie na tabliczkach? U. Na tabliczkach mamy dwie kropki. N. Widzicie, że jeżeli na tabliczce narysujecie dwa razy po jednej kropce, to będziecie mieli dwie kropki. Krócej: dwa razy jedna kropka to: dwie kropki. Albo: dwie kropki jest to samo, co dwa razy jedna kropka.

§ 5. PIÉRWSZY, DRUGI.

• • Nauczyciel kręśli na tablicy dwie kropki, przywołuje do tablicy jednego ucznia i każe mu palcem pokazywać pokolei każdą kropkę, poczynając od strony lewój.

N. Ta kropka, którąś naprzód pokazał, nazywa się pierwszą, a ta, którąś później pokazał, nazywa się drugą.

N. Czy można pokazywać te kropki, poczynając od strony prawej? U. Można.

N. Pokaż, poczynając od strony prawej, pierwszą i drugą kropkę. Uczeń pokazuje.

N. Widzicie, że pierwsza kropka z prawej strony jest drugą kropką ze strony lewój; druga z prawej strony jest pierwszą ze strony lewój.

N. Powiedz pierwszą zgłoskę wyrazów: ryba, krowa, okno, sufit, lampa i t. d.

Uczeń wymienia: ry, kro, o, su i t. d.

N. Wymień drugą zgłoskę wyrazów: komin, wrota, parkan, ogród, brzoza, jabłoń, rzepa, burak i t. d.

§ 6. DWA BEZ JEDNEGO.

N. Idziecie ulicą i spostrzegacie dom nowobudujący się. Ściany są już na ukończeniu, lecz jeszcze nie przykryte dachem. Co widzicie? U. Widzimy dom bez dachu.

N. Przy drodze żebrze stary wojak, któremu na wojnie kula działowa urwała nogę. Kto żebrze? U. Stary wojak bez nogi.

N. Chłopakowi na ulicy wiatr zerwał czapkę z głowy; goni za nią. Kto goni ulicą? U. Chłopak bez czapki.

Nauczyciel kręśli na tablicy dwie kropki i zapytuje: co widzicie na tablicy? U. Dwie kropki.

Nauczyciel ścięra jedną kropkę i zapytuje: co zostało na tablicy? U. Została jedna kropka.

N. Powiedzcie teraz sami: co było naprzód na tablicy, co zrobiłem i co zostało? U. Były na tablicy dwie kropki, pan starł jedną kropkę, pozostała jedna kropka.

N. Widzicie, że tym dwu kropkom brakuje teraz jednej kropki, taksamo jak domowi brakuje dachu, staremu wojakowi brakuje nogi, a chłopakowi czapki. Jak więc krócej wyrazić to samo, coście teraz powiedzieli?

U. Dwie kropki bez jednej kropki jest jedna kropka.

N. Franuś miał dwa jabłka i zjadł jedno jabłko. Co mu pozostało? U. Jedno jabłko. N. Dlaczego? U. Bo dwa jabłka bez jednego jabłka jest jedno jabłko.

§ 7. POZOWA.

Nauczyciel bierze arkusz papieru, pokazuje go uczniom i zapytuje: co widzicie? U. Widzimy arkusz papieru.

Nauczyciel oddziiera mniej niż połowę arkusza, bierze po kawałku do każdej ręki i, pokazując uczniom obadwa kawałki, zapytuje: co teraz widzicie? U. Widzimy dwa kawałki arkusza.

Nauczyciel nakłada mniejszy kawałek na większy i pokazuje, że ten kawałek, który jest na wierzchu, nie może przykryć będącego pod spodem. Powiada: wierzchni kawałek jest mniejszy od spodniego; albo: spodni kawałek jest większy od wierzchniego. Teraz nauczyciel bierze po jednym z tych kawałków do każdej ręki i zapytuje: A teraz jak powiecie? U. Jeden kawałek jest większy od drugiego.

Nauczyciel bierze inny arkusz papieru i zapytuje uczniów: co widzicie? U. Widzimy arkusz papieru.

Nauczyciel przecina arkusz ten na dwie części równe i zapytuje: co widzicie? U. Widzimy dwa kawałki arkusza.

Nauczyciel jeden kawałek nakłada na drugi, pokazuje, że one dokładnie do siebie przystają, i powiada: jeden kawałek arkusza jest równy drugiemu kawałkowi; albo krócej: te dwa kawałki arkusza są sobie równe.

Nauczyciel, pokazując teraz kawałki pierwszego arkusza, mówi: te dwa kawałki arkusza są nierówne.

Powyższą pogadankę o rzeczach równych i nierównych należy kilkakrotnie powtórzyć, biorąc zamiast arkusza papieru: sznurek, tasiemkę, patyczek i t. d.

N. Kawałek jakiegokolwiek rzeczy nazywa się częścią téj rzeczy. A rzecz sama nazywa się całością. Arkusz papieru jest całością; kawałek arkusza jest częścią téj całości (całego arkusza). Dzban jest cało-

ścią, ucho dzbana jest częścią tej całości (całego dzbana). Wszystek atrament w kałamarzu jest całością; kropla pozostała na końcu umaczanego pióra, jest częścią tej całości. Rękaw jest częścią ubrania. Głowa jest częścią ciała. Gałąź jest częścią drzewa.

Jeżeli jakąkolwiek całość podzielimy na dwie równe części, to każda część nazywa się połową tej całości.

Każda całość ma dwie połowy.

Połowy tej samej całości są sobie równe.

N. Matka przekroiła bułeczkę na dwie części równe i jedną część dała Zosi. Co Zosia dostała? U. Zosia dostała połowę bułeczki. N. Co tu jest całością? U. Bułeczka.

• | • Nauczyciel kręśli na tablicy dwie kropki i między nimi kręskę i zapytuje uczniów: co widzicie na tablicy?

U. Widzimy kropki i pomiędzy nimi kręskę.

N. Co jest na lewo od kręski? U. Jedna kropka.

N. Co jest na prawo od kręski? U. Jedna kropka.

N. Kropka na lewo od kręski i kropka na prawo od kręski są częściami dwu kropek, nakręślonych na tablicy; te części są równe, więc: połowa dwu kropek jest jedna kropka; albo jedna kropka jest połową dwu kropek.

Jeżeli każda kropka przedstawia nam gruszkę, to co powiecie, patrząc na ten rysunek?

U. Połową dwu gruszek jest jedna gruszka.

N. Kosuś miał dwa złote; za połowę tych pieniędzy kupił książkę. Co kosztuje książka?

U. Książka kosztuje połowę dwu złotych, to jest jeden złoty.

§ 8. TRZY, TRZECH.

• • • Nauczyciel kręśli na tablicy dwie kropki, obok nich jeszcze jedną kropkę i zapytuje uczniów: co jest na tablicy?

U. Dwie kropki i jedna kropka.

N. Zamiast dwie kropki i jedna kropka, krócej się mówi: trzy kropki. Powiedzcie teraz sami: co jest na tablicy? U. Na tablicy są trzy kropki.

N. Narysujcie na swoich tabliczkach trzy kréski, trzy krzyżyki, trzy kółka i t. d.

Uczniowie rysują, nauczyciel sprawdza ich rysunki.

N. Janek dostał na gwiazdkę od ojca, od matki i od stryja po jednej książce. Co Janek dostał na gwiazdkę?

U. Janek dostał trzy książki.

N. Wyrazy: Warszawa, ulica, podwórko, pokoik, kapelusz, ołówek, obsadka i t. d. mają po trzy zgłoski.

Sażeń ma trzy łokcie. Sażeń ma trzy arszyny.

(Tu nauczyciel pokazuje uczniom łokieć i arszyn w naturalnej wielkości i każe wymierzyć naprzykład sznurek, którego długość równa się sażniowi, lub sażeni.)

Nauczyciel wskazuje pierwszą kropkę od strony lewej i zapytuje: która to jest kropka?

U. Pierwsza kropka. Dalej nauczyciel wskazuje następną i zapytuje: która to jest kropka? U. Druga kropka.

N. Ostatnia nazywa się trzecią kropką. (Należy powtórzyć to samo ćwiczenie, poczynając od strony prawej.)

N. Pierwsza kropka od ręki lewej, którą jest od ręki prawej?

U. Jest trzecią kropką.

N. Druga od ręki prawej, którą jest od ręki lewej?

U. Jest także drugą kropką.

N. Jaka jest druga zgłoska w wyrazach komora, obora, siermięga, pszenica, kartofel? Jaka jest trzecia zgłoska w wyrazach: Stanisław, Warszawa, Sobieski, Kopernik?

§ 9. DWA I JEDEN, JEDEN I DWA.

• • • | • Nauczyciel kręśli na tablicy trzy kropki i kręskę pomiędzy kropkami drugą i trzecią.

N. Co widzicie na tablicy? U. Widzimy trzy kropki i kręskę.

N. Gdzie ta krętka jest położona? U. Między drugą i trzecią kropką.

N. Co jest po lewej stronie krętki? U. Dwie kropki.

N. Co jest po prawej stronie? U. Jedna kropka.

N. Trzy kropki stanowią całość, która jest kręską rozdzielona na dwie części: jedna część ma dwie kropki, a druga jedną kropkę. W obu częściach, to jest w tej całości, mamy trzy kropki; a więc: dwie kropki i jedna kropka, to trzy kropki; albo (poczynając od ręki prawej): jedna kropka i dwie kropki, to trzy kropki. Uczniowie powtarzają:

N. Jeżeli każda kropka przedstawia grosz, to jak powiecie?

U. Dwa grosze i jeden grosz, to trzy grosze; albo: jeden grosz i dwa grosze, to trzy grosze.

N. Adaś ma: w jednej ręce dwa orzechy, w drugiej jeden orzech. Co Adaś ma w obu rękach? U. Dwa orzechy i jeden orzech, razem trzy orzechy.

N. Piotruś za kajet zapłacił jeden złoty, a za książkę dwa złote. Co Piotruś zapłacił razem za kajet i za książkę? U. Jeden złoty i dwa złote, razem trzy złote.

§ 10. TRZY BEZ JEDNEGO, LUB BEZ DWU.

• • • N. Co pozostanie, jeżeli zakryję kropkę, która jest z prawej strony kréski? U. Pozostaną dwie kropki. N. Zatym: trzy kropki bez jednej kropki to dwie kropki. Uczniowie powtarzają.

N. Co pozostanie, jeżeli zakryję dwie kropki, które są z lewej strony kréski? U. Pozostanie jedna kropka. N. A więc: Trzy kropki bez dwu kropek, to jedna kropka. Uczniowie powtarzają.

N. Marylka miała trzy bułeczki, oddała bratu jedną bułeczkę. (Te trzy kropki na tablicy oznaczają bułeczki Marylki; kropka z prawej strony kréski oznacza bułeczkę oddaną bratu.) Co Marylce pozostało? U. Dwie bułeczki. N. Dlaczego? U. Bo trzy bułeczki bez jednej, to dwie bułeczki.

N. Oleś miał trzy piłki, dwie podarował siostrze. (Nauczyciel dodaje: te trzy kropki na tablicy oznaczają piłki Olesia; dwie kropki z lewej strony kréski oznaczają piłki darowane siostrze.) Co Olesowi pozostało? U. Jedna piłka. N. Dlaczego? U. Bo trzy piłki bez dwu piłek to jedna piłka.

§ 11. TRZY RAZY JEDEN.

N. Narysujcie na swoich tabliczkach kropkę jeden raz, jeszcze jeden raz i jeszcze jeden raz. Coście zrobili?

• • • U. Narysowaliśmy trzy razy po jedną kropkę.

N. Co teraz macie na tabliczkach? U. Trzy kropki.

N. Otóż widzicie, że: trzy kropki jestto jedna kropka, powtórzona trzy razy; albo: trzy razy jedna kropka to trzy kropki.

N. Kazio kąpał się w poniedziałek jeden raz, we wtorek jeden raz i w środę jeden raz. Co Kazio zrobił w tych trzech dniach?

U. Kąpał się trzy razy.

N. Służąca potarła zapalkę jeden raz, znowu jeden raz i jeszcze jeden raz, a wtedy dopiero zapalka się zapaliła. Co zrobiła służąca, zanim się zapalka zapaliła? U. Potarła ją trzy razy.

N. Furman poił konie: raz zrana, raz w południe i raz wieczorem. Co powiecie o tym furmanie?

U. Furman poił konie trzy razy.

§ 12. TRZECIA CZĘŚĆ.

Nauczyciel bierze białą tasiemkę, podzieloną poprzecznie poprzecznymi króskami na równych części trzy, sprawdza przy uczniach, że one są równe, i prowadzi następującą pogadankę:

N. Co trzymam w ręku? U. Tasiemkę.

N. Co powiecie o tej tasiemce? U. Ona jest podzielona na trzy równe części.

N. Każda część nazywa się trzecią częścią całej tasiemki. Pamiętajcie: jeżeli jakąkolwiek całość podzielimy na trzy równe części, to każda część nazywa się trzecią częścią tej całości. W tym przykładzie całością jest tasiemka. Każda całość ma trzy trzecie części.

Trzecie części tej samej całości są sobie równe.

Nauczyciel zwija tasiemkę, odwija następnie jedną część i, pokazując ją uczniom, zapytuje: co teraz widzicie?

U. Widzimy jedną trzecią część całej tasiemki.

Następnie nauczyciel odwija dwie części i zapytuje: co widzicie? U. Widzimy dwie trzecie części całej tasiemki.

Nakoniec rozwija całą tasiemkę i zapytuje: Co teraz widzicie? U. Widzimy trzy trzecie części całej tasiemki. N. Jak powiecie inaczej, co widzicie? U. Widzimy całą tasiemkę.

N. Więc cała tasiemka ma trzecich części trzy.

• | • | • Nauczyciel kręśli na tablicy trzy kropki i pomiędzy nimi kręśli.

N. Co widzicie na tablicy?

U. Widzimy trzy kropki i dwie kręśli.

N. Gdzie jest pierwsza kręska? U. Między pierwszą i drugą kropką.

N. Gdzie jest druga kręska? U. Między drugą i trzecią kropką.

N. Widzicie, że te trzy kropki stanowią razem jedną całość, która kręskami jest podzielona na trzy części. Te części są równe, bo mają po jednej kropce; więc: trzecia część trzech kropek, jest jedna kropka.

N. Jeżeli każda kropka przedstawia grosz, to jak powiecie?

U. Trzecia część trzech groszy jest jeden grosz.

N. Staś miał trzy grosze i za trzecią część swoich pieniędzy kupił piernik. Co kosztuje piernik?

U. Piernik kosztuje trzecią część trzech groszy, to jest jeden grosz.

N. W butelce są trzy szklanki mleka; matka pozwoliła Kasi wypić trzecią część mleka, będącego w butelce. Co Kasia wypila?

U. Kasia wypila trzecią część trzech szklanek, to jest jedną szklankę mleka.

N. Co tu jest całością, która została podzieloną na trzy równe części? U. Wszystko mleko będące w butelce.

§ 13. CZTÉRY, CZWARTY.

• • • • Nauczyciel krésli trzy kropki i obok nich jeszcze jedną kropkę. Co jest na tablicy? U. Trzy kropki i jedna kropka.

N. Zamiast trzy kropki i jedna kropka, krócej się mówi: cztéry kropki. Uczniowie powtarzają: cztéry kropki.

N. Jeżeli każda kropka przedstawia szklanę, to co jest na tablicy? U. Cztéry szklanki.

N. Narysujcie na swoich tabliczkach: cztéry kréski, cztéry krzyżyki, cztéry kółka.

Nauczyciel, zwracając się do jednego z uczniów, zapytuje: Jak narysujesz cztéry kréski?

U. Narysuję trzy kréski i obok jedną kréskę.

Podobnie należy zapytać, jak się narysują cztéry krzyżyki i cztery kółka.

N. Koń ma cztéry nogi. Izba ma cztéry kąty. Wóz ma cztéry koła. Rok ma cztéry pory. Godzina ma cztéry kwadranse. Garniec ma cztéry kwarty. (Tu należy uczniom pokazać kwartę).

Wyrazy: Częstochowa, Ukraina, Ciechocinek, gospodyni, kamienica, kuropatwa, koniczyna, gąsienica i t. d. mają po cztéry zgłoski.

Nauczyciel, wskazując po kolei na każdą z trzech pierwszych kropek, mówi: już wiecie, że to są pierwsza, druga i trzecia kropki; ostatnia nazywa się czwartą kropką. Następnie zadaje uczniom takie pytania: Trzecia kropka od ręki lewój, którą jest kropką od ręki prawej? Czwarta kropka od ręki prawej, którą jest od ręki lewój? i t. d.

N. Wymieńcie pierwszą zgłoskę w wyrazie: koniczyna, drugą w wyrazie: kuropatwa, trzecią w wyrazie: kamienica, czwartą w wyrazie: Częstochowa.

N. Policzcie litery w wyrazie: woda, i powiedzcie, które są samogłoskami, licząc od strony lewej?

§ 14. TRZY I JEDEN.

• • • | • Nauczyciel kręśli kręskę między trzecią i czwartą kropką i zapytuje: co widzicie?

U. Widzimy cztery kropki i kręskę pomiędzy trzecią i czwartą kropką.

N. Co jest po lewej stronie kréski, a co po prawej?

U. Po lewej stronie kréski są trzy kropki, a po prawej jest jedna kropka.

N. Te cztery kropki razem stanowią jedną całość, która jest podzielona kręską na dwie części; jedna część ma trzy kropki, a druga część ma jedną kropkę. Te części razem wzięte stanowią całość, t. j. cztery, więc trzy kropki i jedna kropka to cztery kropki. Albo (poczynając od części położonej z prawej strony kréski): jedna kropka i trzy kropki, to cztery kropki.

N. Pawełek kupił w poniedziałek trzy kajety, a w piątek jeden kajet. Co kupił Pawełek?

U. Trzy kajety i jeden kajet razem: cztery kajety.

N. Widzicie, że cztery kajety, kupione przez Pawełka, stanowią całość złożoną z dwu części: jedną częścią są trzy kajety, kupione w poniedziałek, a drugą częścią jest jeden kajet, kupiony w piątek.

N. Różia dostała od brata jeden piernik, a od siostry trzy pierniki. Co Różia dostała? U. Jeden piernik i trzy pierniki, razem cztery pierniki.

N. Jakie są części, z których się składa cały podarek dla Rózi?

U. Jedną częścią jest jeden piernik, подарowany przez brata, drugą częścią są trzy pierniki, które podarowała jej siostra.

§ 15. CZTERY BEZ JEDNEGO I BEZ TRZECH.

• • • | • N. Jeżeli z całości, złożonej z dwu części, zabierzemy jedną, to zostanie druga część. Macie na tablicy cztery kropki, podzielone kręską na dwie części. Co pozostanie jeżeli weźmiemy kropkę, położoną z prawej strony kręski.

U. Pozostaną trzy kropki.

N. To znaczy, że cztery kropki bez jednej kropki to trzy kropki.

N. Boleś miał zadane na święta do nauczania się cztery bajeczki; nauczył się już jednej. Co mu pozostało do nauczania się?

U. Cztery bajeczki bez jednej, to jest trzy bajeczki.

N. Co pozostanie, jeżeli weźmiemy trzy kropki, położone z lewej strony kręski? U. Pozostanie jedna kropka.

N. To znaczy: że cztery kropki bez trzech jest jedna kropka.

N. Wieśniaczka przyniosła na rynek do sprzedania cztery сэry. Trzy sprzedała. Co jęj pozostało do sprzedania? U. Jeden sér.

N. Dlaczego? U. Bo cztery сэry bez trzech сэrów jest jeden sér.

§ 16. DWA RAZY DWA, CZTERY BEZ DWU.

• • • | • • Nauczyciel kręśli na tablicy cztery kropki i między drugą i trzecią kropką kręskę.

N. Co jest przed kręską, a co po kręsce.

U. Przed kręską są dwie kropki i po kręsce są także dwie kropki.

N. Ile jest wszystkich kropek? U. Wszystkich kropek jest cztery.

N. A więc: raz dwie kropki i jeszcze raz dwie kropki, to razem cztery kropki, albo: dwa razy po dwie kropki to cztery kropki.

N. Jeżeli każda kropka wyobraża głowę cukru to jak powiecie? U. Dwa razy po dwie głowy cukru to cztery głowy cukru.

N. W jednej ręce mam dwie gruszki i w drugiej dwie gruszki. Co mam w obu rękach?

U. Dwa razy po dwie gruszki, to jest cztery gruszki.

N. Jedna stalka (pióro stalowe) kosztuje dwa grosze. Co kosztują dwie stalki?

U. Dwie stalki kosztują dwa razy po dwa grosze, to jest cztery grosze.

N. Co pozostanie, jeżeli zmażę dwie kropki, leżące z jednej strony kréski?

U. Pozostaną dwie kropki.

N. To oznacza, że: cztery kropki bez dwu kropek to dwie kropki.

N. W szafie były cztery książki. Ludwiś wziął z niej dwie książki. Co zostało w szafie?

U. W szafie zostały dwie książki.

N. Dlaczego?

U. Bo: cztery książki bez dwu to dwie książki.

§ 17. POŁOWA CZTERECH.

• • | • • N. Widzicie, że kréska dzieli cztery kropki na dwie części równe. Każda z tych części, jak wiecie, nazywa się połową całości, to jest: połową czterech kropek. Ponieważ każda część

ma dwie kropki, więc: połowa czterech kropek jest dwie kropki.

Ignas miał cztery złote i za połowę tych pieniędzy kupił obrazek. Co kosztuje obrazek?

U. Obrazek kosztuje połowę czterech złotych, to jest dwa złote.

§ 18. CZWARTA CZĘŚĆ.

Nauczyciel kraje arkusz papieru na równych części cztery i powiada: każda część nazywa się czwartą częścią arkusza.

N. Jeżeli jakąkolwiek całość podzielimy na równych części cztery, to każda część będzie się nazywała czwartą częścią téj całości.

Każda całość ma cztery czwarte części.

Czwarte części téj samej całości są sobie równe.

N. Władzio dostał jabłko. Siostra mówi do Władzia: daj mi czwartą część tego jabłka. Co zrobił Władzio, żeby dać to, czego chce siostra?

U. Władzio pokrajał jabłko na cztery części równe i jedną czwartą część dał siostrze.

N. Wyrobnik kupił bochenek chleba, pokrajał go na cztery części równe i jedną część dał ubogiemu. Co dostał ubogi? U. Ubogi dostał czwartą część bochenka.

N. Czwarta część całości nazywa się inaczej ćwiercią.

Każda całość ma cztery ćwierci.

• | • | • | • Nauczyciel kręśli na tablicy cztery kropki i między każdymi dwiema kropkami po kręsce.

N. Widzicie, że te cztery kropki stanowią całość, która jest tutaj podzielona trzema kręskami na cztery części równe. Każda część nazywa się czwartą częścią

tych czterech kropek i ma jedną kropkę, a więc: czwarta część czterech kropek jest jedna kropka.

N. Gdyby każda kropka oznaczała rubel, jakbyście powiedzieli?

U. Czwarta część czterech rubli jest jeden rubel.

N. Kostuś miał cztery ołówki i czwartą ich część dał swemu koledze. Co dostał kolega Kostusia?

U. Kolega Kostusia dostał czwartą część czterech ołówków, to jest jeden ołówek.

§ 19. Pięć.

• • • • • Nauczyciel kreśli na tablicy cztery kropki i obok nich jeszcze jedną kropkę. Zapytuje uczniów: Co jest na tablicy? U. Cztery kropki i jeszcze jedna kropka.

N. Zamiast: cztery kropki i jedna kropka, krócej się mówi: pięć kropek.

N. Narysujcie na swoich tabliczkach: pięć kółek, pięć kręsek, pięć krzyżyków i t. d.

N. Co macie u każdej ręki?

U. Mamy pięć palców.

N. Wyrazy: Mereczowszczyzna, Konstantynopol, Rzeczpospolita, uniwersytet, synogarlica i t. d. mają po pięć zgłosek.

Nauczyciel wskazuje, poczynając od strony lewej, po kolei każdą z pierwszych czterech kropek i mówi: pierwsza kropka, druga, trzecia, czwarta, a następnie dodaje: ostatnia nazywa się piątą kropką.

To samo powtarza, poczynając od ręki prawej.

N. Czwarta kropka od ręki prawej którą jest od ręki lewej?

N. Trzecia ze strony prawej którą jest z lewej strony?, i t. d.

N. Powiedzcie piątą zgłoskę w wyrazach: Wniebowstąpienie, Rzeczpospolita, Jagiellońowie, nieprzyjacielem.

§ 20. ILE?

W poprzednich paragrafach unikaliśmy wyrazu: ile? gdyż, wprowadzając go, musielibyśmy dać stosowne objaśnienie, co było niemożliwe dla braku potrzebnych do tego wiadomości pomocniczych. Następująca pogadanka ma teraz ku temu posłużyć.

N. Na stole stoi waza, napełniona zupą. Ojciec mówi do syna: Stasiu, naléj mi zupy do talérza. Staś zapytuje: czy mam nalać jedną łyżkę zupy? Ojciec odpowiada: nie. Staś zapytuje: czy dwie łyżki? Ojciec odpowiada: nie. Staś po raz trzeci zapytuje: czy trzy łyżki? Ojciec odpowiada: tak. Staś nalał ojcu do talérza trzy łyżki zupy.

Staś więc, nim wykonał żądanie ojca, zadał mu trzy pytania, a wystarczało jednego pytania, mianowicie: ile łyżek zupy mam nalać?

Adaś chce kupić obsadkę, ale nie wie, co ona kosztuje. Zapytuje kupca: czy ta obsadka kosztuje jeden grosz? Kupiec odpowiada: nie. Czy ona kosztuje dwa grosze? nie. Czy trzy grosze? nie. Czy cztery grosze? nie. Czy pięć groszy? tak.

Widzicie, że Adaś zapytywał kupca kilka razy, żeby się dowiedzieć, że obsadka kosztuje pięć groszy. Otóż te kilka pytań można zastąpić jednym pytaniem: ile groszy kosztuje obsadka?

Powiedzcie teraz: ile człowiek ma rąk? ile koń ma nóg? u ręki ile jest palców? Ile jest zgłoszek w wyrazach: Lwów, Kraków, Warszawa, Częstochowa?

§ 21. CZTÉRY I JEDEN, PIĘĆ BEZ JEDNEGO.

• • • • | • Nauczyciel kreśli na tablicy pięć kropek i kręskę pomiędzy kropkami czwartą i piątą.

N. Co jest na tablicy? U. pięć kropek i kréska.

N. Widzicie, że te pięć kropek stanowią jedną całość, która kréską jest podzielona na dwie części. Ile jest kropek przed kréską, a ile po krésce? U. Przed kréską są cztery kropki, a po krésce jedna. N. Więc: pięć kropek to cztery kropki i jedna kropka. Albo: poczynając od części położonej z prawej strony kréski, powiemy: pięć kropek to jedna kropka i cztery kropki.

N. Jeżeli z całości, złożonej z dwu części, odrzucimy jedną część, to co pozostanie? U. Pozostanie druga część.

N. Co pozostanie, jeżeli odrzucimy kropkę, położoną z prawej strony kréski? U. Pozostaną cztery kropki.

N. A jeżeli odrzucimy cztery kropki, leżące z lewej strony kréski? U. Pozostanie jedna kropka.

N. Więc: pięć kropek bez jednej to cztery kropki.

N. Portmonetka ma dwie przedziałki, w jednej przedziałce są cztery ruble, a w drugiej jeden rubel. Ile rubli jest w portmonetce? U. Pięć rubli.

N. Dlaczego? Bo cztery ruble i jeden rubel to pięć rubli.

Mieszkanie składa się z dwu pokoi, w pierwszym wisi jeden obraz, a w drugim wiszą cztery obrazy. Ile obrazów wisi w mieszkaniu? U. Jeden obraz i cztery obrazy, razem: pięć obrazów.

N. Wicuś w jednym dniu był wołany do tablicy cztery razy, a w drugim jeden raz. Ile razy on był

wzywany do tablicy w tych dwu dniach? U. Cztery razy i jeden raz, to jest pięć razy.

N. W szafie było pięć szklanek; Kasia wybrała z szafy jedną szklankę. Ile szklanek zostało w szafie? U. Cztery szklanki. N. Dlaczego? U. Bo pięć szklanek bez jednéj szklanki to cztery szklanki.

N. W koszyku było pięć obwarzanków. Goście zjedli cztery obwarzanki. Ile obwarzanków zostało w koszyku? U. Jeden. N. Dlaczego? U. Bo pięć obwarzanków bez czterech to jeden obwarzanek.

§ 22. TRZY I DWA, PIĘĆ BEZ DWU.

• • • | • • Nauczyciel kręśli na tablicy pięć kropek i kręskę pomiędzy kropkami trzecią i czwartą. Co jest na tablicy? U. Pięć kropek i kręska pomiędzy kropkami trzecią i czwartą.

N. Widzicie, że te pięć kropek są jedną całością, która jest podzielona kręską na dwie części. Co możecie powiedzieć, widząc ten rysunek? U. Pięć kropek są podzielone kręską na dwie części: jedna część ma trzy kropki, druga ma dwie kropki. N. Powiedzcie to krócej. U. Pięć kropek jestto trzy kropki i dwie kropki. N. Jak powiecie, poczynając od części, położonej z prawej strony kręski? U. Dwie kropki i trzy kropki to razem pięć kropek.

Nauczyciel zakrywa dwie kropki z prawej strony kręski i zapytuje: co teraz widzicie? U. Widzimy trzy kropki.

N. Wszystkich jest pięć kropek: zakrytych dwie, niezakrytych trzy. Jak to, co powiedziałem, inaczej powiedzieć? U. Pięć kropek bez dwu kropek to trzy kropki.

Nauczyciel zakrywa trzy kropki z lewej strony kréski. Uczniowie mówią: Pięć kropek bez trzech kropek to dwie kropki.

N. Pilny Wojtuś, wyjeżdżając na wakacje, prosił nauczyciela o książki do czytania. Nauczyciel otworzył szafę i dał mu z jednej półki trzy książki, a z drugiej dwie. Ile Wojtuś dostał książek? U. Wojtuś dostał trzy i dwie książki, razem: pięć książek.

N. Karolek był z Rodzicami na wystawie obrazów w jednym miesiącu dwa razy, a w drugim trzy razy. Ile razy Karolek był na wystawie? U. Karolek był na wystawie dwa razy i trzy razy, to jest pięć razy.

N. Było w stajni pięć koni. Dwa poszły w drogę. Ile koni zostało w stajni? U. Zostały trzy konie.

N. Adelcia od dwu braci dostała pięć gruszek. Jeden brat dał jój trzy gruszki. Ile gruszek dał drugi brat? Widzicie, że gruszki Adelci złożyły się z dwu części, a jedną część, to jest trzy gruszki, dał jój jeden brat. Żeby więc się dowiedzieć, ile gruszek dał drugi brat, trzeba znaleźć drugą część pięciu gruszek. Ile więc gruszek dał Adelci drugi brat? U. Drugi brat dał: pięć bez trzech, to jest: dwie gruszki.

Na wzór powyższych zadań nauczyciel będzie układał inne, zastosowane do pojęć dziecięcych, w obszarze pierwszych pięciu liczb.

§ 23. PIĄTA CZĘŚĆ.

• | • | • | • | • Nauczyciel krésli pięć kropek i pomiędzy nimi kréski. Co jest na tablicy? U. Pięć kropek i pomiędzy nimi cztery kréski.

N. Te pięć kropek stanowią razem jedną całość. Na ile części równych te pięć kropek, jako całość, po-

dzieliłem tymi króskami? U. Te pięć kropek jest podzielone na pięć części równych. N. Dlaczego one są równe? U. Bo każda część ma po jednej kropce.

N. Jeżeli jakkolwiek całość (jabłko, arkusz papieru, garniec grochu i t. d.) podzielimy na równych części pięć, to każda część nazywa się piątą częścią tej całości. A więc: piąta część pięciu kropek jest jedna kropka.

N. Jeżeli każda kropka przedstawia grosz, to jak powiecie? U. Piąta część pięciu groszy jest jeden grosz.

N. Każda całość ma piątych części pięć.

N. Stolarzowi za stół, przez niego zrobiony, zapłacono pięć rubli; piątą część tych pieniędzy zaniósł on do kasy oszczędności. Ile rubli złożył on w kasie? U. On złożył w kasie piątą część pięciu rubli, to jest jeden rubel.

§ 24. Sześć.

• • • • • Nauczyciel obok pięciu kropek kręśli na tablicy jeszcze jedną kropkę. Co jest na tablicy? U. Pięć kropek i jedna kropka.

N. Zamiast pięć kropek i jedna kropka, krócej się mówi: sześć kropek.

Na wzór tych sześciu kropek uczniowie kręślą na swoich tabliczkach: sześć krósek, sześć kólek i t. d.

N. Mucha ma sześć nóg. Sążeń ma sześć stóp. Wyrazy: korona, kolasa, sałata, robota, wróbel, parkan, Antoni, Józefa i t. d. mają po sześć liter.

Nauczyciel wskazuje pokolei na każdą z pięciu pierwszych kropek. Uczniowie mówią: pierwsza kropka, druga, trzecia, czwarta, piąta. Nauczyciel, wskazując na ostatnią, dodaje: ostatnia nazywa się szóstą kropką.

N. Trzecia kropka od początku którą jest od końca?

N. Piąta od końca którą jest od początku?

N. W wyrazie korona które litery są samogłoskami, a które spółgłoskami? U. Samogłoskami są litery: druga, czwarta i szósta...

Podobnie rozebrać wyrazy: wróbel, parkan i t. d.

§ 25. PIĘĆ I JEDEN, SZEŚĆ BEZ JEDNEGO.

• • • • • | • Nauczyciel, poprowadziwszy kręskę po piątą kropkę, zapytuje uczniów: co widzicie na tablicy? U. Sześć kropek i kręskę pomiędzy kropkami piątą i szóstą.

N. Te sześć kropek stanowią jedną całość, która kręską jest podzielona na dwie części. Ile jest kropek w części położonej z lewej strony kréski, a ile kropek w części położonej z prawej strony kréski? U. Część, położona z lewej strony kréski, ma pięć kropek, a część, położona z prawej strony, ma jedną kropkę.

N. Czego was uczy ten rysunek? U. Sześć kropek jestto pięć kropek i jedna kropka. Albo: sześć kropek jestto jedna kropka i pięć kropek.

N. Jeżeli odrzucimy część położoną z prawej strony kréski, co zostanie? U. Zostanie część położona z lewej strony, to jest pięć kropek. N. A jeżeli odrzucimy część położoną z lewej strony kréski, co zostanie? U. Zostanie część położona z prawej strony, to jest jedna kropka. N. Widzicie więc, że: sześć kropek bez jednéj kropki jest pięć kropek; sześć kropek bez pięciu kropek jest jedna kropka.

N. Myśliwy upolował w jednym tygodniu pięć zajęcy, a w drugim jednego. Ile zajęcy on upolował w obu tygodniach? U. Sześć zajęcy. N. Upolowane

zające stanowią jedną całość, złożoną z dwu części; jedną częścią są zające upolowane w pierwszym tygodniu, to jest pięć zajęcy, drugą częścią jest zajęcie upolowane w drugim tygodniu. A więc pięć zajęcy i jeden zajęcie to sześć zajęcy. Uczniowie powtarzają to rozumowanie.

N. W pokoju na stole stoi jedna lampa, a na ścianach pięć lamp. Ile jest lamp w pokoju? U. Sześć lamp.

N. Kotlarz zrobił sześć rądl. Jeden z nich sprzedał. Ile mu rądl pozostało? U. Pięć rądl. N. Co tu jest całością? U. Sześć rądl. N. Te sześć rądl nazywamy całością, bo one wyrażają całą robotę, wykonaną przez kotlarza. Czy on sprzedał całą swoją robotę? U. Nie, sprzedał tylko część swojej roboty, mianowicie jeden rądel. N. A jaka jest druga część jego roboty? U. Sześć rądl bez jednego, to jest pięć rądl.

N. W pokoju na dwu ścianach wisi sześć portretów. Na jednej wisi pięć; ile portretów wisi na drugiej ścianie? U. Jeden portret. N. Co tu jest całością? U. Sześć portretów. N. Dlaczego te sześć portretów nazywamy całością? U. Bo one oznaczają cały zbiór portretów w pokoju. N. Na ile części ta całość jest rozłożona? U. Na dwie części. N. Co jest jedną częścią? U. Pięć portretów wiszących na jednej ścianie. N. Co jest drugą częścią? U. Sześć portretów bez pięciu, to jest jeden portret.

§ 26. CZTERY I DWA, SZEŚĆ BEZ DWU,...

N. Wszystko, com dotąd wam mówił, jest prawdą. Naprzykład: Czy prawda, że cztery grosze to dwa razy po dwa grosze? U. Prawda. N. Czy prawda, że wyraz: kolasa składa się z sześciu liter? U. Prawda.

N. Od początku naszych pogadań powiedziałem wam wiele prawd. Powiedzcie: jakie poznaliście prawdy, roz-

• • • • • | • ważając np. ten rysunek? U. Poznaliśmy prawdy następujące:

Sześć kropek jestto pięć kropek i jedna kropka.

Sześć kropek jestto jedna kropka i pięć kropek.

Sześć kropek bez pięciu kropek jest jedna kropka.

Sześć kropek bez jednej kropki jest pięć kropek.

Nauczyciel pod powyższym rysunkiem kręśli sześć kropek, prowadzi kręskę pomiędzy czwartą i piątą kropką i za-

• • • • • | • • pytuje uczniów: z czego te dwa rysunki są do siebie podobne? U. Każdy

z nich ma po sześć kropek i po jednej kręsce. N. A jaką między tymi rysunkami widzicie różnicę? U. Tę, że na pierwszym rysunku znajduje się kręska między piątą i szóstą kropką, a na drugim między czwartą i piątą.

N. Czy można z drugiego rysunku wyprowadzić prawdy, podobne do prawd, wyprowadzonych z pierwszego rysunku? U. Można. N. Powiedzcie je. U. Na drugim rysunku sześć kropek są podzielone kręską na dwie części: cztery kropki i dwie kropki. Więc:

Sześć kropek jestto cztery i dwie kropki.

Sześć kropek jestto dwie i cztery kropki.

Sześć kropek bez dwu to cztery kropki.

Sześć kropek bez czterech to dwie kropki.

N. Tadzio miał sześć śliwek; koledze swemu dał cztery; ile mu zostało śliwek? U. Dwie śliwki.

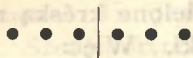
N. Któratę z powiedzianych teraz przez was prawd posłużyła do wynalezienia odpowiedzi na moje pytanie? U. Sześć kropek bez czterech to dwie kropki. N. W jaki sposób? U. Jeżeli każda kropka oznacza śliwkę, to sześć kropek przedstawia sześć śliwek, które miał Tadzio. Cztery kropki, położone z lewej strony kręski, przedstawia cztery śliwki

oddane koledze, a dwie kropki z prawej strony kręski przedstawiają dwie śliwki, które pozostały dla Tadzia.

N. Kto z was ułoży zadanie, które się rozwiązuje zapomocą prawdy, naprzód przez was wyczytanęj z ostatniego rysunku, t. j. sześć kropek jestto cztery i dwie kropki. U. (po namyśle) Np. w jednym pokoju są cztery okna, a w drugim dwa okna. Ile jest okien w obu pokojach? N. Dobrze. Ileż jest wszystkich okien? U. Sześć okien. N. Dlaczego? U. Wiemy, że cztery kropki i dwie kropki jest sześć kropek. Jeżeli każda kropka oznacza okno, to cztery okna i dwa okna jest sześć okien.

(W podobny sposób przy pomocy nauczyciela uczniowie będą układali zadania, zastosowane do pozostałych prawd, których wizerunkiem jest ostatni rysunek.)

§ 27. DWA RAZY TRZY, POŁOWA SZEŚCIU.



Nauczyciel kręśli sześć kropek i kręskę między kropkami trzecią i czwartą. Co widzicie na tablicy? U. Widzimy sześć kropek i kręskę pomiędzy trzecią i czwartą kropką. N. Powiedzcie prawdę, której wizerunkiem jest ten rysunek. U. Sześć kropek to trzy kropki i trzy kropki. N. Powiedzcie ją inaczej. U. Dwa razy po trzy kropki to sześć kropek.

N. Wyrobnik zarabia tygodniowo po trzy ruble; ile rubli on zarobi przez dwa tygodnie? U. Przez dwa tygodnie zarobi dwa razy po trzy ruble, to jest sześć rubli. (Nauczyciel dodaje, że w tym zagadnieniu każda kropka na rysunku oznacza rubel.)

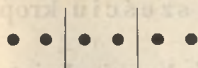
N. Na ile części kręska dzieli te sześć kropek? U. Na dwie. N. Czy te części są równe? U. Te czę-

ści są równe, bo każda ma po trzy kropki. N. Ponieważ te części są równe, więc jak się każda nazywa? U. Każda nazywa się połową sześciu kropek. N. Co więc jeszcze możecie powiedzieć, widząc ten rysunek? U. Połowa sześciu kropek to trzy kropki.

N. Służąca, idąc do miasta, wzięła od pani sześć złotych i za połowę tych pieniędzy kupiła masła. Ile złotych kosztuje masło? U. Masło kosztuje połowę sześciu złotych, to jest trzy złote.

(Nauczyciel z łatwością sam dobierze więcej zadań podobnych.)

§ 28. TRZY RAZY DWA, TRZECIA CZĘŚĆ SZEŚCIU.



N. Co powiecie o kropkach i króskach, narysowanych na tablicy?

U. Na tablicy jest sześć kropek i dwie króski; jedna króska jest poprowadzona między drugą i trzecią kropką, a druga między czwartą i piątą. N. Powiedzcie prawdę, którą wyraża ten rysunek. U. Trzy razy po dwie kropki jest sześć kropek.

N. Te sześć kropek stanowią razem jedną całość. Powiedzcie teraz: na ile części te sześć kropek króskami jest podzielonych i jakie są te części? U. Te sześć kropek podzielono na trzy części, a te części są równe. N. Dlaczego one są równe? U. Bo każda ma po dwie kropki. N. Jak się nazywa każda część? U. Każda część nazywa się trzecią częścią sześciu kropek. N. Jaka więc nowa prawda wynika z naszego rysunku? U. Trzecia część sześciu kropek to dwie kropki.

N. Krzesło kosztuje dwa ruble. Ile kosztują trzy takie krzesła? U. Trzy krzesła kosztują trzy razy po dwa ruble, to jest sześć rubli.

N. Jaś ma sześć rubli i za trzecią część tych pieniędzy kupuje globus. Ile rubli kosztuje globus? U. Globus kosztuje trzecią część sześciu rubli, to jest dwa ruble.

§ 29. SZÓSTA CZĘŚĆ.

N. Na ile części te sześć kropek  jest podzielonych? U. One są podzielone króskami na sześć części. N. Czy te części są równe? U. Te części są równe, bo każda ma po jednej kropce. N. Jeżeli jakąkolwiek całość podzielimy na równych części sześć, to każda część nazywa się szóstą częścią tej całości. Tutaj całością jest sześć kropek.

N. Powiedzcie teraz prawdę, jaką wam ten rysunek przedstawia. U. Szósta część sześciu kropek jest jedna kropka.

N. Zygmus ma sześć złotych i kupuje kajet za szóstą część swoich pieniędzy. Ile złotych kosztuje kajet? U. Kajet kosztuje szóstą część sześciu złotych, to jest jeden złoty.

N. Każda całość ma szóstych części sześć. Stopa jest szóstą częścią sążnia.

§ 30. LICZBA I JEDNOSTKA.

Wprowadzamy do wykładu dwa nowe wyrazy: liczba i jednostka, podając w tej pogadance oile można elementarne ich pojęcie, zastosowane do stopnia rozwinięcia uczniów.

Nauczyciel kręśli na tablicy jakikolwiek  znak, którego dotąd nie używał, naprzykład trójkąt, i powiada: widzicie na tablicy trzy kręski, końcami z sobą połączone. Ten rysunek nazywa się trójkątem.

△ △ △ △ △

△ • + ○ —

Nauczyciel kręśli na tablicy w jednym rzędzie pięć trójkątów i zapytuje: co nakręśliłem w tym rzędzie?

U. Pięć trójkątów. N. Te trójkąty są jednakowe.

Nauczyciel kręśli podspodem w drugim rzędzie pięć przedmiotów rozmaitych i zapytuje: co nakręśliłem w drugim rzędzie? U. Pan nakręślił: trójkąt, kropkę, krzyżyk, kółko i kręskę. N. Czy rysunki umieszczone w tych dwu rzędach różnią się od siebie? U. Różnią się od siebie: w pierwszym rzędzie mamy pięć rzeczy jednakowych, a w drugim rzędzie mamy pięć rzeczy rozmaitych. N. Dlaczego mówicie, że w pierwszym rzędzie są rzeczy jednakowe? U. Bo każda z nich jest trójkątem. N. Otóż: zbiór rzeczy jednakowych, stanowi liczbę. Każda zaś jedna rzecz, z których ta liczba się składa, nazywa się jednostką téj liczby. Rzeczy, zebrane w pierwszym rzędzie, przedstawiają liczbę, której jednostką jest trójkąt. Rzeczy nagromadzone w drugim rzędzie nie stanowią liczby.

N. Mówię: Staś dostał na imieniny od Ojca cztery ołówki; powiedzcie, co tu jest liczbą? U. Cztery ołówki. N. Co jest jednostką téj liczby? U. Jeden ołówek, albo krócej: ołówek.

N. Ojciec Adasia ma na stajni pięć koni. Powiedzcie, co tu jest liczbą? U. Pięć koni. N. Co jest jednostką téj liczby? U. Jeden koń, albo krócej: koń.

N. Zosia podczas świąt przeczytała sześć powiastek. Co tu jest liczbą? U. Sześć powiastek. N. A co tu jest jednostką? U. Jedna powiastka, krócej: powiastka.

§ 31. SIEDEM.

• • • • • Nauczyciel kręśli sześć kropek i obok nich jeszcze jedną kropkę. Co jest na tablicy? U. Sześć kropek i jedna kropka. N. Zamiast: sześć kropek i jedna kropka, mówi się krócej: siedem kropek. Uczniowie powtarzają: siedem kropek.

N. Jak nazwiecie te siedem kropek razem zebranych? U. Nazwiemy liczbą. N. Co jest jednostką tej liczby? U. Jedna kropka; krócej: kropka.

N. Tydzień ma dni siedem. Sazeń ma stóp angielskich siedem. (Tu należy pokazać stopę angielską.)

N. Wyrazy: Katedra, Jadwiga, Kajetan, kolebka po ile mają liter?

Nauczyciel pokazuje pokolei każdą kropkę i mówi: pierwsza kropka, druga, trzecia i t. d., ostatnia nazywa się siódmą kropką. Następnie zadaje uczniom takie pytania: piąta kropka z lewej strony którą jest z prawej strony? czwarta od prawej ręki którą jest kropką od ręki lewej? i t. d.

N. Które litery są samogłoskami, a które spółgłoskami w wyrazach: Jadwiga, kolebka i t. d.?

§ 32. SZEŚĆ I JEDEN, SIEDEM BEZ JEDNEGO.

• • • • • | • N. Co widzicie na tablicy? U. Siedem kropek i króskę pomiędzy kropkami szóstą i siódmą. N. Widzicie, że liczba siedem kropek przedstawia jedną całość, która króską jest podzielona na dwie części; jedna część ma sześć kropek, a druga ma jedną kropkę. Jaką stąd wyprowadzicie prawdę? U. Sześć kropek i jedna kropka jest razem siedem kropek.

N. Gdyby zamiast kropek były kółka, jakbyście powiedzieli? U. Sześć kółek i jedno kółko jest siedem kółek. N. Gdyby zamiast kropek były trójkąty, jakbyście powiedzieli? U. Sześć trójkątów i jeden trójkąt—razem jest siedem trójkątów. N. Wiecie, że kropka jest jednostką dla liczb: sześć kropek i siedem kropek, kółko jest jednostką dla liczb: sześć kółek i siedem kółek, trójkąt jest jednostką dla liczb: sześć trójkątów i siedem trójkątów; więc powiedzcie tę prawdę tak, żeby ona się zarówno stosowała do liczby kropek, kółek i trójkątów. U. Sześć jednostek i jedna jednostka jest siedem jednostek.

N. W tych przykładach jednostką była albo kropka, albo kółko, albo trójkąt; to jest jednostka miała nazwę, czyli miano. Dlatego liczby: sześć kropek, siedem kółek i t. d. nazywają się liczbami mianowanymi. Jeżeli zaś, wymawiając liczbę, niewyszczególniamy miana jęj jednostki, to wtedy liczba nazywa się liczbą niemianowaną, a jednostka jęj nazywa się jednością. Jak więc ostatnią prawdę można jeszcze wypowiedzieć? Sześć jedności i jedna jedność jest siedem jedności.

N. Czy prawdę tak powiedzianą można zastosować do liczby: książek, okien, koni, domów, drzew i t. d. U. Można. N. Powiedzcie zadanie, którego rozwiązanie byłoby zastosowaniem tęj prawdy do liczby książek. U. Władzio oddał do oprawy na początku miesiąca sześć książek, a w końcu miesiąca jedną książkę. Ile książek dał Władzio do oprawy w ciągu tego miesiąca?

N. Powiedzcie inne prawdy, przedstawione na tym rysunku, używając wyrazu jedność zamiast wyrazu kropka.

U. Jedna jedność i sześć jedności jest siedem jedności. Siedem jedności bez jednej jedności jest sześć jedności. Siedem jedności bez sześciu jedności jest jedna jedność.

(Do każdej z wymienionych prawd nauczyciel dobierze stosowne zadania.)

§ 33. PIĘĆ I DWA, CZTERY I TRZY,...

• • • • • | • •
• • • • • | • • •

Nauczyciel kręśli na tablicy po kolei te dwie figury; uczniowie, mając na względzie, że każda z nich przedstawia liczbę siedem jedności, rozłożoną zapomocą kręski na dwie części, wyprowadzają odpowiednie prawdy, posługując się wszędzie wyrazem jedność, zamiast wyrazu kropka.

Przypuśćmy, że uczniowie doszli skolei do następującej prawdy: siedem jedności bez trzech jedności to cztery jedności. Nauczyciel wówczas zapytuje: kto z was powie zadanie, którego rozwiązanie polega na tej prawdzie? Uczniowie oświadczają swoją gotowość, nauczyciel jednemu z nich dozwala mówić.

U. Adaś i Staś ofiarowali na wsparcie dla pogrzelców siedem złotych. Adaś dał trzy złote; ile złotych dał Staś? N. Powiedz: ile? U. Siedem złotych bez trzech, to jest cztery złote.

§ 34. SIÓDMA CZĘŚĆ.

• | • | • | • | • | • | •

Nauczyciel kręśli na tablicy siedem kropek i pomiędzy każdymi dwiema kręskę. N. Co widzicie na tablicy? U. Widzimy siedem kropek, które nam przedstawiają siedem

jedności, i pomiędzy każdymi dwiema kropkami po jednej kręsce.

N. Te siedem jedności razem stanowią jedną całość. Na ile części te siedem jedności są podzielone?

U. Na siedem części. N. Czy te części są równe?

U. One są równe, bo każda ma po jedności. N. Jeżeli jakąkolwiek całość podzielimy na części równych siedem, to każda część nazywa się siódmą częścią tej całości. Tutaj całością, podzieloną na równych części siedem, jest liczba siedem jedności; więc: siódma część siedmiu jedności jest jedność.

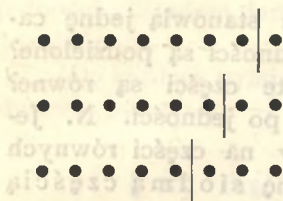
N. Siedmiu uczniów za staranne pisanie dostało od nauczyciela w upominku siedem obsadek. Ile obsadek dostał każdy z uczniów? U. Każdy z siedmiu uczniów dostał siódmą część siedmiu obsadek, to jest jedną obsadkę.

§ 35. O S I E M.

• • • • • Nauczyciel kręśli na tablicy siedem kropek i obok jeszcze jedną kropkę. Co jest na tablicy? U. Siedem kropek i jedna kropka. N. Wiecie, że kropka przedstawia nam jedność; powiedzcie więc teraz inaczej: co jest na tablicy? U. Siedem jedności i jedna jedność. N. Zamiast: siedem jedności i jedna jedność, mówi się krócej: osiem jedności. Ostatnia kropka w tym szeregu nazywa się ósmą kropką i przedstawia ósmą jedność.

Wyraz: karabela z ilu się składa liter? U. Z ósmiu liter. N. Które tu litery są samogłoskami, a które spółgłoskami? które tu litery są jednakowe? Uczniowie odpowiadają.

§ 36. SIEDEM I JEDEN, SZEŚĆ I DWA, PIĘĆ I TRZY.

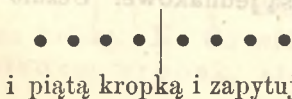


Nauczyciel kręśli pokolei każdą z umieszczonych tu trzech figur. Uczniowie, po nakręśleniu każdej figury, wyszczególniają od powiednie prawdy, stosując je jak zwykle, do rozwiązywania zadań, ułożonych przez nauczyciela lub samych uczniów pod jego kierunkiem. Ostatnia naprzykład figura poda materyjał do następującej pogadanki.

N. Co widzicie? U. Widzimy osiem kropek, podzielone kręską na dwie części: pięć kropek i trzy kropki. N. Jeżeli my te części znowu połączymy razem, to co otrzymamy? U. Otrzymamy znowu całość, to jest osiem kropek. N. Jakie stąd wynikają prawdy? U. Pięć jedności i trzy jedności jest osiem jedności, albo: trzy jedności i pięć jedności jest osiem jedności. N. Co zostanie, jeżeli od całości, złożonej z dwu części, oddzielimy jedną część? U. Zostanie druga część. N. Jakie stąd prawdy wypadają? U. Osem jedności bez trzech to pięć jedności, osiem jedności bez pięciu to trzy jedności.

Prawdy, wyczytane z trzech ostatnich figur, dostarczą materyjału do rozwiązywania dwunastu nowych zadań, których ułożenie pozostawiamy nauczycielowi lub uczniom pod jego kierunkiem.

§ 37. DWA BAZY CZTERY.



Nauczyciel kręśli osiem kropek, kręskę pomiędzy czwartą i piątą kropką i zapytuje uczniów: co jest po każdej stro-

nie kréski? U. Cztery kropki. N. Jaką stąd możecie wyprowadzić prawdę? U. Dwa razy po cztery jedności jest osiem jedności.

N. Jedna obsadka kosztuje cztery grosze; ile kosztują dwie takie obsadki? U. Dwa razy cztery grosze, to jest osiem groszy.

• • • • Nauczyciel układa osiem kropek we dwa
• • • • rzędy równe i zapytuje uczniów: co widzicie?
U. Widzimy dwa rzędy kropek. U. Co powiecie o tych
rzędach? U. Te rzędy są równe. N. Dlaczego? U. Bo
liczba kropek w jednym rzędzie jest taka sama, jak
i w drugim rzędzie.

N. Te dwa rzędy będziemy nazywali rzędami
podłużnymi, bo one się ciągną wzdłuż tablicy. Po-
wtórzcie teraz: co widzicie? U. Widzimy dwa rzędy
podłużne kropek, a w każdym rzędzie po cztery kropki.
N. Jaką prawdę wam ten rysunek przedstawia? U. Dwa
razy cztery jedności jest osiem jedności.
N. Więc ten rysunek przedstawia wam tę samą praw-
dę, co i poprzedni.

§ 38. CZTERY RAZY DWA.

• • • • N. Którakolwiek kropka w jednym rze-
• • • • dzie podłużnym i odpowiednia jęj kropka
w drugim rzędzie stanowią także rząd, który będziemy
nazywali rzędem poprzecznym. I tak: pierwsza
kropka pierwszego rzędu podłużnego i pierwsza
kropka drugiego rzędu podłużnego, stanowią pier-
wszy rząd poprzeczny, druga kropka pierwsze-
go rzędu podłużnego i druga kropka drugiego rze-
du podłużnego stanowią drugi rząd poprzeczny,
i t. d. Rzędów poprzecznych jest cztery; a że w każ-
dym są po dwie kropki, więc: cztery razy dwie

kropki to osiem kropek; czyli: cztery razy dwie jedności jest osiem jedności.

N. Oprawa jednej książki kosztuje dwa złote; ile kosztuje oprawa czterech książek? U. Cztery razy dwa złote, to jest osiem złotych.

§ 39. POŁOWA I CZWARTA CZĘŚĆ ÓSMIU.

• • • • N. Macie dwa równe rzędy podłużne
• • • • kropek, które razem stanowią jedną całość:
osiem kropek. Co powiecie o liczbie kropek, będących
w jednym rzędzie podłużnym? U. Liczba kropek, będących
w jednym rzędzie podłużnym, jest połową
ósmiu kropek. N. Ponieważ w jednym rzędzie podłużnym
są cztery kropki, więc: połowa ósmiu kropek
jest cztery kropki; albo: połowa ósmiu jedności
jest cztery jedności.

N. Ile rzędów poprzecznych tworzy na naszym rysunku te osiem kropek? U. Cztery rzędy. N. Liczba
kropek w każdym rzędzie poprzecznym jest jednakowa;
ta więc liczba kropek jaką jest częścią ósmiu kropek?
U. Jest czwartą częścią. N. A więc: czwarta część
ósmiu kropek jest dwie kropki; albo: czwarta część
ósmiu jedności jest dwie jedności.

N. Antoś ma osiem książek; połowa ich jest oprawna;
ile oprawnych książek ma Antoś? U. Antoś ma
oprawnych połowę ósmiu książek, to jest cztery książki.

N. Frania miała osiem kokardek i czwartą ich
część darowała Olesia. Ile kokardek dostała Olesia?
U. Olesia dostała czwartą część ósmiu kokardek, to
jest dwie kokardki.

§ 40. MIERZENIE.

N. Na stole stoją próżne karafka i szklanka. Staś napełnia szklankę wodą z dzbana i wlewa ją do karafki. Co jest w karafce? U. Szklanka wody. N. Staś znowu napełnia szklankę wodą z dzbana i wlewa ją do karafki. Co teraz jest w karafce? U. Dwie szklanki wody. N. Staś czynność tę powtarza np. siedem razy, i po wlaniu siódmej szklanki postrzega, że karafka jest pełna. Ile jest szklanek w karafce? U. Siedem szklanek.

N. Czy można jeszcze wlać wody do karafki? U. Nie można, bo karafka jest pełna. N. Czego się Staś dowiedział? U. Staś dowiedział się, że w karafce mieści się siedem szklanek wody. N. Inaczej można powiedzieć: w karafce szklanka wody mieści się siedem razy. Otóż: Staś wymierzył karafkę szklanką wody.

N. Tę karafkę można wymierzyć inaczej. Wiedzieć, że karafka jest pełna. Napełniamy szklankę wodą z karafki i tę wodę wylévamy napowrót do dzbana. Co zrobiliśmy? U. Wyleliśmy z karafki jedną szklankę wody. N. Powtórnie tę szklankę napełniamy wodą z karafki i znowu ją wylévamy do dzbana. Co zrobiliśmy? U. Wyleliśmy z karafki drugą szklankę wody. N. Czynność tę powtarzamy dotąd, dopóki wszystka woda nie będzie wylana z karafki. Ile razy wyleliśmy szklankę wody z karafki? U. Siedem razy. N. Tyle więc razy szklanka wody w tej karafce się mieściła.

N. Mierzenie więc karafki odbyło się dwoma sposobami: zapomocą nalévania szklanek wody do próżnej karafki i zapomocą wylévania ich z pełnej karafki. Gdyśmy mierzyli karafkę drugim sposobem, cośmy robili z wodą, będącą w karafce? U. Wylévaliśmy ją

wciąż do szklanki. N. To znaczy dzieliliśmy wodę będącą w karafce na części. Czy te części są równe? U. One są równe. N. Dlaczego? U. Bo każda napelnia tę samą szklankę. N. Otóż widzicie, że mierzenie karafki odbyło się tutaj zapomocą dzielenia wody, w niej będącej, na części równe, bo każda z nich napelniła szklankę. Mierzenie więc jakiegokolwiek całości jest dzieleniem jej na równe części.

Nauczyciel bierze patyczek i sznurek jednakowej długości, przykłada je tak do siebie, żeby końce ich przystawały, i mówi: widzicie że sznurek jest tak długi, jak patyczek; to jest: długość sznurka jest równa długości patyczka.

Następnie nauczyciel bierze ten sam patyczek i sznurek, dłuższy od patyczka np. cztery razy. Koniec patyczka przykłada do końca sznurka i pokazuje, że drugi koniec patyczka nie dosięga do drugiego końca sznurka. Powiada: sznurek jest dłuższy od patyczka, albo: długość sznurka jest większa od długości patyczka. Nawzajem: długość patyczka jest mniejsza od długości sznurka.

Nauczyciel mierzy sznurek patyczkiem i mówi: długość patyczka mieści się w długości sznurka cztery razy. Cośmy zrobili? U. Wymierziliśmy długość sznurka długością patyczka. N. Inaczej: sznurek podzieliliśmy na części, które są równe długości patyczka, i dowiedzieliśmy się, że tych części w długości całego sznurka jest cztery.

§ 41. CZTERY W ÓSMIU, DWA W ÓSMIU.

• • • •

• • • •

Nauczyciel kręśli na tablicy osiem kropek w dwu równych podłużnych rzędach

i zapytuje: co widzicie? U. Widzimy osiem kropek. N. Wymierzmy teraz liczbę osiem kropek liczbą cztery kropki; cztery kropki mieszczą się w jednym rzędzie podłużnym jeden raz, w drugim rzędzie podłużnym także jeden raz; więc w obudwu rzędach podłużnych: dwa razy. Powiadamy: w ósmiu kropkach cztery kropki mieszczą się dwa razy. Albo, jak powiecie inaczej (kropka oznacza jedność)? U. W ósmiu jednościach cztery jedności mieszczą się dwa razy.

N. Wymierzmy teraz osiem kropek dwiema kropkami. Liczba dwie kropki mieści się w pierwszym rzędzie poprzecznym jeden raz, w drugim rzędzie poprzecznym także jeden raz i t. d. Rzędów poprzecznych jest cztery, więc: w ósmiu kropkach dwie kropki mieszczą się cztery razy; albo: w ósmiu jednościach dwie jedności mieszczą się cztery razy.

N. Ile kajetów kupił uczeń za osiem kopiejek, jeżeli każdy kajet kosztuje cztery kopiejki? U. Uczeń kupił tyle kajetów, ile razy w ósmiu kopiejkach mieszczą się cztery kopiejki. W ósmiu kopiejkach cztery kopiejki mieszczą się dwa razy; więc uczeń kupił dwa kajety.

N. Ile służąca kupiła bułeczek za osiem groszy, jeżeli każda bułeczka kosztuje dwa grosze? U. Cztery bułeczki. N. Dlaczego? U. Bo w ósmiu groszach dwa grosze mieszczą się cztery razy.

§ 42. POWTÓRZENIE.

• • • Nauczyciel kręśli sześć kropek w dwu równych podłużnych rzędach i zapytuje uczniów: czy możecie z tego rysunku wyczytać prawdy podobne do

tych, któreście wyczytali z rysunku poprzedniego? U. Możemy. N. Powiedzcie je. U. Mamy dwa rzędy podłużne, w każdym po trzy kropki, więc: dwa razy trzy jedności jest sześć jedności. Mamy trzy rzędy poprzeczne, w każdym po dwie kropki, więc: trzy razy dwie jedności jest sześć jedności. Trzy kropki, umieszczone w jednym rzędzie podłużnym, są połową wszystkich kropek, więc: połowa sześciu jedności jest trzy jedności, i t. d.

§ 43. JEDNOŚĆ W DWU, TRZECH,... JEDNOŚĆ W JEDNOŚCI,
DWA W DWU,...

N. Powiedzcie teraz bez pomocy rysunku: ile razy jedna jedność mieści się w dwu jednościach? U. Dwa razy. N. Jedna jedność w trzech jednościach? U. Trzy razy. N. Jedna jedność w czterech jednościach? U. Cztery razy. N. Jedna jedność w ośmiu jednościach? U. Osiem razy.

N. Jabłko kosztuje jeden grosz. Ile jabłek można kupić za pięć groszy? U. Pięć jabłek. N. Dlaczego? U. Bo w pięciu groszach jeden grosz mieści się pięć razy. N. Ile jabłek za sześć groszy? U. Sześć jabłek.

N. Ile razy jeden łokieć mieści się w jednym łokciu? U. Jeden raz. N. Jakakolwiek jednostka mieści się w takiej samej jednostce jeden raz. To jest: jedność w jedności mieści się jeden raz.

N. Ile razy dwa grosze mieszczą się w dwu groszach? U. Jeden raz. N. Ile razy trzy łokcie mieszczą się w trzech łokciach? U. Jeden raz. I t. d. N. Jakakolwiek liczba jednostek w tej samej liczbie takich samych jednostek mieści się jeden raz. To jest: jaka-

kolwiek liczba jedności w téj saméj liczbie jedności mieści się jeden raz.

N. Kałamarz kosztuje sześć kopiejek. Janek ma sześć kopiejek; ile on może kupić kałamarzy za swoje pieniądze? U. Jeden kałamarz. N. Dlaczego? U. Bo liczba kopiejek, oznaczająca cenę kałamarza, w liczbie kopiejek, które ma Janek, mieści się jeden raz.

§ 44. DZIEWIĘĆ.

• • • • • Nauczyciel kręśli na tablicy osiem kropek i obok jeszcze jedną kropkę. Co jest na tablicy? U. Osiem kropek i jedna kropka. N. Zamiast osiem kropek i jedna kropka, krócej się mówi: dziewięć kropek.

N. Jak nazwiecie ostatnią kropkę? U. Ostatnią nazwiemy dziewiątą kropką.

N. Każda kropka przedstawia jedność, więc jak jeszcze powiecie: co jest na tablicy? U. Dziewięć jedności.

• • • • • | • Nauczyciel, położywszy kręskę po ósméj, siódméj, szóstej i piątéj kropce, otrzymuje cztery figury, z których każda jest dla uczniów wizerunkiem nowych prawd. Ostatnia naprzykład figura przedstawia prawdy następujące:

Pięć jedności i cztery jedności jest dziewięć jedności.

Cztery jedności i pięć jedności jest dziewięć jedności.

Dziewięć jedności bez czterech jedności jest pięć jedności.

Dziewięć jedności bez pięciu jedności jest cztery jedności.

Nauczyciel, lub uczniowie pod jego kierunkiem układają zadania, zastosowane do tych prawd. Baczyc tylko należy, żeby te zadania były praktyczne i zajmujące dla dzieci, to jest, żeby były brane z ich otoczenia.

§ 45. TRZY RAZY TRZY, TRZECIA CZĘŚĆ DZIEWIĘCIU.

• • • Nauczyciel kręśli na tablicy dziewięć kropek w porządku, wskazanym na figurze i zapytuje: Jak te dziewięć kropek są ułożone? U. One są ułożone w trzy rzędy podłużne równe, w każdym po trzy kropki. N. Ile jest rzędów poprzecznych? U. Rzędów poprzecznych jest trzy, a w każdym po trzy kropki. N. Jakie prawdy z tego rysunku możecie wyczytać?

U. Trzy razy po trzy jedności jest dziewięć jedności.

Trzecia część dziewięciu jedności jest trzy jedności.

Trzy jedności w dziewięciu jednościach mieszczą się trzy razy.

N. W trzech sążniach ile jest łokci? U. Dziewięć łokci. N. Dlaczego? U. Jeden sążeń ma łokci trzy, więc trzy sążnie mają trzy razy po trzy łokcie, to jest dziewięć łokci.

N. W ogrodzie jest dziewięć grząd; trzecią część tych grząd zajmują ogórki. Na ilu grzędach rosną ogórki? U. Na trzech grzędach. N. Dlaczego? U. Bo trzecia część dziewięciu grząd jest trzy grzędy.

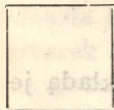
N. Ilu ubogim można rozdać dziewięć groszy, jeżeli zamierzamy każdemu dać po trzy grosze? U. Trzem ubogim. N. Dlaczego? U. Bo w dziewięciu groszach trzy grosze mieszczą się trzy razy.

§ 46. KWADRAT I LICZBA KWADRATOWA.

Nauczyciel bierze książkę oprawną do ręki i pomału odkrywa jej kartę tytułową, mówiąc: widzicie, że wierzchnia połowa oprawy odchyła się od karty tytułowej. Później, zamykając powoli książkę, mówi: teraz wierzchnia połowa oprawy nachyla się do karty tytułowej.

Następnie otwierając drzwi, mówi: drzwi odchylają się od ściany; zamykając je powiada: a teraz drzwi nachylają się do ściany.

Nauczyciel jednemu z uczniów daje dwa patyczki i powiada: trzymaj je tak, żeby się końcami stykały i były w jednej linii prostej. Uczeń to robi; nauczyciel sprawdza za pomocą linii. N. Nachylaj je powoli do siebie. Uczeń je nachyla. N. Dosyć. Trzymaj teraz te patyczki, niezmieniając ich nachylenia. Nauczyciel daje drugiemu uczniowi także dwa patyczki i mówi: nachyl swoje dwa patyczki taksamo, jak tamte są nachylone. Nauczyciel, zwracając się do innych uczniów, mówi: widzicie, że te dwa patyczki są nachylone do siebie taksamo, jak i tamte.



Nauczyciel kręśli na tablicy kwadrat i zapytuje uczniów: co widzicie na tablicy? U. Widzimy cztery linije równe, końcami z sobą połączone. N. Co jeszcze o tych linijach możecie powiedzieć? U. One są do siebie jednakowo nachylone. N. Jeżeli cztery linije równe są końcami ze sobą połączone i jednakowo do siebie nachylone, to tworzą rysunek (albo figurę), który się nazywa kwadratem.

Nauczyciel pokazuje uczniom kwadrat, wycięty z papieru; sprawdza, że brzegi są równe i ich nachylenie jest jednakowe. Później zapytuje: jak ten kawałek papieru

można nazwać? U. Można go nazwać kwadratem. N. Dlaczego? U. Bo brzegi jego są równe i jednakowo do siebie nachylone.



Nauczyciel kręśli na tablicy obok siebie trzy kwadraty, podspodem znowu trzy kwadraty i nareszcie pod tymi ostatnimi jeszcze trzy kwadraty. Następnie zapytuje uczniów: co widzicie na tablicy? U. Dziewięć kwadratów. N. Co o nich możecie powiedzieć? U. Z tych dziewięciu kwadratów utworzył się jeden kwadrat.

N. Otóż, liczba dziewięć jest taką liczbą, że jeżeli każda jej jedność przedstawia kwadrat, to z tych kwadratów da się ułożyć jeden kwadrat; dlatego nazywa się ona liczbą kwadratową, albo kwadratem.



Jeszcze jedna ze znanych wam liczb jest kwadratem, mianowicie liczba cztery, bo jeżeli każdą jej jedność przedstawimy w postaci kwadratu, to z tych czterech kwadratów można ułożyć jeden kwadrat, jak to widzicie na tablicy.

§ 47. LICZBY RÓWNE.

N. Kostuś i Franuś mają orzechy i kładą je na stole.

Orzechy Kostusia • • • • •

Orzechy Franusia • • • • •

Ile Kostuś ma orzechów? U. Kostuś ma siedem orzechów. N. Ile Franuś ma orzechów? U. Franuś ma siedem orzechów. N. Widzicie, że Kostuś ma tyle orzechów, ile Franuś; albo: liczba orzechów Kostusia jest równa liczbie orzechów Franusia.

Można powiedzieć i odwrotnie: Franuś ma tyle orzechów, ile Kostuś; albo: liczba orzechów Franusia jest równa liczbie orzechów Kostusia.

N. Zosia i Kasia mają śliwki i kładą je na stole.

Śliwki Zosi • • • • • • • • • •

Śliwki Kasi • • • • • • • • • •

Po ile każda z nich ma śliwek? U. Po dziewięć śliwek. N. Co powiecie o liczbach ich śliwek. U. Liczba śliwek Zosi jest równa liczbie śliwek Kasi, albo: liczba śliwek Kasi jest równa liczbie śliwek Zosi.

N. Adaś ma osiem książek i Bolesław ma osiem książek. Co powiecie o liczbach ich książek? U. Liczba książek Adasia jest równa liczbie książek Bolesława.

N. Zosia trzyma w jednej ręce pięć róż; Jagusia trzyma w prawej ręce dwie róże, a w lewej trzy róże. Co powiecie o liczbach róż Zosi i Jagusi? U. Liczba róż Zosi jest równa liczbie róż Jagusi. N. Dlaczego? U. Jagusia ma trzy i dwie róże, razem pięć róż; a Zosia ma także pięć róż.

N. Kazio ma siedem gruszek; Staś miał osiem gruszek, ale zjadł jedną. Co powiecie o liczbach gruszek Kazia i Stasia, które oni teraz mają? U. Liczby ich gruszek są równe. N. Dlaczego? U. Staś ma teraz osiem gruszek bez jednej, to jest siedem gruszek, a więc tyle, co i Kazio.

N. Oleś kupił kajet za osiem groszy; Ignas kupił dwa ołówki i za każdy zapłacił po cztery grosze. Co powiecie o liczbach groszy, wydanych przez Olesia i Ignasia? U. Te liczby groszy są równe. N. Dlaczego? U. Oleś wydał osiem groszy, Ignas wydał dwa razy po cztery grosze, to jest także osiem groszy.

§ 48. LICZBY NIERÓWNE.

N. Oleś i Staś mają jabłka i kładą je na stole.

Jabłka Olesia • • • • •

Jabłka Stasia • • • • •

N. Ile Oleś ma jabłek? U. Oleś ma pięć jabłek.

N. Ile Staś ma jabłek? U. Staś ma siedem jabłek.

N. Czy Staś ma tyle jabłek, ile Oleś? U. Nie. Staś ma tyle jabłek, ile Oleś, i nadto dwa jabłka.

N. To, coście powiedzieli, można jeszcze inaczej tak wyrazić: Staś ma więcej od Olesia o dwa jabłka, albo: liczba jabłek Stasia jest większa od liczby jabłek Olesia o dwa jabłka. Uczniowie powtarzają.

N. A co powiecie o jabłkach Olesia? U. Oleś ma tyle jabłek, ile ma Staś, bez dwu jabłek. N. Można to samo inaczej tak powiedzieć: Oleś ma mniej od Stasia o dwa jabłka, albo: liczba jabłek Olesia jest mniejsza od liczby jabłek Stasia o dwa jabłka.

N. Marynia i Helcia mają gruszki i kładą je na stole.

Gruszki Maryni • • • • •

Gruszki Helci • • • • •

N. Co powiecie o gruszkach Helci? U. Helcia ma tyle gruszek, ile Marynia, i jeszcze trzy gruszki; albo: Helcia ma więcej od Maryni o trzy gruszki; albo: liczba gruszek Helci jest większa od liczby gruszek Maryni o trzy gruszki.

N. A co powiecie o gruszkach Maryni? U. Marynia ma tyle gruszek, ile Helcia, bez trzech gruszek; albo: Marynia ma mniej od Helci o trzy gruszki; albo: liczba gruszek Maryni jest mniejsza od liczby gruszek Helci o trzy gruszki.

N. Kapelusz kosztuje osiem złotych, a czapka pięć złotych. Porównajcie ceny kapelusza i czapki

i powiedzcie, o ile jedna jest większa, albo mniejsza od drugiej. U. Cena kapelusza jest większa od ceny czapki o trzy złote. Cena czapki jest mniejsza od ceny kapelusza o trzy złote.

N. W kościele jest dziewięć obrazów, a w kaplicy są trzy obrazy. Gdzie jest więcej i o ile więcej? U. W kościele jest więcej, niż w kaplicy, o sześć obrazów. N. Gdzie jest mniej i o ile obrazów jest mniej? U. W kaplicy jest mniej, niż w kościele, o sześć obrazów.

§ 49. LICZBY JEDEN, DWA,..., DZIEWIĘĆ, JAKO LICZBY NIERÓWNE.

Nauczyciel kręśli na tablicy jedną kropkę, podspodem w drugim rzędzie dwie kropki, w trzecim rzędzie trzy kropki, i t.d., w dziewiątym rzędzie dziewięć kropek.

N. W ilu rzędach kropki są narysowane? U. W dziewięciu rzędach. N. Wiecie, że kropka wyobraża nam jedność, więc co

wam te rzędy kropek przedstawiają? U. One przedstawiają liczby.

N. Nazwijcie pokolei liczby, oznaczone kropkami. U. Jeden, dwa, trzy i t. d., dziewięć.

N. O ile liczba dwa jest większa od jedności? U. O jedną jedność. N. O ile jedności trzy jest większe

od dwu? U. O jedną jedność. I t. d. N. Oile dziewięć jest większe od ósmiu? U. O jedną jedność.

N. Jakbyście to powiedzieli ogólnie? U. Każda z tych liczb jest większa od poprzedzającej ją liczby o jedną jedność.

N. Oile osiem jest mniejsze od dziewięciu? U. O jedną jedność.

N. Oile siedem jest mniejsze od ósmiu? U. O jedną jedność. I t. d.

N. Jak to powiecie ogólnie? U. Każda z tych liczb jest mniejsza od następującej po niej o jedną jedność.

N. Znajdźcie liczbę, większą od sześciu o dwie jedności. U. Sześć i dwa jest osiem jedności; taką więc liczbą jest osiem.

N. Jaka liczba jest mniejsza od dziewięciu o cztery jedności? U. Dziewięć jedności bez czterech jedności jest pięć jedności; a więc pięć.

N. Staś napisał trzy stronnice kaligrafii, Oleś napisał o dwie stronnice więcej; ile stronnice napisał Oleś? U. Pięć stronnice.

N. W jednej stajni jest dziewięć koni, w drugiej o dwa konie mniej; ile jest koni w drugiej stajni? U. Siedem koni.

N. Co otrzymacie, powiększywszy liczbę trzy jedności o cztery jedności? U. Siedem jedności.

N. Co otrzymacie, zmniejszywszy liczbę osiem jedności o dwie jedności? U. Sześć jedności.

N. Znajdźcie liczbę, większą od siedmiu, ale mniejszą od dziewięciu. U. Osiem.

N. Wyliczcie liczby większe od dwu, ale mniejsze od ósmiu. U. Trzy, cztery, pięć, sześć i siedem.

N. Wymieńcie wszystkie liczby, zawarte pomiędzy liczbami trzy i siedem.

N. Jakie liczby są zawarte między liczbami: dwa i dziewięć?

ROZDZIAŁ II

CYFRY I LICE

§ 50. CYFRY

N. Wojciech zobowiązał się przywieźć z lasu do dworu dalszego ten drewno opałowego. Był niechętny więc dla pamięci, po przywiezieniu kłębów tutej, zaczął kłęb na ścianie drzewki jedną kropkę. A gdy nakonec dołożył się na ścianie dalszego kłęb, dowiedział się tym sposobem, że już skończył robotę, której się podjął. Widzieć to i my dla oznaczenia liczb używaliśmy dotąd tego samego sposobu, co nasz Wojciech niepiśmienny. Ludzie piśmienni od początku swych czasów posiadają dla oznaczenia liczb właściwe znaki, które teraz poznacie. Znaki te nazywają się

cyframi.

W tej tabliczce liczb byłoby jedno do dwudziestu przedstawione dwoma sposobami: za pomocą kropki i cyfry.

1	.
2	..
3	...
4	
5	
6	
7	
8	
9	

ROZDZIAŁ II.

CYFRY I ZNAKI.

§ 50. CYFRY.

N. Wojciech zobowiązał się przywieść z lasu do dworu dziewięć fur drzewa opałowego. Był niepiśmienny; więc dla pamięci, po przywiezieniu każdej fury, znaczył krédą na ścianie drwarki jedną kropkę. A gdy nakoniec doliczył się na ścianie dziewięciu kropek, dowiedział się tym sposobem, że już ukończył robotę, której się podjął. Widzicie, że i my dla oznaczenia liczby używaliśmy dotąd tego samego sposobu, co nasz Wojciech niepiśmienny. Ludzie piśmienni od bardzo dawnych czasów posiadają dla oznaczenia liczb właściwe znaki, które teraz poznacie. Znaki te nazywają się cyframi.

•	1
• •	2
• • •	3
• • • •	4
• • • • •	5
• • • • • •	6
• • • • • • •	7
• • • • • • • •	8
• • • • • • • • •	9

W tej tabliczce liczby od jedności do dziewięciu są przedstawione dwoma sposobami: za pomocą kropek i za pomocą cyfr.

Jeżeli wam teraz powiem: przedstawcie liczbę osiem tak, jakżeście to dotąd robili, co zrobicie? U. Narysujemy

tyle kropek, ile ta liczba ma jedności. N. Jeżeli zaś wam każę napisać liczbę osiem, co zrobicie? U. Napiszemy cyfrę 8, oznaczającą tę liczbę. I t. d.

§ 51. POWTÓRZENIE ROZDZIAŁU I-GO PRZY UŻYCIU CYFR.

Dla wprawy w pisanu cyfr, uczniowie powinni pod okiem nauczyciela wypisywać wszystkie prawdy, wyprowadzone z rysunków w paragrafach 7, 9, 16, 21, 22, 25, 26, 33, 36, 38, 42, 43 i 44, posługując się wszędzie cyframi dla oznaczenia liczb. Podajemy wzór tego powtórzenia na jednym z rysunków §-u 43 i na jednym §-u 42.

N. Narysujcie na swoich tabliczkach 9 kropek i połączcie krótką kreską pomiędzy kropkami 6-tą i 7-mą. Uczniowie rysują. N. Na ile części liczba 9 jest podzielona i jaką liczbą jest każda część? Uczniowie odpowiadają. N. Jeżeli wszystkie części jakiejkolwiek całości znowu ze sobą połączymy, to co otrzymamy? U. Otrzymamy całość. N. Napiszcie prawdy, które z tego rysunku wypadają. Uczniowie piszą:

6 i 3 jest 9; 3 i 6 jest 9.

N. A jeżeli od całości, rozłożonej na dwie części, odejmiemy jedną, co zostanie? U. Zostanie druga część. N. Napiszcie więc jeszcze prawdy, z tego rysunku wypadające. Uczniowie piszą:

9 bez 3 jest 6; 9 bez 6 jest 3.

• • • • Na tym rysunku macie teraz 8 kropek,
• • • • narysowanych w dwu równych rzędach podłużnych; każdy rząd, jak wiecie, jest częścią liczby 8. Napiszcie prawdy, które z tego rysunku wypadają. Uczniowie piszą:

2 razy 4 jest 8; połowa 8-u jest 4;
4 w 8-u mieści się 2 razy.

N. Macie tu jeszcze cztery równe rzędy poprzeczne; każdy z nich jest częścią liczby 8. Napiszcie prawdy, które stąd wynikają. Uczniowie piszą:

4 razy 2 jest 8; czwarta część 8-u jest 2;
2 w 8-u mieści się 4 razy.

§ 52. Z N A K I.

Nauczyciel pisze na tablicy:

Cztery i trzy jest siedem.

N. Ile tu jest wyrazów? U. Pięć wyrazów. N. Które wyrazy oznaczają liczby? U. Cztery, trzy, siedem. N. Zastąpimy te wyrazy odpowiednimi cyframi. Nauczyciel pisze na tablicy:

4 i 3 jest 7.

N. Jakie tu jeszcze wyrazy pozostały? U. Pozostały dwa wyrazy: *i* i *jest*. N. W nauce rachunków i te wyrazy mają właściwe sobie znaki. Mianowicie, wyraz *i* oznacza się znakiem:

+

wyraz *jest* oznacza się znakiem:

=

Otóż, kładąc zamiast wyrazów: *i*, *jest* odpowiednie im znaki, otrzymujemy:

$4+3=7$.

Nauczyciel pisze na tablicy:

dziewięć bez dwu jest siedem

i dodaje: wyrazy, które oznaczają liczby, zastąpimy odpowiednimi cyframi. Pisze na tablicy:

9 bez 2 jest 7.

N. Jakie tu jeszcze pozostały wyrazy? U. *bez, jest*

N. Wyraz *bez* w rachunku zastępuje się znakiem:

—

Już wiecie, jak się oznacza wyraz *jest*; więc powyższa prawda zapomocą znaków rachunkowych tak się wyrazi:

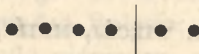
$$9 - 2 = 7.$$

N. Prawda, wyrażona za pomocą cyfr i znaków odpowiednich, nazywa się w nauce rachunków *wzorem rachunkowym*, albo krócej *wzorem* (formułą).

§ 53. UKŁADANIE ZADAŃ POPRZEDNICH WE WZORY.

Podobnie, jak w paragrafie 50-ym, uczniowie kręślą na tabliczkach figury (patrz paragrafy: 7, 9, 14, 21, 22, 25, 26, 33, 36 i 43) i pod każdą piszą odpowiednie wzory.

Po nakręśleniu naprzykład figury:



należy pod nią podpisać wzory:

$$4 + 2 = 6; \quad 2 + 4 = 6; \quad 6 - 2 = 4; \quad 6 - 4 = 2.$$

Następnie nauczyciel powtarza zadania, w poprzednich paragrafach rozwiązane, lub układa nowe, na wzór tamtych, ale wymagając, aby uczniowie wyrażali odpowiedzi zapomocą stosownych wzorów. Naprzykład: N. Uczeń w jednym tygodniu nauczył się 4 bajeczki, a w drugim 5 bajeczek, to jest 9 bajeczek. N. Napiszcie wzór, któryby wam posłużył do rozwiązania tego zadania. Uczniowie piszą:

$$4 + 5 = 9.$$

N. Jeżeli ten wzór zastosujemy do poprzedniego zadania, to co w nim oznaczać będzie każda jedność

liczb 4, 5 i 9? U. Każda jedność oznaczać będzie jedną bajeczkę. N. Chcąc to wyraźnie zaznaczyć w samym wzorze, napiszemy go tak:

$4 \text{ bajeczki} + 5 \text{ bajeczek} = 9 \text{ bajeczkom},$
albo: $4 \text{ b.} + 5 \text{ b.} = 9 \text{ b.},$
gdzie, przez skrócenie, litera b., położona po cyfrach, oznacza wyraz: bajeczka.

N. A jeżeli jednością jest 1 sążeń, to jak ten wzór napiszecie: Uczniowie piszą:

$$4 \text{ sążnie} + 5 \text{ sążni} = 9 \text{ sążniom}.$$

N. Żeby nie tracić czasu na pisanie całego wyrazu sążeń, oznaczmy go początkową literą tego wyrazu: s.; otrzymamy wzór:

$$4s. + 5s. = 9s.$$

N. Ułóżcie teraz zadanie, zastosowane do tego wzoru. U. (np.) Kopano na łące rów w ciągu dwu dni; w pierwszym dniu wykopano 4 sążnie, a w drugim 5 sążni: jaka jest długość rowu wykopanego?

§ 54. WYRAZY: WIĘCEJ, MNIĘJ, RÓWNA SIĘ.

Nauczyciel pisze na tablicy wzór:

$$4 + 5 = 9.$$

i mówi do uczniów: przeczytajcie ten wzór. Uczniowie czytają: 4 jedności i 5 jedności jest 9 jedności. N. Co należy zrobić z liczbą 4, żeby mieć 9? U. Należy ją powiększyć o 5 jedności. N. Więc wzór ten można i tak przeczytać:

Liczba 4 powiększona o liczbę 5 równa się liczbie 9; krócej:

$$4 \text{ więcej } 5 \text{ równa się liczbie } 9.$$

Widzicie, że znak + można przeczytać trzema sposobami:

i, powiększona o, więcej.
Znak = można przeczytać dwoma sposobami:
jest, równa się;

z tego powodu znak = nazywa się znakiem równości.

Nauczyciel pisze na tablicy wzory:

$$3+2=5, \quad 4+3=7, \quad 8+1=9 \text{ i t. d.}$$

Uczniowie każdy z tych wzorów czytają trzema sposobami.

N. Staś ma sakiewkę o dwu przedziałkach: w jednej przedziałce jest 5 groszy, a w drugiej 3 grosze. Bolesław trzyma w ręku 8 groszy. Co powiecie o pieniądzach Stasia i Bolesława? U. Liczba groszy Stasia równa się liczbie groszy Bolesława. N. Napiszcie, ile groszy ma Staś, ale tak, żeby można było widzieć, że jego pieniądze składają się z dwu części. Uczniowie piszą:

5g.+3g. N. Napiszcie, ile groszy ma Bolesław? Uczniowie piszą: 8g. N. Napiszcie, że Staś ma tyle groszy co Bolesław. Uczniowie piszą: 5g.+3g. = 8g.

N. Coście napisali przed znakiem równości? U. Pieniądze Stasia: 5g.+3g. N. Coście napisali po znaku równości? U. Pieniądze Bolesława: 8g. N. A jak napisać, że Bolesław ma tyle pieniędzy, co i Staś?

Uczniowie piszą: 8g. = 5g. + 3g.

N. Otóż widzicie, że wzór: 5g. + 3g. = 8g. można zastąpić przez wzór: 8g. = 5g. + 3g. Obadwa te wzory przedstawiają jedną i tę samą prawdę, mianowicie, że liczba 8, jako całość, składa się z dwu części: 5 i 3. Tylko że w pierwszym wzorze dane są części: 5 i 3, a my łączymy je w całość 8; w drugim zaś wzorze dana jest całość 8, a my ją rozkładamy na części: 5 i 3.

Nauczyciel pisze na tablicy wzór:

$$8 - 5 = 3$$

i każe go przeczytać jednemu z uczniów. U. 8 jedności bez 5-u jedności jest 3 jedności. N. Coście zrobili

z liczbą 8 jedności, żeby mieć 3 jedności? U. Zmniejszyliśmy ją o 5 jedności. N. Więc wzór ten można tak jeszcze przeczytać:

Liczba 8 jedności, zmniejszona o 5 jedności, równa się 3 jednościom; krócej:

8 mniej 5 równa się 3.

Znak więc — można czytać trzema sposobami:
bez, zmniejszona o, mniej.

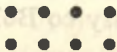
Nauczyciel pisze na tablicy wzory:

$9-2=7$, $8-6=2$, $5-1=4$, $7-4=3$ i t. d.

Uczniowie czytają każdy z tych wzorów trzema sposobami.

§ 55. POWIĘKSZYĆ LICZBĘ 2, 3 I T. D. BAZY.

Nauczyciel kręśli na tablicy figurę



z § 38-go i zapytuje uczniów: ile widzicie rzędów podłużnych i co jest w każdym rzędzie? U. Widzimy dwa rzędy podłużne, w każdym po 4 kropki. N. Jakięj prawdy ten rysunek jest wizerunkiem? U. Dwa razy 4 jedności jest 8 jedności. N. Widzicie, że liczba 8 jest większa od liczby 4 i zarazem liczba 8 ma dwa razy tyle jedności, co liczba 4; żeby to krócej odrazu wyrazić, mówimy:

Liczba 8 jest dwa razy większa od liczby 4.
Mówimy podobnie:

Liczba 6 jest 2 razy większa od liczby 3,

„ 4 „ „ „ 2,

„ 2 „ „ „ 1,

Albo naodwrot, poczynając od liczby mniejszej, powiemy:

Liczba 4 jest 2 razy mniejsza od liczby 8,

„ 3 „ „ „ 6,

„ 2 „ „ „ 4,

„ 1 „ „ „ 2.

Jeżeli jedna liczba ma trzy razy tyle jedności, co druga, to mówimy, że: pierwsza liczba jest trzy razy większa od drugiej; albo naodwrot: druga liczba jest 3 razy mniejsza od pierwszej. Napiříklad:

Liczba 3 jest 3 razy większa od liczby 1

"	6	"	"	"	"	2
"	9	"	"	"	"	3

Naodwrot:

Liczba 1 jest 3 razy mniejsza od liczby 3,

"	2	"	"	"	"	6,
"	3	"	"	"	"	9.

Powiedzcie teraz sami, ile razy jest większe: 4 od 1, 5 od 1, i t. d., 9 od 1? Ile razy jest mniejsze 1 od 4, 1 od 5, i t. d., 1 od 9?

N. Powiedzieliście, że ten rysunek jest wizerunkiem prawdy: 2 razy 4 jedności jest 8 jedności. Otóż, tę prawdę można jeszcze tak wypowiedzieć:

Liczba 4, powiększona 2 razy, równa się liczbie 8.

Wyrazy: powiększona jakąś liczbę razy (to jest 2 razy, 3 razy i t. d.) oznaczają się krzyżykiem ukośnym, lub punktem. Przed krzyżykiem lub punktem piszemy liczbę, która ma być powiększona, a po tym znaku liczbę, która wskazuje, ile razy liczba, napisana przed znakiem, ma być powiększona. Powyższą więc prawdę tak wyrazimy zapomocą wzoru:

$$4 \times 2 = 8, \text{ albo } 4 . 2 = 8.$$

N. Jaką jeszcze prawdę możecie wyczytać z tego rysunku, uważając jego rzędy poprzeczne? U. Liczba 2 powiększona 4 razy, równa się liczbie 8. N. Napiszcie wzór téj prawdy. Uczniowie piszą:

$$2 \times 4 = 8, \text{ albo } 2 . 4 = 8.$$

N. Staś ma w prawej ręce 4 orzechy, a w lewej 2 razy więcej. Ile orzechów ma on w lewej ręce? Powiedzcie i napiszcie wzór stosowny. Uczniowie odpowiadają i piszą wzór: $4 \text{ orz.} \times 2 = 8 \text{ orz.}$

N. W jednym pokoju palą się 2 świece, w drugim pokoju 4 razy więcej. Ile świec pali się w drugim pokoju? Wyrażcie odpowiedź zapomocą wzoru. Uczniowie piszą: $2 \text{ s.} \times 4 = 8 \text{ s.}$

§ 56. PODZIELIĆ NA RÓWNE CZĘŚCI. ZMNIEJSZYĆ PEWNĄ LICZBĘ RAZY.

• • • • Nauczyciel znowu kręśli na tablicy 8 kropek w dwu równych podłużnych rzędach.

N. Każdy rząd podłużny jest częścią 8-u kropek, a tych części w całości jest dwie; więc: jeżeli liczbę 8 kropek podzielimy na równych części 2, to każda będzie równa liczbie 4 kropki; krócej: liczba 8 kropek, podzielona na równych części 2, jest równa liczbie 4 kropki. Wyrazy: podzielona na równe części oznaczają się dwukropkiem. Przed tym znakiem pisze się liczba, która jako całość jest podzielona na równe części; po znaku zaś pisze się liczba, która wskazuje, na ile części równych ta całość jest podzielona. W tym przykładzie całością jest liczba 8 kropek; ona jest podzielona na 2 części równe; otrzymujemy więc wzór:

$$8 \text{ kr.} : 2 = 4 \text{ kr.}$$

Wzór ten można jeszcze tak przeczytać: połowa 8-u kropek jest 4 kropki.

Wiecie, że całość ma 2 razy tyle jedności, co jej połowa, to jest całość jest 2 razy większą od swojej połowy; więc naodwrot: połowa jest 2 razy mniejsza od swojej całości. Liczba 4 kropki jest połową liczby 8-m kropek; więc mówimy, że liczba 4 kropki jest dwa razy

mniejsza od liczby 8 kropek. A więc wzór $8kr. : 2 = 4kr.$ wyraża jeszcze tę prawdę: jeżeli liczbę 8kr. zmniejszymy 2 razy, to otrzymamy 4kr.; albo: liczba 8kr., zmniejszona 2 razy, równa się liczbie 4kr.

Jeżeli każda kropka oznacza grosz, to wzór ten tak napiszemy:

$$8g. : 2 = 4g.$$

Uczniowie czytają:

1) Liczba 8 groszy, podzielona na równych części 2 równa się liczbie 4 grosze.

2) Połowa 8 groszy jest 4 grosze.

3) Liczba 8 groszy, zmniejszona 2 razy, równa się liczbie 4 grosze.

N. Ułóżcie zadanie, które się zapomocą tego wzoru rozwiązuje. Uczniowie układają. (Np. Za 2 jabłka zapłacono 8 groszy, ile groszy zapłacono za jedno jabłko? i t. d.)

N. Jeżeli każda kropka oznacza: 1 arkusz, 1 pióro, 1 kajet, 1 ołówek, 1 łokieć, 1 milę i t. d., to otrzymujemy wzory: $8ark. : 2 = 4ark.$; $8p. : 2 = 4p.$; $8k. : 2 = 4k.$; $8o\acute{ł}. : 2 = 4o\acute{ł}.$; $8\acute{ł}ok. : 2 = 4\acute{ł}ok.$; $8m. : 2 = 4m.$ i t. d.

Uczniowie układają zadania, zastosowane do tych wzorów.

N. (wskazując na ostatni rysunek). Każdy rząd poprzeczny jest także częścią 8 kropek; tych części w całości jest 4; więc: jeżeli liczbę 8 kropek podzielimy na równych części 4, to każda część jest równa liczbie, 2 kropki; krócej: liczba 8 kropek, podzielona na równych części 4, równa się liczbie 2 kropki. Używając znowu dwukropka zamiast wyrazów: podzielona na równe części, prawdę tę wyrazimy zapomocą następującego wzoru:

$$8 \text{ kr.} : 4 = 2 \text{ kr.}$$

Wzór ten da się krócej tak przeczytać: czwarta część 8-u kropek jest 2 kropki.

Nauczyciel pisze na tablicy wzory:

$$8 \text{ groszy} : 4 = 2 \text{ grosze}; \quad 8 \text{ jabłek} : 4 = 2 \text{ jabłka};$$

$$8 \text{ okien} : 4 = 2 \text{ okna i t. d.}$$

Uczniowie każdy z tych wzorów czytają powyższymi sposobami i układają stosowne zadania.

N. Wiecie, że jeżeli liczbę 8 kropek uważamy za jedną całość, to liczba 2 kropki jest czwartą częścią tej całości. Więc całość 8 kropek ma 4 razy tyle kropek, co czwarta jej część. A więc: liczba 8 kropek jest 4 razy większa od swojej czwartej części, to jest od liczby 2 kropki; naodwrot: liczba 2 kropki jest 4 razy mniejsza od liczby 8 kropek. Wzór więc: $8 \text{ kr.} : 4 = 2 \text{ kr.}$ wyraża jeszcze tę prawdę: liczba 8 kropek, zmniejszona 4 razy, równa się liczbie 2 kropki.

Nauczyciel pisze na tablicy wzory:

$$8 \text{ rubli} : 4 = 2 \text{ ruble}; \quad 8 \text{ funtów} : 4 = 2 \text{ funty};$$

$$8 \text{ złotych} : 4 = 2 \text{ złote i t. d.}$$

Uczniowie czytają je każdym z powyższych sposobów i układają stosowne zadania.

N. Adaś ma 8 gruszek, Staś ma czwartą część tego, co ma Adaś, a Józio ma 4 razy mniej od Adasia. Co powiecie o gruszkach Stasia i Józia? U. Staś ma tyle gruszek, co Józio. N. Dlaczego?

§ 57. PODZIELIĆ NA PEWNE RÓWNE CZĘŚCI. ILE RAZY SIĘ MIEŚCI?

N. Czy można 8 kropek podzielić na takie części równe, żeby każda miała po 4 kropki? U. Można. N. Ile tych części otrzymamy? U. Dwie.

N. Otóż widzicie, że jeżeli liczbę 8 kropek podzielimy na równe części tak, żeby każdą częścią była liczba 4 kropki, to tych części otrzymamy dwie. Używając także dwukropka zamiast wyrażenia: podzielimy na równe części tak, żeby każdą częścią była, prawdę tę wyrazimy zapomocą następującego wzoru:

$$8 \text{ kropek} : 4 \text{ kropki} = 2.$$

N. Rozkładając liczbę 8 kropek na części tak, że każda część ma 4 kropki, otrzymaliśmy 2 takie części. więc w 8-u kropkach mieszczą się 4 kropki 2 razy.

Jeżeli każda kropka oznacza grosz, to wzór ten tak napiszemy:

$$8 \text{ gr.} : 4 \text{ gr.} = 2.$$

Uczniowie czytają:

1) Jeżeli 8 groszy podzielimy na części równe tak, żeby każda miała 4 grosze, to tych części otrzymamy 2.

2) W 8 groszach mieszczą się 4 grosze 2 razy.

N. Staś ma 8 groszy; ile jabłek on kupi za te pieniądze, jeżeli każde jabłko kosztuje 4 grosze. Widzicie, że cena jabłka, czyli 4 grosze, jest częścią 8-u groszy; więc Staś kupi za 8 groszy tyle jabłek, ile takich części po 4 grosze jest w tej całości. Co więc trzeba zrobić z liczbą 8 groszy dla rozwiązania zadania?

U. Trzeba 8 groszy podzielić na równe części, każda po 4 grosze, i dowiedzieć się, ile jest tych części. N. Jak to powiedzieć inaczej? U. Trzeba się dowiedzieć, ile razy liczba 4 grosze mieści się w liczbie 8 groszy.

Nauczyciel pisze na tablicy wzory:

$$8 \text{ rubli} : 4 \text{ rub.} = 2; \quad 8 \text{ złot.} : 4 \text{ złot.} = 2;$$

$$8 \text{ sąż.} : 4 \text{ sąż.} = 2 \text{ i t. d.}$$

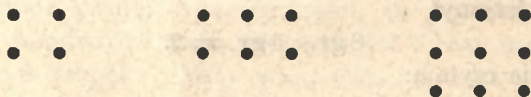
Uczniowie czytają je i układają stosowne zadania.

- • • • N. (wskazując na figurę). Czy można 8:
• • • • kropek podzielić na takie części równe,

żeby każda miała po 2 kropki? U. Można. N. Ile tych części otrzymamy? U. Cztery. Nauczyciel pisze na tablicy: $8 \text{ kr.} : 2 \text{ kr.} = 4$. Uczniowie czytają: 1) jeżeli 8 kropek podzielimy na części równe, każda po 2 kropki, to tych części otrzymamy 4; albo: 2) w 8 kropkach 2 kropki mieszczą się 4 razy.

Nauczyciel pisze na tablicy wzory: $8 \text{ groszy} : 2 \text{ gr.} = 4$; $8 \text{ łokci} : 2 \text{ łok.} = 4$; $8 \text{ kwart} : 2 \text{ kw.} = 4$ i t. d. Uczniowie czytają każdy wzór dwoma sposobami i układają zadania do nich zastosowane.

Nauczyciel kręśli na tablicy figury z paragrafów poprzednich:



Uczniowie z rozważania ich wyprowadzają wzory następujące:

$4 \text{ kr.} : 2 = 2 \text{ kr.};$	$4 \text{ kr.} : 2 \text{ kr.} = 2;$
$6 \text{ kr.} : 2 = 3 \text{ kr.};$	$6 \text{ kr.} : 3 \text{ kr.} = 2;$
$6 \text{ kr.} : 3 = 2 \text{ kr.};$	$6 \text{ kr.} : 2 \text{ kr.} = 3;$
$9 \text{ kr.} : 3 = 3 \text{ kr.};$	$9 \text{ kr.} : 3 \text{ kr.} = 3.$

Nadając kropkom znaczenie jakichkolwiek jednostek, uczniowie układają zadania do tych wzorów zastosowane.

ROZDZIAŁ III.

LICZBA 10 I DZIESIĄTKI OD 10 DO 90.

§ 58. DZIESIĘĆ JEDNOŚCI.

• • • • • Nauczyciel obok 9-u kręśli na tablicy jeszcze jedną kropkę i zapytuje uczniów: co jest na tablicy? U. 9 kropek i 1 kropka. N. Zamiast: 9 kropek i 1 kropka, krócej się mówi: dziesięć kropek. Uczniowie powtarzają.

N. Jak nazwiecie ostatnią kropkę? U. Nazwiemy ją dziesiątą kropką.

N. Staś, idąc na lekcję, potrzebował wziąć z sobą dużo kajetów; żeby ich w drodze nie pogubić, związał je sznurkiem i tę paczkę kajetów poniósł do szkoły. Co Staś poniósł do szkoły? U. Paczkę kajetów.

N. Adaś miał wiele książek; żeby się one nie rozrzucały, kupił półkę i na nią ułożył swoje książki. Co ma Adaś? U. Półkę z książkami.

N. Ignaś kupił trochę śliwek; kupiec włożył je do torebki i dał Ignasiowi. Co ma Ignaś? U. Torebkę śliwek.

N. Widzicie, że mając wiele rzeczy, można je zebrać w jedną całość. Ogrodnik zbiera owoce do jednego kosza; człowiek, mając pieniądze, chowa je do jednej sakiewki; pastérz zamyka swoją trzodę w jednej oborze, i t. d.

N. Franuś dostał od brata dziesięć guziczków; żeby się nie rozsypały, wyciął z papieru pasek i do niego przypiął swoje guziczki. Co ma Franuś? U. Franuś ma dziesięć guziczków, przypiętych do paska z papieru.

N. Mamy dziesięć kropek; zrobimy z nimi to samo, co zrobił Franuś z guziczkami, to jest umieścimy je w jednej ramce. (Tu nauczyciel kręśli na tablicy ramkę podłużną, w której umieszcza jedne pod drugimi dziesięć kropek.)

N. Dziesięć kropek, zamknięte w jednej podłużnej ramce, będziemy często nazywali dziesiątkiem kropek. Ponieważ każda kropka wyobraża nam je d n o ś ć, więc ramka podłużna, którą widzicie na tablicy, przedstawia nam dziesięć czyli dziesiątek jednośc i, al b o k r ó c j ę d z i e s i ą t e k. Taką ramkę będziemy także kręślić bez kropek wewnątrz.

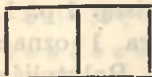
§ 59. LICZBA 10.

N. Staś ma teczkę o dwu przedziałkach do chowania obrazków. Podarowane mu pojedyncze obrazki składa on do jednej przedziałki, którą nazywa pierwszą przedziałką. Skoro się zbierze dziesięć obrazków, zabiera je z téj pierwszej przedziałki, zawija w papier i tę paczkę chowa do drugiej przedziałki. Takim sposobem w pierwszej przedziałce leżą pojedyncze obrazki, których jest zawsze mniej niż dziesięć, a w drugiej są same tylko paczki, każda po dziesięć obrazków.

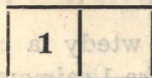
N. Bolesź zbiera pieniądze na kasy rzemieślnicze i składa je do skrzyneczki o dwu przedziałkach. Do pierwszej przedziałki kładzie tylko miedziane monety, lecz gdy się z nich zbierze dziesięć groszy, zmienia je na jedną monetę, zwaną «dziesiątką» i chowa ją w dru-

giej przedziałce swojej skrzyneczki. W pierwszej więc przedziałce skrzyneczki Bolesiwowej są same tylko monety miedziane, które razem wynoszą mniej niż dziesięć groszy, a w drugiej przedziałce leżą same tylko monety dziesięciogroszowe.

Widzicie, że Staś i Bolesław używają podobnego sposobu do przechowywania swoich zbiorów. Zastosujemy ten sposób do napisania liczby dziesięć.



Nauczyciel rysuje na tablicy dwie kratki. N. Macie na tablicy obok siebie dwie kratki, będziemy je nazywali miejscami. Zamiast: kratka prawa, mówić będziemy: miejsce pierwsze, a zamiast: kratka lewa, mówić będziemy: miejsce drugie. Dopóki liczba, którą mamy napisać, ma mniej niż dziesięć jedności, dopóty odpowiednią cyfrę umieszczamy na miejscu pierwszym. Lecz, gdy liczba składa się już z dziesięciu jedności, zastępujemy te jedności przez jeden dziesiątek (jeżeli jedności są oznaczone kropkami, to zamykamy je w podłużnej ramce) i ten dziesiątek oznaczamy cyfrą 1 tak, aby ta cyfra zajęła miejsce drugie, to jest piszemy ją w drugiej kratce, licząc od strony prawej.



Nauczyciel pisze cyfrę 1 w drugiej kratce od ręki prawej.

N. Co macie na tablicy? U. Dwie kratki i cyfrę 1. N. Które miejsce zajmuje cyfra 1? U. Drugie. N. Co ta cyfra oznacza? U. Oznacza jeden dziesiątek.



Nauczyciel ścięra kratki.

N. Widzicie, że starłem kratki; co pozostało na tablicy? U. Cyfra 1. N. Czy teraz widać, że cyfra 1 oznacza jeden dziesiątek? U. Nie widać. N. Otóż,

musimy cyfrę 1, oznaczającą dziesiątek, tak napisać, żeby i bez kretek było widać, że to jest jeden dziesiątek.

Nauczyciel bierze do jednej ręki pióro, a do drugiej kajet.

N. Co mam w każdej ręce? U. W jednej ręce pióro, a w drugiej kajet. N. Napiszcie, co mam w obu rękach.

Uczniowie piszą: 1 pióro, 1 kajet.

N. Napiszcie to krócej. Uczniowie piszą: 1 p., 1 k.

N. Jak odróżniliście, że jedna cyfra 1 oznacza pióro, a druga cyfra 1 oznacza kajet? U. Położyliśmy po pierwszej cyfrze 1 literę *p*, która jest pierwszą literą wyrazu pióro, po drugiej cyfrze 1 położyliśmy literę *k*, to jest pierwszą literą wyrazu kajet. N. Otóż, chcąc napisać: jeden dziesiątek bez pomocy kretek, potrzeba po cyfrze 1 położyć wyraz dziesiątek.

Nauczyciel pisze na tablicy: 1 dziesiątek.

N. Krócej (nauczyciel pisze): 1 dz.

N. Jeszcze jest jeden sposób napisania liczby dziesięć.

Nauczyciel znowu kręśli na tablicy dwie kratki i umieszcza cyfrę 1 w kratce drugiej od ręki prawej.

	1
--	---

N. Cyfra 1 zajmuje miejsce drugie; wtedy ta cyfra 1 oznacza dziesiątek. Aby zaś ta cyfra 1 zajmowała miejsce drugie, trzeba zająć miejsce pierwsze. Zajmiemy je, kładąc znak, różny od znaków, wyrażających poznane przez was liczby. Znakiem tym jest kółko podłużne, które się nazywa zero.

Nauczyciel, napisawszy zero w kratce pierwszej od ręki prawej, ścięra kratki. Pozostaje:

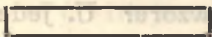
1	0
---	---

N. Oto jest liczba dziesięć napisana. Widzicie, że ona zajmuje dwa miejsca: cyfra 1, zajmująca miejsce drugie, wskazuje, że liczba ma 1 dziesiątek; znak 0, który także nazywa się cyfrą, jest napisany tylko dlatego, aby zająć miejsce pierwsze. Cyfra więc 0 sama niczego nie oznacza; służy ona tylko do zajęcia próżnego miejsca.

N. Ilu tedy sposobami możecie przedstawić liczbę dziesięć jedności? U. Czterema sposobami:



1) W postaci dziesięciu kropek, oznaczających jedności.



2) W postaci jednego dziesiątka, to jest ramki podłużnej zamkniętej o dziesięciu kropkach domyślnych wewnątrz.

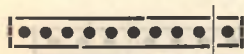
N. Te dwa sposoby są rysunkowymi, albo poglądowymi. A jak inaczej można tę liczbę przedstawić?

U. 3) Pisząc 1 dz. i

4) Pisząc cyfrę 1 z zerem po prawej stronie: 10.

N. Dziesięć, przedstawione każdym z dwu ostatnich sposobów, nazywa się liczbą 10 napisaną. Zwyczajnie używamy ostatniego sposobu.

§ 60. ROZKŁAD LICZBY 10 NA CZĘŚCI NIERÓWNE.



Nauczyciel kręśli na tablicy ramkę otwartą (o 10-u kropkach wewnątrz) i prowadzi kręskę między kropkami 9-ą i 10-ą. Uczniowie wypowiadają odpowiednie prawdy, pisząc ich wzory:

$$9+1=10, \quad 1+9=10, \quad 10-1=9, \quad 10-9=1.$$

i układają stosowne zadania. Naprzykład:

N. Pewna osoba wzięła sukna w magazynie za 10 rubli. 9 rubli zaraz zapłaciła, a resztę należności obiecała oddać nazajutrz. Ile oddała nazajutrz?

Powiedzcie, z ilu części składa się 10 rubli, należne za sukno? U. Z dwu części: części, zapłaconej zaraz, i z części, która nazajutrz była wypłacona.

N. Więc co trzeba zrobić, aby znaleźć część, wypłaconą nazajutrz? U. Trzeba od całej należności odjąć część, zaraz zapłaconą.

N. Który z wypisanych czterech wzorów służy do rozwiązywania zadania? U. Wzór $10 - 9 = 1$.

N. Co w tym przypadku jest jednostką liczb: 10, 9, 1, wchodzących w skład wzoru? U. Jeden rubel.

N. Napiszcie wzór, zastosowany do tego zadania. Uczniowie piszą: $10 \text{ r.} - 9 \text{ r.} = 1 \text{ r.}$

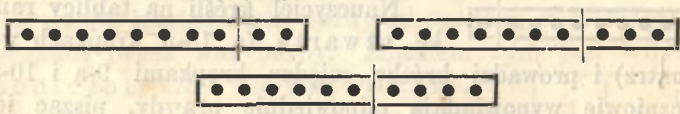
N. Jedną gałąź drzewa obsiadło 9 wron, a na drugiej siedzi 1 wrona. Ile wron siedzi na obu gałęziach? U. 10 wron.

N. Który z napisanych tu wzorów posłużył wam do rozwiązywania tego zadania? U. Wzór pierwszy, to jest $9 + 1 = 10$.

N. Wytlomaczcie, jakęście zastosowali ten wzór do rozwiązywania zadania? U. Pomyśleliśmy, że jednostką liczb 9, 1, 10 jest wrona, a więc:

$$9 \text{ wr.} + 1 \text{ wr.} = 10 \text{ wr.}$$

Nauczyciel stopniowo posuwa króskę wlewo coraz o jedną kropkę i zatrzymuje się na 6-jej kropce; tym sposobem tworzą się figury:



pod którymi uczniowie podpiszą wzory następujące:

$$8 + 2 = 10$$

$$7 + 3 = 10$$

$$6 + 4 = 10$$

$$2 + 8 = 10$$

$$3 + 7 = 10$$

$$4 + 6 = 10$$

$$10 - 2 = 8$$

$$10 - 3 = 7$$

$$10 - 4 = 6$$

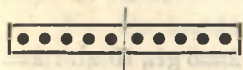
$$10 - 8 = 2$$

$$10 - 7 = 3$$

$$10 - 6 = 4$$

Należy te wzory zastosować do rozwiązywania zadań odpowiednio dobranych.

§ 61. ROZKŁAD LICZBY 10 NA CZĘŚCI RÓWNE.



Nauczyciel kręśli na tablicy ramkę o 10-u kropkach i kładzie kręskę pomiędzy kropkami 5-ą i 6-ą. N. Co widzicie na tablicy? U. Widzimy w ramce 10 kropek i kręskę między 5-ą i 6-ą kropką.

N. Ile jest kropek przed kręską, a ile po kręsce? U. Przed kręską i po kręsce jest po 5 kropek.

N. Wyjmiemy je z ramki i ułożymy w dwa równe rzędy podłużne.

Nauczyciel ścięra ramkę z kropkami i natomiast tak kręśli te 10 kropek w dwu rzędach:

• • • • • N. Co teraz mamy na tablicy? U. Mamy
• • • • • dwa rzędy podłużne równe, każdy po 5 kropek.

N. Jakie stąd wypadają prawdy? Uczniowie mówią: 2 razy 5 jedności jest 10 jedności.

N. Powiedzcie tę prawdę innymi słowami. U. 5 jedności powiększone 2 razy równa się 10-u jednościom.

N. Napiszcie wzór, wyrażający powiedzianą przez was prawdę. Uczniowie piszą.

$$5 \times 2 = 10, \text{ albo } 5 \cdot 2 = 10.$$

N. Ułóżcie zadanie, które się rozwiązuje za pomocą tego wzoru. U. W klasie przy każdej z dwu ścian jest po 5 ławek. Ile jest ławek w klasie?

N. Napiszcie wzór, zastosowany do tego zadania. Uczniowie piszą: 5 ław. $\times$ 2 = 10 ław.

N. Jakie jeszcze prawdy możecie wyczytać z tego rysunku? U. Jeżeli 10 jedności podzielimy na 2 równe części, to każda część ma po 5 jedności.

N. Powiedzcie to krócej. U. Połowa 10 jedności jest 5 jedności.

N. Powiedzcie tę prawdę jeszcze inaczej. U. 10 zmniejszone 2 razy, równa się 5-u.

N. Napiszcie wzór, który wyraża tę prawdę. Uczniowie piszą:

$$10 : 2 = 5.$$

Nauczyciel pisze na tablicy: $10 \text{ gr.} : 2 = 5 \text{ gr.}$, $10 \text{ zł.} : 2 = 5 \text{ zł.}$, $10 \text{ f.} : 2 = 5 \text{ f.}$, $10 \text{ m.} : 2 = 5 \text{ m.}$, $10 \text{ godz.} : 2 = 5 \text{ godz.}$, i t. d. i mówi: Tu gr., zł., f., m., godz., i t. d. oznaczają przez skrócenie wyrazy: grosz, złoty, funt, mila, godzina i t. d.

Uczniowie czytają te wzory i układają stosowne zadania.

N. Jeżeli każda kropka oznacza grosz, to co wyobraża ten rysunek? U. 10 groszy. N. Podzielcie te 10 groszy na części równe, każda po 5 groszy, i powiedzcie, ile jest tych części? U. Tych części jest 2.

Nauczyciel pisze na tablicy:

$$10 \text{ gr.} : 5 \text{ gr.} = 2.$$

N. Przeczytajcie ten wzór. U. Liczbę 10 groszy dzieląc na części równe tak, żeby każda miała po 5 groszy, otrzymujemy tych części 2-e.

N. Powiedzcie to krócej. U. W liczbie 10 groszy liczba 5 groszy mieści się 2 razy.

N. Ułóżcie zadanie według tego wzoru. U. Ile można kupić obsadek za 10 groszy, jeżeli każda kosztuje 5 groszy?

Nauczyciel pisze na tablicy wzory:

$$10 \text{ zł.} : 5 \text{ zł.} = 2, \quad 10 \text{ rub.} : 5 \text{ rub.} = 2, \quad 10 \text{ f.} : 5 \text{ f.} = 2, \text{ i t. d.}$$

Uczniowie czytają je i układają stosowne zadania.

N. Ile jest na tym rysunku rzędów poprzecznych i co jest w każdym? U. Rzędów poprzecznych jest 5, w każdym po 2 kropki. N. Wy-

prowadźcie odpowiednie stąd prawdy i napiszcie ich wzory. Uczniowie mówią i piszą:

- 1) 5 razy po 2 jedności jest 10 jedności; $2 \times 5 = 10$.
- 2) 5-ta część 10-u jedności jest 2 jedności; $10 : 5 = 2$.
- 3) W 10-u jednościach 2 jedności mieszczą się 5 razy; $10 : 2 = 5$.

N. Po każdej stronie ulicy pali się 5 latarni. Ile latarni pali się na tej ulicy? U. 10 latarni. N. Dlaczego? U. Ulica ma 2 strony, więc liczba latarni, palących się na ulicy, składa się z 2-u równych części, każda po 5 latarni, i t. d.

N. Staś, za wiedzą rodziców, składał miesięcznie na szpital dziecinny po 2 złote. Ile złotych złożył on w ciągu 5-u miesięcy? U. 5 razy po 2 złote, to jest 10 złotych.

N. Krawiec kupił 10 łokci sukna i z połowy tego sukna uszył mundury dla uczniów. Ile łokci sukna użył on na mundury? U. Połowę 10-u łokci, to jest 5 łokci.

N. Bolesław kupił 10 pierników i 5-tą ich część dał synowi sąsiada. Ile pierników syn sąsiada dostał od Bolesława? U. 5-tą część 10-u pierników, to jest 2 pierniki.

N. Ile uczeń kupił kajetów za 10 kopiejek, jeżeli kajet kosztuje 5 kopiejek? U. Tyle kajetów ile razy liczba 5 kop. mieści się w liczbie 10 kop., to jest 2 kajety.

N. Ile Kasia kupiła bułeczek za 10 groszy, jeżeli bułeczka kosztuje 2 grosze? U. Tyle bułeczek, ile razy liczba 2 grosze mieści się w 10 gr., to jest 5 bułeczek.

§ 62. ZADANIA PROSTE I ZŁOŻONE.

Każde z dotychczasowych zadań zwykle się rozwiązywało zapomocą jednego któregośkolwiek z powyższych wzo-

rów. Zadanie naprzykład §-u 38-go doprowadziło do wzoru: $2 \times 4 = 8$; wzory: $8 : 2 = 4$, $8 : 4 = 2$ posłużyły do rozwiązania dwu pierwszych zadań § 39-go, i t. d. Zadania tego rodzaju nazywamy zadaniami prostymi dla odróżnienia od zadań złożonych, których rozwiązanie polega na uprzednim rozwiązaniu dwu, albo kilku zadań prostych pomocniczych.

Przy wprowadzeniu zadań złożonych do wykładu, radzimy nauczycielowi trzymać się z początku metody następującej: należy zacząć od podania uczniom zadań prostych pomocniczych, a po rozwiązaniu każdego z nich z osobna, złączyć je dopiero w jedno zadanie złożone. Objasnimy to na przykładach. Przypuśćmy, że nauczyciel chce rozwiązać z uczniami następujące zadanie złożone:

Oleś miał 10 groszy; kupił papieru za 4 grosze, atramentu za 3 grosze, a za pozostałe pieniądze kupił stalek. 2 stalki kosztują 1 grosz. Ile Oleś kupił stalek?

Otóż nauczyciel prowadzi naprzód z uczniami taką przygotowawczą pogadankę.

1) N. Oleś kupił papieru za 4 grosze i atramentu za 3 grosze. Ile groszy Oleś wydał na papier i atrament? U. Oleś wydał 4 grosze i 3 grosze, to jest 7 groszy. N. Napiszcie wzór, który wskaże, ile razem groszy Oleś wydał na papier i atrament? Uczniowie piszą: $4 \text{ gr.} + 3 \text{ gr.} = 7 \text{ gr.}$

2) N. Oleś miał 10 groszy, wydał 7 groszy. Ile mu groszy pozostało? U. 10 groszy bez 7-u groszy, to jest 3 grosze. N. Napiszcie wzór, który pokazuje, ile groszy Olesiowi pozostało po wydaniu 7-u groszy. Uczniowie piszą: $10 \text{ gr.} - 7 \text{ gr.} = 3 \text{ gr.}$

N. Dwie stalki kosztują 1 grosz. Ile Oleś kupił stalek za 3 grosze? U. 3 razy po 2 stalki, to jest 6 stalek. N. Napiszcie wzór, z którego można się do-

wiedzieć, ile Oleś kupił stalek za 3 grosze. Uczniowie piszą: $2 \text{ st.} \times 3 = 6 \text{ st.}$

Uczniowie rozwiązali 3 zadania proste; one są pomocniczymi względem powyższego zadania złożonego, które teraz nauczyciel uczniom podaje.

N. Oleś miał 10 groszy, kupił papieru za 4 grosze, atramentu za 3 grosze, a za pozostałe pieniądze stalek. 2 stalki kosztują 1 grosz. Ile Oleś kupił stalek? U. 6 stalek. N. Jakaście się tego dowiedzieli? U. Znaleźliśmy naprzód, ile groszy Oleś zapłacił za papier i atrament, następnie ile mu groszy zostało na kupienie stalek, i na koniec, ile on kupił stalek za pozostałe pieniądze.

Rozwiążemy jeszcze jedno zadanie złożone sposobem powyższym, to jest zaczynając od zadań prostych pomocniczych.

1) N. Na spodku leży 9 sucharków; Zosia wzięła 3-cią ich część. Ile sucharków Zosia wzięła ze spodka? U. Zosia wzięła 3 sucharki.

2) N. Na spodku leży 10 sucharków, Zosia wzięła ich połowę. Ile sucharków Zosia wzięła ze spodka? U. 5 sucharków.

3) N. Zosia z jednego spodka wzięła 3 sucharki, a z drugiego spodka 5 sucharków. Ile ona wzięła z obudwu spodków? U. 8 sucharków.

4) N. Zosia z 2 spodków wzięła 8 sucharków i 4-tą ich część dała bratu. Ile sucharków dostał brat Zosi? U. Brat Zosi dostał 2 sucharki.

Nauczyciel łączy teraz te cztery zadania proste w jedno złożone:

5) N. Są dwa spodki z sucharkami, na jednym spodku jest 9 sucharków, a na drugim 10. Zosia wzięła

z pierwszego spodka 3-ą część, a z drugiego połowę sucharków, i 4-ą część wziętych sucharków dała bratu. Ile sucharków dostał brat Zosi? U. 2 sucharki.

N. Co było na pierwszym spodku i co Zosia z niego wzięła? U. Na pierwszym spodku było 9 sucharków, Zosia wzięła ich 3-ą część, to jest 3 sucharki. N. Wyrażcie to zapomocą wzoru. Uczniowie piszą: $9s. : 3 = 3s.$

N. Co było na drugim spodku i co Zosia z niego wzięła? U. Na drugim spodku było 10 sucharków. Zosia wzięła ich połowę, to jest 5 sucharków. N. Wyrażcie to zapomocą wzoru. Uczniowie piszą: $10s. : 2 = 5s.$

N. Ile sucharków wzięła Zosia z obudwu spodków? Powiedzcie to i napiszcie wzór odpowiedni. Uczniowie odpowiadają i piszą wzór: $3s. + 5s. = 8s.$

N. Co Zosia dała bratu? U. 4-tą część sucharków, wziętych z obu spodków, to jest 2 sucharki. N. Wyrażcie to zapomocą wzoru. Uczniowie piszą: $8s. : 4 = 2s.$

N. Macie więc na tablicy cztery wzory, które wam posłużyły do rozwiązywania całego zadania.

§ 63. ROZWIĄZYWANIE ZADAŃ ZŁOŻONYCH.

Po rozwiązaniu kilku zadań złożonych według sposobu podanego w poprzednim paragrafie, nauczyciel może przystąpić do rozwiązywania zadań złożonych, które już sami uczniowie będą rozkładali na zadania proste pomocnicze.

N. Zygmus dostał od ojca 10 złotych. Za połowę tych pieniędzy kupił teczkę, a za 5-tą część piórnika. O ile złotych cena teczki jest większa od ceny piórnika?

Uczniowie powtarzają zadanie, odpowiadając na pytania nauczyciela:

N. Co Zygmus^z dostał od ojca? U. 10 złotych. Nauczyciel zapisuje na tablicy: *Zygmus ma 10 złotych*,

N. Co kosztuje teczka? U. Połowę pieniędzy Zygmun^zia. Nauczyciel zapisuje na tablicy: *teczka kosztuje połowę pieniędzy Zygmun^zia*.

N. Co kosztuje piórnik? U. 5-tą część pieniędzy Zygmun^zia. Nauczyciel zapisuje: *piórnik kosztuje 5-ą część pieniędzy Zygmun^zia*.

N. Czego się trzeba dowiedzieć? U. O ile złotych cena teczki jest większa od ceny piórnika. N. To samo pytanie można jeszcze tak wyrazić: o ile złotych teczka jest droższa od piórnika? N. Powtórzcie to samo zadanie bez moich pytań. Uczniowie powtarzają.

N. Żeby się dowiedzieć, o ile złotych teczka jest droższa od piórnika, co potrzeba uprzednio wiedzieć? U. Trzeba wiedzieć, ile kosztuje teczka i ile kosztuje piórnik. N. Ile kosztuje teczka? U. Teczka kosztuje połowę pieniędzy Zygmun^zia. N. Ile złotych dostał Zygmus^z? U. 10 złotych. N. Ile złotych kosztuje teczka? Powiedzcie i napiszcie wzór. Uczniowie odpowiadają i piszą wzór:

$$10 \text{ zł.} : 2 = 5 \text{ zł.}$$

N. Ile złotych kosztuje piórnik? Powiedzcie i napiszcie wzór. Uczniowie odpowiadają i piszą wzór:

$$10 \text{ zł.} : 5 = 2 \text{ zł.}$$

N. O ile złotych teczka jest droższa od piórnika? U. O 3 złote. N. Dlaczego? U. Bo 5 złotych bez 2 zł. jest 3 złote. N. Napiszcie wzór odpowiedni. Uczniowie piszą:

$$5 \text{ zł.} - 2 \text{ zł.} = 3 \text{ zł.}$$

§ 64. LICZBA 20.



Nauczyciel kręśli na tablicy 10 kropek w ramce i zapytuje uczniów: co jest na tablicy? U. 10 kropek umieszczonych w ramce. N. Co wyobraża każda kropka? U. Wyobraża 1 dziesiątek, to jest 10 jedności, połączonych w jedną całość.

Nauczyciel obok tej ramki kręśli na tablicy drugą ramkę i w nią umieszcza także 10 kropek.

N. Co teraz jest na tablicy? U. 2 ramki, a w każdej po 10 kropek. N. Każda ramka przedstawia wam 1 dziesiątek kropek; a że ramek jest 2, więc w tych 2 ramkach mamy 2 dziesiątki kropek, albo 2 razy po 10 kropek. Zamiast mówić: 2 razy po 10 kropek, krócej się mówi: dwadzieścia kropek.

Kropka jest wizerunkiem jedności, więc ten rysunek przedstawia 2 dziesiątki jedności, czyli dwadzieścia jedności.

Jak pisaliśmy 1 dziesiątek? U. Kładliśmy cyfrę 1 na 2-m miejscu, a cyfrę 0 na 1-m. N. Ponieważ liczba dwadzieścia jedności ma dziesiątków 2, więc tak samo cyfra 2 powinna zająć miejsce drugie. Ażebymy zaś miejsce, zajęte przez cyfrę 2, było 2-m, trzeba zająć miejsce 1-e; zajmujemy je pisząc 0. Liczba więc dwadzieścia jedności tak się pisze (nauczyciel pisze na tablicy): 20.

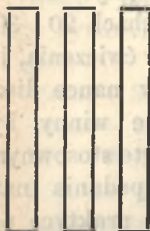
N. Marynia ma 2 igielniki, w każdym po 10 igieł; ile Marynia ma igieł? Napiszcie to. Uczniowie piszą: 20 igieł.



Nauczyciel kręśli na tablicy obok siebie 2 ramki i w jednej z nich umieszcza 10 kropek. N. Co jest na tablicy? U. 2 ramki. N. Czy one się różnią od siebie? U. Różnią się: w jednej ramce widać 10 kropek, a w drugiej ich nie widać. N. Pierwszą nazwiemy ramką otwartą, drugą zaś ramką zamkniętą.

W ramce zamkniętej jest domyślne 10 kropek. Każdą ramkę zamkniętą można w razie potrzeby otworzyć, to jest narysować w niej 10 kropek.

§ 65. LICZBY 30, 40,...,90.



Nauczyciel kręśli na tablicy 3 ramki zamknięte i mówi: macie 3 ramki, w każdej wyobraźcie sobie 10 kropek; więc ten rysunek wam przedstawia 3 dziesiątki kropek, albo 3 razy po 10 kropek. Ponieważ każda kropka oznacza jedność, więc macie tu 3 razy po 10 jedności. Zamiast: 3 razy po 10 jedności, króć się mówi: trzydzieści jedności.

Liczba trzydzieści jedności ma dziesiątków 3; a więc żeby ją napisać, kładziemy na 2-m miejscu cyfrę 3, a na 1-m cyfrę 0. Napiszemy ją więc tak: 30.

N. Staś ma 3 monety dziesięciogroszowe; ile on ma groszy? U. 3 razy po 10 groszy, to jest 30 groszy.

N. Groszy 30 stanowi 1 złoty.

Nauczyciel pokolei kręśli na tablicy 6 figur następujących:



i tłumaczy uczniom, że one są wizerunkami liczb: czterdzieści, pięćdziesiąt, sześćdziesiąt, siedemdziesiąt, osiemdziesiąt i dziewięćdziesiąt jedności, i że te liczby tak się wyrażają piśmiennie:

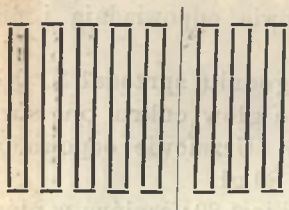
40, 50, 60, 70, 80, 90.

(Opuszczamy towarzyszące temu pogadanki, gdyż one są powtórzeniem pogadanek, mianych przy liczbach 20 i 30.) Na tych figurach należy odbywać takie same ćwiczenia, jakie się odbywały na figurach podobnych przy nauce liczb pierwszego dziesiątka. Prawdy wypowiedane winny być zawsze wyrażane zapomocą wzorów i poparte stosownymi zadaniami. Wystarczy dwu przykładów do podania nauczycielowi wskazówki, jak ma zastosować w praktyce powyższe uwagi. Przypuszczamy że nauczyciel mówi o liczbie 80.

Przykład pierwszy.

••••• | ••• Nauczyciel kręśli naprzód 8 kropek i kręskę, np. pomiędzy kropkami 5-ą i 6-ą.

N. Czy znacie ten rysunek i co on wam przedstawia? U. Znamy go; on nam przedstawia liczbę 8 jedności, rozłożoną na 2 części: 5 i 3 jedności. N. Napiszcie wzory prawd, wyprowadzonych z tego rysunku, Uczniowie piszą: $5 \text{ kr.} + 3 \text{ kr.} = 8 \text{ kr.}$, $3 \text{ kr.} + 5 \text{ kr.} = 8 \text{ kr.}$, $8 \text{ kr.} - 3 \text{ kr.} = 5 \text{ kr.}$, $8 \text{ kr.} - 5 \text{ kr.} = 3 \text{ kr.}$



Nauczyciel kręśli pod poprzednim rysunkiem 8 ramek i kręskę pomiędzy ramkami 5-ą i 6-ą.

N. Macie na tablicy dwa rysunki; z czego są one do siebie podobne? U. One są do siebie z tego podobne, że na ka-

żdym jest po 8 jednakowych rzeczy i że krëska jest w obu rysunkach taksamo poprowadzona. N. A jaka, jest różnica między tymi dwoma rysunkami? U. Ta, że na jednym rysunku jednostajnymi rzeczami są kropki, a na drugim ramki.

N. Wyliczyliście już prawdy, przedstawione przez pierwszy rysunek; wyliczcież teraz prawdy, które wam drugi rysunek przedstawia. Uczniowie mówią, a następnie piszą:

$$5 \text{ ram.} + 3 \text{ ram.} = 8 \text{ ram.}, \quad 3 \text{ ram.} + 5 \text{ ram.} = 8 \text{ ram.}, \\ 8 \text{ ram.} - 3 \text{ ram.} = 5 \text{ ram.}, \quad 8 \text{ ram.} - 5 \text{ ram.} = 3 \text{ ram.}$$

N. Wszak ramka oznacza dziesiątek; powiedzcie więc te prawdy inaczej. Uczniowie mówią, a nauczyciel pisze na tablicy:

$$5 \text{ dz.} + 3 \text{ dz.} = 8 \text{ dz.}, \quad 3 \text{ dz.} + 5 \text{ dz.} = 8 \text{ dz.}, \\ 8 \text{ dz.} - 3 \text{ dz.} = 5 \text{ dz.}, \quad 8 \text{ dz.} - 5 \text{ dz.} = 3 \text{ dz.}$$

N. Wiécie, że: 5 dziesiątków jestto 50 jedności, 3 dziesiątki jestto 30 jedności, 8 dziesiątków jestto 80 jedności; powiedzcie więc te prawdy jeszcze inaczej. U. 50 jedności i 30 jedności jest 80 jedności, i t. d. N. Napiszcie wzory tak powiedzianych prawd. Uczniowie piszą:

$$50 + 30 = 80, \quad 30 + 50 = 80, \\ 80 - 30 = 50, \quad 80 - 50 = 30.$$

N. Wieśniak w jednym roku jeździł do miasta 50 razy, a w drugim 30 razy; ile razy jeździł on do

miasta w obu latach? Uczniowie odpowiadają i piszą wzór: $50 + 30 = 80$ razy.

N. Kupiec w jednym tygodniu sprzedał 30 głów cukru, a w drugim 50 głów; ile głów cukru on sprzedał w tych dwu tygodniach? Uczniowie odpowiadają i piszą wzór: $30 \text{ gł.} + 50 \text{ gł.} = 80 \text{ gł.}$

N. W szkole dwuklasowej jest 80 uczniów; w pierwszej klasie jest 30 uczniów; ile ich jest w drugiej klasie? U. $80 \text{ ucz.} - 30 \text{ ucz.} = 50 \text{ ucz.}$

N. Staś ma w swoim księgozborze 80 książek; 50 książek jest oprawnych; ile jest książek nieoprawnych? U. $80 \text{ ks.} - 50 \text{ ks.} = 30 \text{ ks.}$

§ 66. LICZBY 30, 40, ..., 90 (CIĄG DAJSZY).

Przykład drugi.

•••• Nauczyciel kręśli na tablicy 8 kropek w dwu
•••• równych rzędach podłużnych i przy rozważaniu tego rysunku powtarza z uczniami prawdy, których wzory są następujące:

$$\begin{aligned} 4 \text{ kr.} \times 2 &= 8 \text{ kr.}, & 8 \text{ kr.} : 2 &= 4 \text{ kr.}, & 8 \text{ kr.} : 4 \text{ kr.} &= 2, \\ 2 \text{ kr.} \times 4 &= 8 \text{ kr.}, & 8 \text{ kr.} : 4 &= 2 \text{ kr.}, & 8 \text{ kr.} : 2 \text{ kr.} &= 4. \end{aligned}$$



Następnie pod tą figurą kręśli drugą figurę, złożoną z 8-u ramek, ułożonych także we dwa równe rzędy, i porównując te dwie figury z sobą, upatruje ich podobieństwo i różnicę.



N. Z czego te dwa rysunki są do siebie podobne? U. One są z tego podobne, że na każdym z tych rysunków mamy po dwa rzędy rzeczy jednakowych i że ich w każdym rzędzie jest po cztery.

N. A jaka jest między nimi różnica? U. Ta, że na jednym rysunku są kropki, a na drugim ramki.

N. Pierwsza figura was uczy, że 2 razy po 4 kropki jest 8 kropek; a czego was uczy druga figura?

U. Druga figura uczy tego, że: 2 razy po 4 ramki jest 8 ramek. N. Napiszcie, coście powiedzieli. Uczniowie piszą:

$$4 \text{ ram.} \times 2 = 8 \text{ ram.}$$

N. Co jeszcze wskazuje ta druga figura? Powiedzcie i napiszcie to samo. Uczniowie mówią i piszą: połowa 8-u ramek jest 4 ramki; $8 \text{ ram.} : 2 = 4 \text{ ram.}$ W liczbie 8 ramek liczba 4 ramki mieści się 2 razy; $8 \text{ ram.} : 4 \text{ ram.} = 2$.

N. Jakie prawdy można wyprowadzić z uważania rzędów poprzecznych tej drugiej figury? Powiedzcie i napiszcie ich wzory. Uczniowie odpowiadają i piszą:

$$2 \text{ ram.} \times 4 = 8 \text{ ram.,}$$

$$8 \text{ ram.} : 4 = 2 \text{ ram.,} \quad 8 \text{ ram.} : 2 \text{ ram.} = 4.$$

N. Wiecie, że każda ramka wyobraża 1 dziesiątek; więc powiedzcie te prawdy inaczej i napiszcie to, co powiecie. Uczniowie mówią i piszą:

$$4 \text{ dz.} \times 2 = 8 \text{ dz.,} \quad 8 \text{ dz.} : 2 = 4 \text{ dz.,} \quad 8 \text{ dz.} : 4 \text{ dz.} = 2,$$

$$2 \text{ dz.} \times 4 = 8 \text{ dz.,} \quad 8 \text{ dz.} : 4 = 2 \text{ dz.,} \quad 8 \text{ dz.} : 2 \text{ dz.} = 4.$$

N. Wiecie, że (nauczyciel pisze na tablicy):

$$8 \text{ dz.} = 80, \quad 4 \text{ dz.} = 40, \quad 2 \text{ dz.} = 20;$$

możecie więc te wzory jeszcze tak napisać (nauczyciel pisze na tablicy):

$$40 \times 2 = 80, \quad 80 : 2 = 40, \quad 80 : 40 = 2,$$

$$20 \times 4 = 80, \quad 80 : 4 = 20, \quad 80 : 20 = 4.$$

N. Fura drzewa kosztuje w lesie 30 kop.; za przewiezenie jej do miasta płaci się 10 kop. Ile kopiejek będą kosztowały w mieście 2 fury drzewa? Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Ile kosztuje w mieście jedna fura? Uczniowie odpowiadają i piszą wzór: $30 \text{ kop.} + 10 \text{ kop.} = 40 \text{ kop.}$

N. Ile kosztują 2 fury? Uczniowie odpowiadają i piszą wzór: $40 \text{ kop.} \times 2 = 80 \text{ kop.}$

N. Staś dostał od stryja 80 orzechów; połowę ich dał rodzicom, 4-tą ich część ciotce, 10 orzechów schował dla siebie, a pozostałe orzechy dał siostrze swojej Rózi. Ile orzechów dostała Różia?

Uczniowie [powtarzają zadanie i, rozwiązując je, piszą wzory następujące:

1) Liczba orzechów, danych rodzicom jest:

$$80 \text{ orz.} : 2 = 40 \text{ orz.}$$

2) Liczba orzechów, danych ciotce, jest:

$$80 \text{ orz.} : 4 = 20 \text{ orz.}$$

3) Liczba orzechów, danych rodzicom i ciotce wraz z orzechami, które Staś schował dla siebie, jest:

$$40 \text{ orz.} + 20 \text{ orz.} + 10 \text{ orz.} = 70 \text{ orz.}$$

4) Liczba orzechów, pozostałych dla siostry Rózi jest:

$$80 \text{ orz.} - 70 \text{ orz.} = 10 \text{ orz.}$$

N. Elementarz bez oprawy kosztuje 10 groszy, oprawa kosztuje też 10 groszy; ile elementarzy oprawnych można kupić za 80 groszy? U Jeden elementarz w oprawie kosztuje: $10 \text{ gr.} \times 2 = 20 \text{ gr.}$ Za 80 groszy można kupić tyle elementarzy oprawnych, ile razy w liczbie 80 groszy mieści się liczba 20 groszy; $80 \text{ gr.} : 20 \text{ gr.} = 4$. Więc można kupić 4 elementarze oprawne.

N. Władzio miał 3 złote i kupił: 4 ołówki i 2 kajety; ołówek kosztuje 10 groszy, a kajet 20 groszy; ile mu pozostało pieniędzy po kupieniu ołówek i kajetów?

N. Ile Władzio miał groszy? U. $30 \text{ gr.} \times 3 = 90 \text{ gr.}$

N. Ile kosztują 4 ołówki? U. $10 \text{ gr.} \times 4 = 40 \text{ gr.}$

N. Ile kosztują 2 kajety? U. $20 \text{ gr.} \times 2 = 40 \text{ gr.}$

N. Widzicie, że ołówki kosztują tyleż, co kajety.
Powiedzcie teraz, ile kosztują ołówki i kajety razem?
U. $40 \text{ gr.} \times 2 = 80 \text{ gr.}$

N. Ile groszy zostało Władziowi po kupieniu ołów-
ków i kajetów? U. $90 \text{ gr.} - 80 \text{ gr.} = 10 \text{ gr.}$

ROZDZIAŁ IV.

LIČBY POŚREDNIE MIĘDZY LIČBAMI 10 I 100. LIČBA 50.

50 jest połową 100 i dwukrotnością 10. Ličba 50 jest

ličbą pośrednią między 10 a 100. Ličba 50 jest

ličbą pośrednią między 10 a 100. Ličba 50 jest

ličbą pośrednią między 10 a 100. Ličba 50 jest

ličbą pośrednią między 10 a 100. Ličba 50 jest

ličbą pośrednią między 10 a 100. Ličba 50 jest

ličbą pośrednią między 10 a 100. Ličba 50 jest

ličbą pośrednią między 10 a 100. Ličba 50 jest

ličbą pośrednią między 10 a 100. Ličba 50 jest

ličbą pośrednią między 10 a 100. Ličba 50 jest

ličbą pośrednią między 10 a 100. Ličba 50 jest

ličbą pośrednią między 10 a 100. Ličba 50 jest

ROZDZIAŁ IV.

LICZBY POŚREDNIE MIĘDZY LICZBAMI 10 I 20. LICZBA 20.

§ 67. LICZBY 11, 12,..., 19.

 Nauczyciel kręśli na tablicy ramkę i w nią 10 kropek.

N. Co widzicie na tablicy i co ten rysunek wam przedstawia? U. Widzimy ramkę z 10-u kropkami wewnątrz; rysunek ten przedstawia 1 dzies., czyli 10 jedności. N. Wiecie (§ 48), że każda liczba jest większa od poprzedzającej ją liczby o 1 jedność; więc jaka liczba powinna następować po liczbie 10 jedności? U. Liczba o 1 jedność większa od 10-u.

 • Nauczyciel kręśli na tablicy ramkę otwartą (mającą wewnątrz 10 kropek) i obok z prawej strony 1 kropkę.

N. Co ten rysunek wam przedstawia? U. Liczbę, złożoną z jednego dziesiątka i jednej jedności. N. O ile jedności ta liczba jest większa od 10-u jedności? U. O 1 jedność. N. Więc ten rysunek jest wizerunkiem liczby, następującej po liczbie 10.

Nauczyciel kręśli pod poprzednim rysunkiem ramkę zamkniętą (bez kropek wewnątrz) i obok z prawej strony jedną kropkę.

N. Jaka jest różnica tego rysunku od poprzedniego? U. Zamiast ramki otwartej jest teraz narysowana ramka zamknięta. N. Czego się domyślamy w tej ramce zamkniętej?

U. 10-u kropek. N. Więc i ten rysunek jest wizerunkiem liczby, następującej po liczbie 10. Liczbę tę można nazwać: dziesięć i jeden, albo: jeden i dziesięć, albo, jak mówiono dawniej: jeden na dziesięć. Z ostatnich właśnie trzech wyrazów utworzył się wyraz jedenaście, używany obecnie do oznaczenia słownego liczby, której wizerunek macie tu na tablicy.

N. Wiecie, że liczba jedenaście jest o 1 większa od liczby 10, czyli liczba jedenaście jestto 10 i 1; jak więc napiszecie liczbę jedenaście? Uczniowie piszą: $10 + 1$.

N. Przeczytajcie, coście napisali. Uczniowie czytają: dziesięć i jeden. N. Przeczytajcie to samo krócej.

U. Jedenaście. N. Zamiast 10 mogę powiedzieć: 1 dziesiątek, więc liczbę jedenaście można jeszcze tak napisać: 1 dz. + 1. Przeczytajcie, co jest napisane na tablicy. U. Jeden dziesiątek i jedna jedność.

N. Wiecie, że 1 dziesiątek oznaczamy cyfrą 1 pisząc ją tak, aby ona zajmowała miejsce drugie; w liczbie jedenaście prócz 1 dziesiątka mamy jeszcze 1 jedność. Gdy więc liczbę jedenaście chcemy na piśmie wyrazić zapomocą cyfr, to możemy obok 1-sci na 2-m miejscu, oznaczającej 1 dziesiątek, napisać 1 na 1-m miejscu. Nauczyciel pisze na tablicy:

i mówi: cyfra 1, zajmująca miejsce drugie, wyraża, że liczba jedenaście ma jeden dziesiątek; cyfra zaś 1, zajmująca miejsce pierwsze, wyraża, że ta liczba, oprócz jednego dziesiątka, ma jeszcze jedną jedność.

N. Jaka liczba powinna następować po liczbie 11?

U. Liczba o 1 większa od liczby 11 jedności.

•• Nauczyciel kręśli na tablicy ramkę i obok z prawej strony 2 kropki.

N. Co ten rysunek wam przedstawia? U. 1 dziesiątek i 2 jedności. N. O ile jedności ta liczba jest większa od liczby 11 jedności?

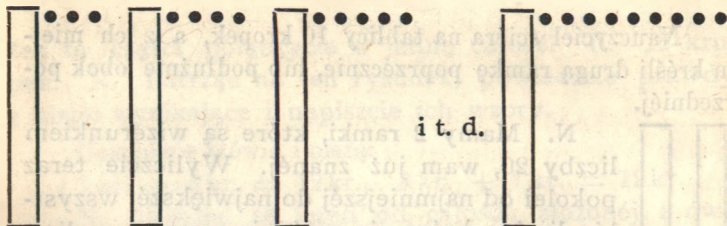
U. O 1 jedność. N. Jestto więc wizerunek liczby następującej [po liczbie 11. Liczbę tę można nazwać: dziesięć i dwa, albo: dwa i dziesięć, albo: dwa na dziesięć, albo wreszcie, jak się oddawna mówi, krócej: dwanaście. Ponieważ liczba ta ma 1 dziesiątek i oprócz tego 2 jedności, więc można ją tak napisać: 1 dz. + 2.

Wiedziecie, że dziesiątek oznacza się cyfrą 1, napisaną na 2-m miejscu. Liczbę więc dwanaście możemy wyrazić na piśmie zapomocą cyfr, kładąc obok cyfry 1, mającej zająć miejsce drugie, jako oznaczającej dziesiątek, cyfrę 2, która zajmie miejsce pierwsze. Jak więc napiszecie liczbę dwanaście? Uczniowie piszą:

12.

N. Które miejsce zajmuje cyfra 1 i co ona oznacza? Które miejsce jest zajęte przez cyfrę 2 i co ta cyfra oznacza? Uczniowie odpowiadają.

Powiększając pokolei każdą z poznanych liczb o 1 jedność, nauczyciel będzie otrzymywał nowe liczby, które na rysunku tak przedstawi:



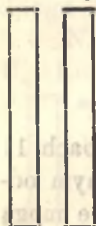
Trzymając się porządku przestrzeganego przy liczbach 11 i 12, należy w ten sam sposób dawać liczbom kręslonym odpowiednie nazwy, a pokazując stopniowo, jak się one mogą pisać, doprowadzić uczniów do tego, ażeby sami napisali na tablicy: 13, 14, 15, ..., 19 i opowiedzieli, co w każdej z tych liczb przedstawia cyfra zajmująca pierwsze, a co zajmująca drugie miejsce.

§ 68. TEŻ LICZBY, JAKO POŚREDNIE MIĘDZY 10 i 20.


 Nauczyciel kręśli na tablicy ramkę i obok z prawej strony 9 kropek.
 N. Co ten rysunek wam przedstawia? U. Liczbę 19 jedności.
 N. Jaka liczba powinna następować po liczbie 19? U. Liczba o 1 większa od 19.


 Nauczyciel obok 9 kropek, należących do liczby 19, kręśli jeszcze jedną kropkę i mówi: dodałem jedną kropkę; mamy więc wizerunek liczby, która następuje po liczbie 19. Ile jest kropek zewnątrz ramki? U. 10 kropek. N. Ponieważ te 10 kropek stanowią 1 dziesiątek, więc można je zamknąć w ramce.

Nauczyciel ścięra na tablicy 10 kropek, a z ich miejscu kręśli drugą ramkę poprzecz-ną, lub podłużnie obok poprzednięj.



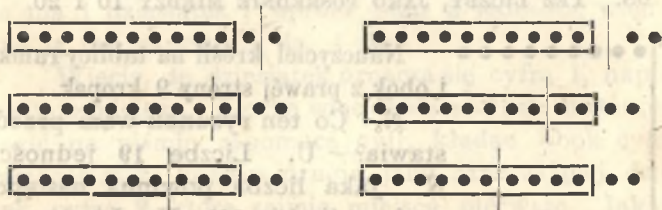
N. Mamy 2 ramki, które są wizerunkiem liczby 20, wam już znanęj. Wyliczcie teraz pokolei od najmniejszėj do największėj wszystkie liczby, które się znajdują pomiędzy liczbami 10 i 20 i napiszcie je.

Uczniowie wyliczają i piszą: 11, 12, 13, ..., 19.

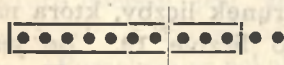
N. Ile ich jest? U. Jest ich 9.

§ 69. LICZBA 12.

Nauczyciel kręśli na tablicy ramkę z 10-u kropkami i obok nięj 2 kropki, oraz prowadzi kręskę po 11-ęj, 10-ęj, 9-ęj, 8-ęj, 7-ęj, 6-ęj kropce. Powstaje stąd 6 figur:



Każda z nich jest wizerunkiem czterech prawd, które uczniowie powinni nauczyć się wypowiadać i wyrażać zapomocą stosownych wzorów. Dla pokazania, jak nauczyciel ma prowadzić pogadankę przy rozważaniu każdėj figury, bierzemy jednę z nich, naprzykład przedostatnią.



N. Co macie na tablicy?

U. 12 kropek i kręskę. N. Co

jest po każdėj stronie kręski? U. Po lewėj stronie jest 7 kropek, a po prawej 5 kropek. N. Widzicie, że 7 kropek i 5 kropek są częściami jednėj całości; całością tą jest liczba 12 kropek. Co więc otrzymacie, je-

zeli te części połączycie w jedną całość? U. 12 kropek. N. Patrząc na ten rysunek, powiedzcie prawdy z niego wynikające i napiszcie ich wzory.

Uczniowie mówią i piszą:

$$7\text{ kr.} + 5\text{ kr.} = 12\text{ kr.}, \quad 5\text{ kr.} + 7\text{ kr.} = 12\text{ kr.}$$

N. Wiecie, że jeżeli od całości, złożonej z dwu części, odejmiemy jedną część, to pozostanie druga. Jakie więc jeszcze prawdy można wyprowadzić z rozważania tego rysunku?

Uczniowie odpowiadają i piszą wzory następujące:

$$12\text{ kr.} - 7\text{ kr.} = 5\text{ kr.}, \quad 12\text{ kr.} - 5\text{ kr.} = 7\text{ kr.}$$

W celu zastosowania tych wzorów do rozwiązywania zadań praktycznych, nauczyciel nadaje kropkom rozmaite miana.

N. Jeżeli każda kropka oznacza bochenek chleba, to jak te wzory napiszecie?

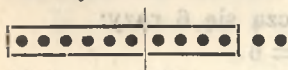
Uczniowie piszą:

$$7\text{ b.} + 5\text{ b.} = 12\text{ b.}, \quad 5\text{ b.} + 7\text{ b.} = 12\text{ b.},$$

$$12\text{ b.} - 7\text{ b.} = 5\text{ b.}, \quad 12\text{ b.} - 5\text{ b.} = 7\text{ b.},$$

a później pod kierunkiem nauczyciela układają zadania do tych wzorów zastosowane.

Następnie nauczyciel dochodzi do figury, obok nakreślonej.



N. Co powiecie o częściach téj całości? U. Te części są równe. N. Dlaczego? U. Bo każda z nich ma po 6 kropek. N. Więc te kropki możemy ułożyć w dwu równych podłużnych rzędach.

• • • • • Nauczyciel kręśli na tablicy dwa rzędy podłużne, w każdym po 6 kropek.

N. Jaką możecie wyprowadzić prawdę z uważania rzędów podłużnych tego rysunku? U. Dwa razy po 6 kropek jest 12 kropek. N. Powiedzcie to samo

innymi słowami. U. Liczba 6 kropek, powiększona 2 razy, równa się liczbie 12 kropek. N. Napiszcie wzór tej prawdy. Uczniowie piszą: $6 \text{ kr.} \times 2 = 12 \text{ kr.}$

N. Jaką jeszcze prawdę można wyprowadzić z rozważania rzędów podłużnych tego rysunku? U. Jeżeli liczbę 12 kropek podzielimy na 2 części równe, to każda część będzie miała po 6 kropek. N. Powiedzcie tę prawdę krócej i napiszcie jej wzór. U. Połowa 12-u kropek jest 6 kropek. $12 \text{ kr.} : 2 = 6 \text{ kr.}$

N. Rozważcie, czy z tego rysunku nie da się wyprowadzić jeszcze jedna prawda? U. Jeżeli liczbę 12 kropek podzielimy na równe części tak, aby w każdej było po 6 kropek, to takich części otrzymamy dwie. N. Jak to krócej powiecie? U. Liczba 6 kropek w liczbie 12 kropek mieści się 2 razy. N. Napiszcie wzór wypowiedzianej prawdy. Uczniowie piszą:

$$12 \text{ kr.} : 6 \text{ kr.} = 2.$$

N. Powiedzcie teraz prawdy, które wynikają z uważania rzędów poprzecznych tego rysunku, i napiszcie odpowiednie wzory.

U. 6 razy po 2 kropki jest 12 kropek:

$$2 \text{ kr.} \times 6 = 12 \text{ kr.}$$

6-ta część 12-u kropek jest 2 kropki:

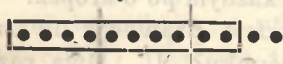
$$12 \text{ kr.} : 6 = 2 \text{ kr.}$$

w 12-u kropkach 2 kropki mieszczą się 6 razy:

$$12 \text{ kr.} : 2 \text{ kr.} = 6.$$

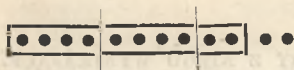
Nauczyciel w tych wzorach nadaje każdej kropce jakiekolwiek miano; na przykład: grosz, złoty, kopiejka, rubel, garniec, kwarta, mila, wiorsta, łokieć, godzina, minuta i t. d. Uczniowie układają stosowne zadania.

Nauczyciel kręśli na tablicy figurę obok umieszczoną



i zapytuje uczniów: ile jest kropek przed kręską? U. 8 kropek.

N. Podzielimy te 8 kropek na 2 równe części.



Nauczyciel prowadzi drugą kręskę pomiędzy kropkami 4-ą

i 5-ą.

N. Na ile części liczba 12 kropek jest podzielona tymi dwiema kręskami? U. Na 3 części. N. Jakie to są części? U. One są równe. N. Dlaczego? U. Bo każda część ma po 4 kropki. N. Ułożymy je w trzy podłużne rzędy.

• • • • Nauczyciel kręśli na tablicy figurę obok
• • • • umieszczoną. N. Ile macie rzędów po-
• • • • dłużnych? U. Trzy. N. Co jest w ka-
żdym rzędzie? U. Po 4 kropki. N. Jakie stąd wy-
nikają prawdy i jakie są ich wzory?

U. 3 razy po 4 kropki jest 12 kropek:

$$4\text{kr.} \times 3 = 12\text{kr.}$$

3-a część 12-u kropek jest 4 kropki:

$$12\text{kr.} : 3 = 4\text{kr.}$$

w 12-u kropkach 4 kropki mieszczą się 3 razy:

$$12\text{kr.} : 4\text{kr.} = 3.$$

N. Ile macie rzędów poprzecznych i co jest w każdym rzędzie? U. Rzędów poprzecznych jest 4, w każdym po 3 kropki. N. Powiedzcie prawdy, które można wyprowadzić z uważania tych rzędów poprzecznych, i napiszcie ich wzory.

U. 4 razy po 3 kropki jest 12 kropek:

$$3\text{kr.} \times 4 = 12\text{kr.}$$

4-a część 12-u kropek jest 3 kropki:

$$12\text{kr.} : 4 = 3\text{kr.}$$

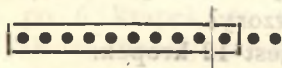
w 12-u kropkach 3 kropki mieszczą się 4 razy:

$$12\text{kr.} : 3\text{kr.} = 4.$$

Jak zwykle, nauczyciel nadaje kropkom jakiekolwiek miano, a uczniowie do tych wzorów układają stosowne zadania. Bardzo wygodnie można tu w takich zadaniach skorzystać z tego, że 1 stopa = 12 calom, 1 rok = 12 miesiącom, 1 tuzin = 12 sztukom.

§ 70. WZÓR GŁÓWNY I WZORY Z NIEGO WYNIKAJĄCE.

Dotychczasowe poznawanie każdej liczby polegało na przedstawieniu tej liczby w postaci uzmysłowionej i rozkładaniu jej na części równe lub nierówne. Stąd powstawały wzory, z których dowiadaliśmy się, w jaki sposób każda uważana przez nas liczba tworzy się z liczb poprzedzających. Metody tej będziemy się trzymali i nadal przy nauce liczb pośrednich między liczbami 10 i 20, z tą różnicą, że porzucimy na wypisywaniu wzorów głównych. Objasnimy myśl naszą.



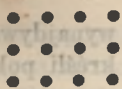
Weźmy jedną z figur §-u 69-go.

Przypominamy, że rozważanie jej posłużyło nam do wyprowadzenia czterech wzorów:

$$9 \text{ kr.} + 3 \text{ kr.} = 12 \text{ kr.}, \quad 3 \text{ kr.} + 9 \text{ kr.} = 12 \text{ kr.},$$

$$12 \text{ kr.} - 3 \text{ kr.} = 9 \text{ kr.}, \quad 12 \text{ kr.} - 9 \text{ kr.} = 3 \text{ kr.}$$

Będziemy je nazywali wzorami jednej grupy, gdyż one są uzmysłowione na jednym rysunku. W tej grupie wzór $9 \text{ kr.} + 3 \text{ kr.} = 12 \text{ kr.}$ nazywamy wzorem głównym, gdyż z niego wprost wynikają trzy pozostałe. Jakoż, wzór ten uczy nas, że całość 12 kr. składa się z dwu części: 9 kr. i 3 kr.; gdy przeto połączymy je znowu w jedną całość, to otrzymamy 12 kr. Porządek, w jakim odbędziemy to połączenie, jest dowolny; biorąc więc 3 kr. za pierwszą część, a 9 kr. za drugą, otrzymujemy wzór: $3 \text{ kr.} + 9 \text{ kr.} = 12 \text{ kr.}$ Z uwagi zaś, że: gdy od całości, złożonej z dwu części, odejmiemy jedną, to pozostanie druga, mamy tu jeszcze: $12 \text{ kr.} - 3 \text{ kr.} = 9 \text{ kr.}, \quad 12 \text{ kr.} - 9 \text{ kr.} = 3 \text{ kr.}$ Trzy więc ostatnie wzory tej grupy są wynikami wzoru pierwszego: $9 \text{ kr.} + 3 \text{ kr.} = 12 \text{ kr.}$, który z tego powodu nazwaliśmy wzorem głównym tej grupy. (Oczywiście, moglibyśmy, jako główny, przyjąć wzór $3 \text{ kr.} + 9 \text{ kr.} = 12 \text{ kr.}$)



Przypominamy teraz figurę ostatnią z § 69-go, której rozważanie doprowadziło nas do wzorów następujących:

$$\begin{aligned} 4 \text{ kr.} \times 3 &= 12 \text{ kr.}, & 12 \text{ kr.} : 3 &= 4 \text{ kr.}, & 12 \text{ kr.} : 4 \text{ kr.} &= 3, \\ 3 \text{ kr.} \times 4 &= 12 \text{ kr.}, & 12 \text{ kr.} : 4 &= 3 \text{ kr.}, & 12 \text{ kr.} : 3 \text{ kr.} &= 4. \end{aligned}$$

Te sześć wzorów, jako wynikające z rozważania jednej figury, a więc uzmysłowione na jednym rysunku, stanowią również jedną grupę. Pierwszy wzór tej grupy:

$$4 \text{ kr.} \times 3 = 12 \text{ kr.} \quad (\text{wzór 1-y})$$

uczy, że 3 razy po 3 kropki jest 12 kropek. Przeto liczba 4 kr. jest częścią liczby 12 kr., a że tych części w całości jest 3, więc:

Liczba 4 kropki jest 3-ą częścią liczby 12 kropek:

$$12 \text{ kr.} : 3 = 4 \text{ kr.} \quad (\text{wzór 2-i})$$

Liczba 4 kropki mieści się w liczbie 12 kropek 3 razy:

$$12 \text{ kr.} : 4 \text{ kr.} = 3. \quad (\text{wzór 3-i})$$

Liczba 12 kropek, jako złożona z trzech równych części, dała się przedstawić w postaci trzech równych podługnych rzędów, każdy po 4 kropki; a że wskutek takiego przedstawienia otrzymujemy cztery rzędy poprzeczne, w każdym po 3 kropki, więc: 4 razy po 3 kropki jest 12 kropek, czyli:

$$3 \text{ kr.} \times 4 = 12 \text{ kr.} \quad (\text{wzór 4-y})$$

Liczba 3 kr. jest częścią liczby 12 kr., a że tych części w całości jest 4, więc:

Liczba 3 kr. jest 4-ą częścią liczby 12 kropek:

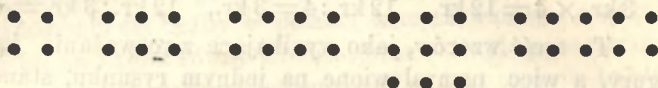
$$12 \text{ kr.} : 4 = 3 \text{ kr.} \quad (\text{wzór 5-y})$$

Liczba 3 kr. mieści się w liczbie 12 kr. 4 razy:

$$12 \text{ kr.} : 3 \text{ kr.} = 4. \quad (\text{wzór 6-y})$$

Widzi wnięć, że ze wzorem pierwszym: $4 \text{ kr.} \times 3 = 12 \text{ kr.}$ jest związanych 5 pozostałych wzorów tej grupy; z tego powodu wzór ten nazwiemy wzorem głównym całej grupy.

Dla wprawy w grupowaniu wzorów i wynajdywaniu pomiędzy nimi wzorów głównych, nauczyciel kręśli pokolei na tablicy znane już uczniom figury:



Uczniowie pod każdą figurą podpisują wzór główny i za pomocą powyższego rozumowania wyprowadzają wzory, z niego wynikające.

Zadanie.

N. Stanisław, Paweł i Jan kupowali ręczniki. Stanisław kupił połowę tuzina ręczników, Paweł 3-ą część tuzina, a Jan resztę tuzina. Ile złotych Jan zapłacił za kupione ręczniki, jeżeli jeden ręcznik kosztuje 6 złotych.

Nauczyciel zapisuje na tablicy:

Stanisław kupił połowę tuzina,

Paweł „ 3-ą część „

Jan „ resztę „

Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Czego się mamy dowiedzieć? U. Ile złotych Jan zapłacił za kupione ręczniki. N. Żeby się tego dowiedzieć, co musimy uprzednio wiedzieć? U. Ile ręczników Jan kupił. N. Czy to wiecie? U. Wiemy tylko, że Jan kupił resztę tuzina. N. Czy wiecie ile jest ręczników w tej reszcie? U. Nie wiemy. N. Jakże się tego dowiedzieć? U. Trzeba od tuzina ręczników odjąć ręczniki, kupione przez Stanisława i Pawła. N. Co powiedziano w zadaniu: ile ręczników kupili Stanisław i Paweł? U. Powiedziano, że Stanisław ku-

pił połowę tuzina, a Paweł 3-ą część tuzina. N. A ile tuzin ma sztuk? U. 12 sztuk. N. Więc ile ręczników kupił Stanisław? U. Stanisław kupił połowę 12-u, to jest 6 ręczników. N. Napiszcie to, coście powiedzieli.

Uczniowie piszą: $12r. : 2 = 6r.$

N. Co oznacza litera r., położona we wzorze przy liczbach 12 i 6? U. Litera r. oznacza, że jednostką liczb 12 r. i 6 r. jest ręcznik. N. Powiedzcie, ile ręczników kupił Paweł, i napiszcie to. U. Paweł kupił 3-ą część tuzina, to jest 3-ą część 12-u sztuk; 3-a część 12-u jest 4; więc Paweł kupił 4 ręczniki.

Uczniowie zapisują: $12r. : 3 = 4r.$

N. Powiedzcie, ile ręczników kupili Stanisław i Paweł razem, i napiszcie to:

Uczniowie odpowiadają i piszą: $6r. + 4r. = 10r.$

N. Ileż więc ręczników pozostało dla Jana?

Uczniowie odpowiadają i piszą: $12r. - 10r. = 2r.$

N. Wiemy więc, że Jan kupił 2 ręczniki. A czego się chcemy dowiedzieć? U. Chcemy się dowiedzieć, ile złotych Jan zapłacił za kupione ręczniki. N. Ileż więc? U. Jeden ręcznik kosztuje 6 złotych, więc 2 ręczniki kosztują 2 razy po 6 złotych, to jest 12 złotych. N. Napiszcie wzór téj prawdy, którą powiedzieliście teraz.

U. $6zł. \times 2 = 12zł.$

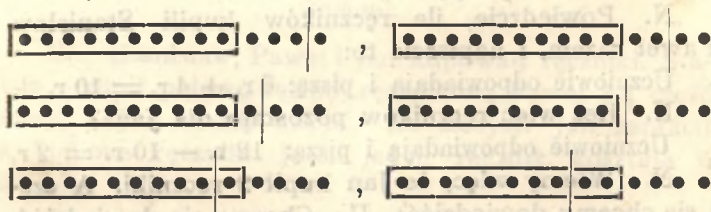
N. Ileście wzorów użyli do rozwiązywania tego zadania? U. 5-u wzorów. N. Do czego potrzebny jest wzór pierwszy? U. Do dowiedzenia się, ile ręczników kupił Stanisław. N. Czegoście się dowiedzieli za pomocą wzoru drugiego? U. Ile ręczników kupił Paweł. N. Do czego służy wzór 3-i? U. Do wynalezienia, ile ręczników kupili Stanisław i Paweł razem. N. A wzór 4-y? U. Wzór 4-y jest potrzebny do dowiedzenia się,

ile ręczników pozostało dla Jana z całego tuzina. N. Ja-
ki jest wzór 5-ty i do czego on służy? U. 2 razy 6
złotych jest 12 złotych; wzór ten służy do dowiedzenia
się, ile złotych zapłacił Jan za kupione ręczniki.

§ 71. ROZKŁADANIE LICZB 14, 15, 16 I 18 NA CZĘŚCI
NIERÓWNE.

Nauczyciel kręśli na tablicy liczbę 14 i umieszcza
kręskę kolejno po kropkach: 13-ěj, 12-ěj, 11-ěj, 10-ěj, 9-ěj
i 8-ěj.

Tym sposobem powstaje 6 figur:



z których każda jest wizerunkiem jednego z następujących
wzorów głównych.

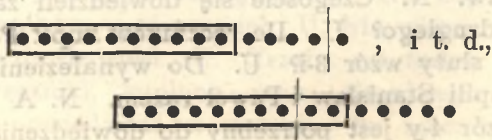
$$13 + 1 = 14, \quad 12 + 2 = 14, \quad 11 + 3 = 14,$$

$$10 + 4 = 14, \quad 9 + 5 = 14, \quad 8 + 6 = 14.$$

Figura np. 5-ta jest wizerunkiem wzoru głównego:
 $9 + 5 = 14$, z którego wynikają trzy wzory następujące:

$$5 + 9 = 14, \quad 14 - 5 = 9, \quad 14 - 9 = 5.$$

Liczba 15, w podobny sposób [uzmysłowiona i zapo-
mocą] kręski na dwie części, nierówne rozłożona, daje 7
figur:



będących wizerunkami 7-u następujących wzorów głównych:

$$14 + 1 = 15, 13 + 2 = 15, \text{ i t. d., } 8 + 7 = 15.$$

Liczba 16 daje podobnych figur 7, a więc i 7 następujących wzorów głównych:

$$15 + 1 = 16, 14 + 2 = 16, \text{ i t. d., } 9 + 7 = 16$$

Wreszcie z liczby 18, rozkładanej na 2 części nierówne, otrzymujemy 8 figur:

$$\boxed{\bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet} | \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet | \bullet, \text{ i t. d.,}$$

z których wyczytujemy 8 wzorów głównych:

$$17 + 1 = 18, 16 + 2 = 18, \text{ i t. d., } 10 + 8 = 18.$$

Widzimy, że rozkładanie liczb: 14, 15, 16 i 18 na części nierówne posłużyło do wyprowadzenia 28-u wzorów głównych. Z każdego z nich uczniowie wyprowadzą wzory z niego wynikające, a nadając jednościom liczb, wchodzącym w nie, nazwy jakichkolwiek jednostek, ułożą stosowne zadania. Takie zadania proste, ułożone przez uczniów, nauczyciel będzie przekształcał na złożone, jak to zobaczymy na przykładzie następującym. Przypuszczamy, że przedmiotem pogadanki jest wyprowadzenie

$$\boxed{\bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet} | \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \quad \text{wzorów, wynikających z roztrząsania umieszczonego obok}$$

wizerunku liczby 18. Uczniowie, jak zwykle, wyliczają prawdy odpowiednie i piszą ich wzory. Nauczyciel zwraca uwagę uczniów na wzór naprzykład:

$$18 - 10 = 8.$$

N. Jeżeli każda jedność tych liczb oznacza grosz, to jak ten wzór napiszecie? Uczniowie piszą:

$$18 \text{ gr.} - 10 \text{ gr.} = 8 \text{ gr.}$$

N. Ułóżcie takie zadanie, żeby była mowa o Stasiu i żeby się ono rozwiązywało zapomocą tego wzoru.

U. Staś miał 18 groszy, wydał 10 groszy; ile mu groszy pozostało? N. Powiedzieliście, że Staś miał 18 groszy; zobaczmy jakie Staś miał monety.

Tu nauczyciel pokazuje monety miedziane: jedno-, dwu-, trzy- i pięciokopiejkowe i dawny nasz trojak.

N. Otóż, Staś miał 3 monety dwukopiejkowe i 2 trojaki; policzcie, ile to wynosi groszy? U. Jedna moneta dwukopiejkowa ma 4 grosze, to 3 takie monety mają:

(Uczniowie piszą): $4 \text{ gr.} \times 3 = 12 \text{ gr.}$

Jeden trojak ma 3 grosze, więc 2 trojaki mają:

$3 \text{ gr.} \times 2 = 6 \text{ gr.}$, a $12 \text{ gr.} + 6 \text{ gr.} = 18 \text{ gr.}$

N. Powiedzieliście, że Staś wydał 10 groszy, ale nie wiecie, na co on wydał te pieniądze. Otóż wam powiem, że on dla swoich siostrzyczek kupił 5 bukietów fiołków, a za każdy bukietek płacił po 2 grosze. Powiedzcie, ile Staś zapłacił za fiołki?

Uczniowie odpowiadają i piszą wzór: $2 \text{ gr.} \times 5 = 10 \text{ gr.}$

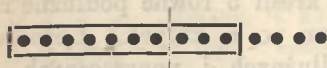
N. Opowiedzcie teraz sami wszystko, co wiecie o Stasiu.

Po takiej pogadance uczniowie z łatwością ułożą następujące zadanie złożone:

Staś miał 3 monety dwukopiejkowe i 2 trojaki; kupił dla siostrzyczek 5 bukietów fiołków, płacąc za każdy po 2 grosze. Ile mu pozostało groszy po kupieniu fiołków?

Figury niniejszego paragrafu podały 28 wzorów głównych, te wraz z wynikającymi z nich, tworzą razem wzorów 112, które, jak widzimy z poprzedzającego przykładu, mogłyby posłużyć za materyjał do ułożenia tyluż zadań złożonych.

§ 72. ROZKŁADANIE LICZB 14, 15, 16 i 18 NA CZĘŚCI RÓWNE



Nauczyciel kręśli na tablicy liczbę 14 i prowadzi

kręskę pomiędzy kropkami: 7-ą i 8-ą.

N. Co jest na tablicy? U. 14 kropek i kręska pomiędzy kropkami: 7-ą i 8-ą. N. Widzicie, że kręska dzieli liczbę 14 kropek na 2 części równe; można więc te 14 kropek ułożyć we dwa równe podłużne rzędy.



Nauczyciel kręśli na tablicy figurę obok umieszczoną; uczniowie, przez rozważanie rzędów podłużnych i poprzecznych téj figury, dochodzą do wzorów:

$$7 \text{ kr.} \times 2 = 14 \text{ kr.}, \quad 14 \text{ kr.} : 2 = 7 \text{ kr.}, \quad 14 \text{ kr.} : 7 = 2 \text{ kr.},$$

$$2 \text{ kr.} \times 7 = 14 \text{ kr.}, \quad 14 \text{ kr.} : 7 = 2 \text{ kr.}, \quad 14 \text{ kr.} : 2 = 7 \text{ kr.}$$

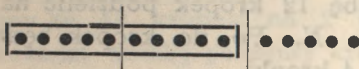
Przy wyprowadzaniu tych wzorów nauczyciel będzie miał z uczniami pogadankę, podobną do téj, do jakiej się udawał przy rozkładaniu liczby 12 na części równe; z tego powodu ją tu opuszczamy.



Nauczyciel kręśli na tablicy liczbę 15 i kładzie kręskę pomiędzy kropka-

mi 10-ą i 11-ą.

N. Co macie na tablicy? U. Mamy liczbę 15 kropek i kręskę pomiędzy kropkami 10-ą i 11-ą. N. 10



kropek, będące z lewéj strony kręski, podzielimy na 2 równe części.

Nauczyciel prowadzi drugą kręskę pomiędzy kropkami 5-ą i 6-ą.

N. Na ile części liczba 15 kropek jest teraz podzielona? U. Na 3 części. N. Jakieto są części? U. Te części są równe. N. Dlaczego? U. Bo każda ma po 5 kropek.

• • • • • Nauczyciel ścięra te 15 kropek, a na
• • • • • ich miejscu kręśli 3 równe podłużne rzę-
• • • • • dy, w każdym po 5 kropek. Uczniowie
przez rozważanie rzędów podłużnych i poprzecznych tęg
figury wyprowadzają wzory:

$$5 \text{ kr.} \times 3 = 15 \text{ kr.}, \quad 15 \text{ kr.} : 3 = 5 \text{ kr.}, \quad 15 \text{ kr.} : 5 \text{ kr.} = 3,$$

$$3 \text{ kr.} \times 5 = 15 \text{ kr.}, \quad 15 \text{ kr.} : 5 = 3 \text{ kr.}, \quad 15 \text{ kr.} : 3 \text{ kr.} = 5.$$

 Nauczyciel kręśli na
tablicy liczbę 16 i krę-
skę pomiędzy kropkami 8-ą i 9-ą.

N. Na ile części liczba 16 kropek jest podzielona
i jakie są te części? U. Liczba 16 kropek jest podzie-
lona na 2 części równe.

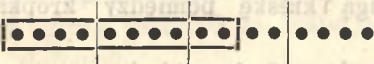
• • • • • Nauczyciel ścięra tęg figurę, a na
• • • • • jej miejscu kręśli 16 kropek w dwu
równych podłużnych rzędach. Z tego rysunku, zapomocą
wiadomego już rozumowania, uczniowie wyprowadzają wzo-
ry następujące:

$$8 \text{ kr.} \times 2 = 16 \text{ kr.}, \quad 16 \text{ kr.} : 2 = 8 \text{ kr.}, \quad 16 \text{ kr.} : 8 \text{ kr.} = 2,$$

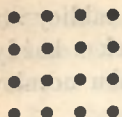
$$2 \text{ kr.} \times 8 = 16 \text{ kr.}, \quad 16 \text{ kr.} : 8 = 2 \text{ kr.}, \quad 16 \text{ kr.} : 2 \text{ kr.} = 8.$$

 Nauczyciel kręśli na
tablicy liczbę 16 i pro-
wadzi kręskę po 12-ęg kropce.

N. Czy można liczbę 12 kropek podzielić na 3
równe części? U. Można. N. Po ile kropek będzie
w każdej części? U. Po 4 kropki.

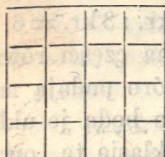
 Nauczyciel prowadzi
jeszcze 2 kręski: jedną
po 4-ęg, a drugą po 8-ęg kropce.

N. Na ile części liczba 16 kropek jest teraz po-
dzielona i jakie to są części? U. Na 4 równe części.

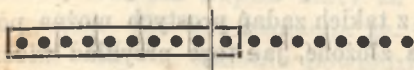


Nauczyciel kręśli na tablicy 4 rzędy podłużne, w każdym po 4 kropki. Uczniowie z tego rysunku wyprowadzają wzory:

$$4 \text{ kr.} \times 4 = 16 \text{ kr.}, 16 \text{ kr.} : 4 = 4 \text{ kr.}, 16 \text{ kr.} : 4 \text{ kr.} = 4.$$



N. Jeżeli każda jedność liczby 16 jest kwadratem, to z tych kwadratów, jak widzicie, można ułożyć jeden kwadrat; z tego powodu liczba 16 nazywa się liczbą kwadratową, albo kwadratem.

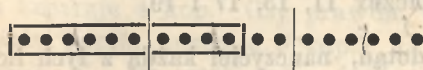


Nauczyciel kręśli na tablicy liczbę 18 i kręskę

po 9-ej kropce. Następnie pokazawszy uczniom, że kręska dzieli liczbę 18 kropek na 2 części równe, ścięra tę figurę, a na jej miejscu rysuje 18 kropek w dwu równych podłużnych rzędach, w każdym po 9 kropek. Z tego

rysunku uczniowie wyprowadzają wzory następujące:

$$9 \text{ kr.} \times 2 = 18 \text{ kr.}, 18 \text{ kr.} : 2 = 9 \text{ kr.}, 18 \text{ kr.} : 9 \text{ kr.} = 2, \\ 2 \text{ kr.} \times 9 = 18 \text{ kr.}, 18 \text{ kr.} : 9 = 2 \text{ kr.}, 18 \text{ kr.} : 2 \text{ kr.} = 9.$$



Nauczyciel kręśli liczbę 18, i położy-

wszy kręskę po 12-ej kropce, zapytuje uczniów: Co jest z lewej strony kręski? U. 12 kropek. N. Podzielimy te 12 kropek na 2 części równe. Nauczyciel prowadzi kręskę pomiędzy kropkami 6-ą i 7-ą. N. Na ile części jest podzielona liczba 18 kropek, tymi 2-ą kręskami? U. Na 3 części. N. Jakie są te części? U. Te części są równe, bo każda część ma po 6 kropek. N. Więc te 18 kropek możemy ułożyć w trzech równych rzędach podłużnych.

• • • • • Nauczyciel kręśli na tablicy trzy
 • • • • • rzędy podłużne, po 6 kropek w każdym.
 • • • • • Z rozważania tego rysunku uczniowie
 wyprowadzają wzory:

$$6 \text{ kr.} \times 3 = 18 \text{ kr.}, 18 \text{ kr.} : 3 = 6 \text{ kr.}, 18 \text{ kr.} : 6 \text{ kr.} = 3,$$

$$3 \text{ kr.} \times 6 = 18 \text{ kr.}, 18 \text{ kr.} : 6 = 3 \text{ kr.}, 18 \text{ kr.} : 3 \text{ kr.} = 6.$$

Rozkładanie liczb: 14, 15, 16 i 18 na części równe doprowadziło do 33-ch nowych wzorów, które podają materiały do tyluż zadań prostych. Uczniowie będą je układali w domu, a nauczyciel, sprawdzając w klasie te opracowania, baczyć będzie nadewszystko na ich praktyczność. Szczęśliwiej pomyślane z takich zadań prostych można podczas lekcji rozwinać na złożone, jak tego przykład widzieliśmy w paragrafie poprzedzającym.

N. W spiżarni są 3 kosze z pomarańczami; w 1-m koszu jest 14 pomarańcz, w 2-m 15, a w 3-m 16. Służąca wybrała z 1-go i 3-go kosza połowę, a z 2-go 5-ą część znajdujących się w nich pomarańcz i ułożyła je dla gości na dwu tacach. Ile jest pomarańcz na każdej tacy?

§ 73. LICZBY 11, 13, 17 i 19.

Podobnie, jak dotąd, nauczyciel każdą z tych liczb nakręśli na tablicy i rozkładać ją będzie na 2 części zapomocą kręski, umieszczonej pokolei pomiędzy kropkami ostatnią i przedostatnią, 2-ą i 3-ą od końca, 3-ą i 4-ą od końca i t. d. To posuwanie kręski dotąd się powtarza, dopóki się nie natrafi na takie dwie części, których różnica jest 1. W taki sposób z liczb: 11, 13, 17 i 19 otrzymamy: 5, 6, 8 i 9 figur; każda z nich jest uzmysłowieniem 4-ch wzorów, które uczniowie powinni wypisać i zastosować do odpowiednich zadań prostych, sprawdzanych, jak zwykle, przez nauczyciela. Z takich zadań prostych można

układać na lekcyi zadania złożone, jak to już widzieliśmy w paragrafie 71-m. Weźmy jeszcze 2 przykłady takiego układania zadań złożonych.

I. Przypuśćmy, że uczniowie mają na tablicy wzór:

$$9 + 8 = 17.$$

N. Napiszcie ten wzór tak, żeby każda jedność oznaczała kopiejkę.

Uczniowie piszą: 9 kop. + 8 kop. = 17 kop.

N. Dobierzcie do tego wzoru takie zadanie, aby była mowa o służącej, co kupowała naftę i świece.

U. Służąca kupiła nafty za 9 kopiejek i świec za 8 kopiejek. Ile ona zapłaciła za naftę i świece?

N. Czy w zadaniu powiedziano, ile nafty kupiła służąca? U. Nie. N. Otóż, służąca kupiła pół kwarty nafty, a kwarta kosztuje 18 kop. Czy prawda, że wtedy nafta, którą kupiła owa służąca, kosztuje 9 kop. U. Prawda. N. Dlaczego? U. Bo jeżeli kwarta nafty kosztuje 18 kop., to pół kwarty kosztuje połowę 18 kop., a wiemy, że: $18 \text{ kop.} : 2 = 9 \text{ kop.}$

N. Czy powiedziano w zadaniu, ile świec kupiła służąca? U. Nie. N. Służąca kupiła 2 świece, a każda kosztuje 4 kop. Czy prawda, że świece, które ta służąca kupiła, kosztują 8 kop.? U. Prawda. N. Dlaczego? U. Bo jeżeli jedna świeca kosztuje 4 kop., to 2 świece kosztują 2 razy więcej, a $4 \text{ kop.} \times 2 = 8 \text{ kop.}$

N. Powiedzcie jeszcze raz to zadanie, ale nie zapomnijcie niczego, cośmy teraz mówili.

U. Służąca kupiła pół kwarty nafty i 2 świece; kwarta nafty kosztuje 18 kop., a jedna świeca 4 kop. Ile służąca zapłaciła za naftę i świece?

N. Ile użyliście wzorów do rozwiązania tego zadania? U. 3 wzory. N. Jakież?

U. 1). $18 \text{ kop.} : 2 = 9 \text{ kop.}$; 2). $4 \text{ kop.} \times 2 = 8 \text{ kop.}$; 3). $9 \text{ kop.} + 8 \text{ kop.} = 17 \text{ kop.}$

II. Nauczyciel pisze na tablicy wzór: $4 + 15 = 19$.

N. Każda jedność oznacza werstę.

Tu nauczyciel da uczniom przybliżone pojęcie o werście, porównyując ją z odległością dwu znanych im przedmiotów, np. z odległością pewnego domu od jakiegoś innego, kościoła od mostu, szkoły od mieszkania któregośkolwiek z uczniów i t. d. Odległości przytaczane winny w rzeczywistości mniejwięcej wynosić 1 werstę.

N. Jeżeli każda jedność liczb: 4, 15 i 17 oznacza 1 werstę, to jak napiszecie wzór powyższy?

Uczniowie piszą: $4 \text{ w.} + 15 \text{ w.} = 19 \text{ w.}$

N. Zastosujcie ten wzór do zadania o wieśniaku Bartoszu, który się udał na targ ze wsi do miasta i część drogi odbył pieszo, a resztę drogi jechał.

U. Bartosz udał się na targ do miasta, 4 wersty szedł, a pozostałe 15 werst jechał; ile jest werst od wsi do miasta?

N. Bartosz, aby zrobić pieszo tę część drogi, która wynosiła 4 wersty, potrzebował na to pewnego czasu. Niósł on do miasta na sprzedaż ciężki kosz z jarzynami, a droga była piaszczysta; musiał iść powoli, szedł więc 2 godziny, a na godzinę uchodził zaledwie po 2 wersty. Czy prawda, że Bartosz w te 2 godziny uszedł 4 wersty? U. Prawda, bo $2 \text{ w.} \times 2 = 4 \text{ w.}$

N. Powiedzieliście, że Bartosz pozostałe 15 werst jechał, ale nie wiemy, skąd się znalazł wóz, którym on odbył resztę drogi. Otóż, po odejściu Bartosza, sąsiad Maciej wyjechał ze wsi do tegoż miasta, co i Bartosz, spotkał go w odległości 4-ch werst ode wsi, w której mieszkali, i wziął go z koszem na swój wóz. Jechali razem 3 godziny, jadąc po 5 werst na godzinę. Czy prawda, że Bartosz w ciągu tych 3-ch godzin przejechał 15 werst? U. Prawda, bo $5 \text{ w.} \times 3 = 15 \text{ w.}$

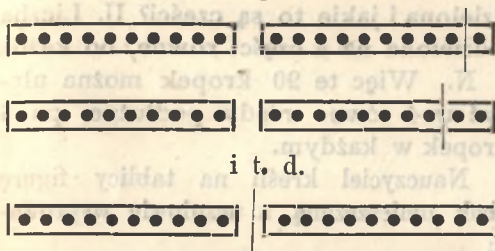
N. Powiedzcie teraz sami całe to zadanie o Bartoszu, który się udał na targ do miasta.

U. Bartosz poszedł ze wsi na targ do miasta, szedł 2 godziny, po 2 wersty na godzinę. Po 2 godzinach sąsiad Maciej, jadący wozem, dopędził Bartosza, zabrał go ze sobą i resztę drogi do miasta jechali 3 godziny, po 5 werst na godzinę. Ile jest werst ode wsi do miasta?

N. Ile użyliście wzorów do rozwiązywania tego zadania? U. 3 wzory, a mianowicie:

$$2 \text{ w.} \times 2 = 4 \text{ w.}, \quad 5 \text{ w.} \times 3 = 15 \text{ w.}, \quad 4 \text{ w.} + 15 \text{ w.} = 19 \text{ w.}$$

§ 74. LICZBA 20.



Nauczyciel kręśli na tablicy liczbę 20 i, posuwając kręskę sposobem wyżej używanym, otrzymuje 10 fi-

gur, z których uczniowie wyczytują następujące wzory główne: $19 + 1 = 20$, $18 + 2 = 20$, i t. d., $10 + 10 = 20$. Każdy z nich, jak wiadomo, da 3 wzory z niego wynikające, które uczniowie podpiszą pod odpowiednimi wzorami głównymi. Powstałe stąd 40 wzorów należy stosować do rozwiązywania zadań prostych i złożonych.

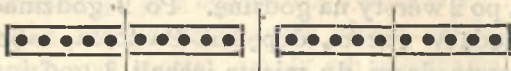
Nauczyciel zwraca uwagę uczniów na ostatnią figurę.

N. Kręska dzieli liczbę 20 kropek na 2 części równe, więc te kropki można ułożyć we 2 równe rzędy podłużne.

Nauczyciel kręśli 2 rzędy podłużne, po 10 kropek w każdym. Uczniowie z rozważania rzędów podłużnych i poprzecznych téj figury wyprowadzają wzory:

$10 \text{ kr.} \times 2 = 20 \text{ kr.}$, $20 \text{ kr.} : 2 = 10 \text{ kr.}$, $20 \text{ kr.} : 10 = 2$,
 $2 \text{ kr.} \times 10 = 20 \text{ kr.}$, $20 \text{ kr.} : 10 = 2 \text{ kr.}$, $20 \text{ kr.} : 2 = 10$.

Nauczyciel kręśli na tablicy 20 kropek i poprowa-



dziwszy kręskę pomiędzy kropkami 10-ą i 11-ą, powiada: ta kręska dzieli liczbę 20 na 2 części równe; każdą z tych części podzielimy jeszcze na 2 części równe.

Nauczyciel prowadzi jeszcze 2 kręski: jedną pomiędzy kropkami: 5-ą i 6-ą, a drugą między kropkami 15-ą i 16-ą

N. Na ile części liczba 20 kropek tymi trzema kręskami jest podzielona i jakie to są części? U. Liczba 20 kropek jest podzielona na 4 części równe, bo każda ma po 5 kropek. N. Więc te 20 kropek można uło-

• • • • • żyć w 4 równe rzędy podłużne, po 5
 • • • • • kropek w każdym.

• • • • • Nauczyciel kręśli na tablicy figurę

• • • • • obok umieszczoną, a uczniowie wyprowa-
 dzają z niej wzory:

$5 \text{ kr.} \times 4 = 20 \text{ kr.}$, $20 \text{ kr.} : 4 = 5 \text{ kr.}$, $20 \text{ kr.} : 5 \text{ kr.} = 4$,
 $4 \text{ kr.} \times 5 = 20 \text{ kr.}$, $20 \text{ kr.} : 5 = 4 \text{ kr.}$, $20 \text{ kr.} : 4 \text{ kr.} = 5$.

Zadania.

1. Stasia dostała od ogrodnika 20 róż, 5-ą ich część darowała siostrze, a z pozostałych zrobiła 2 jednakowe bukiety. Ile jest róż w każdym bukiecie?

2. Na stajni są konie: kare, siwe i gniade; karych jest 3 czwórki, siwych 2 pary. Ile jest gniadych, jeżeli wszystkich koni na stajni jest 20?

3. Jaś ma 2 monety czwór groszowe i 4 trojaki; za 10-ą część tych pieniędzy kupił jabłko, a za pozo-

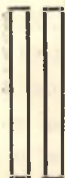
stałe pieniądze 6 gruszek. Po czemu on płacił za każdą gruszkę?

4. Ignas, udając się na wakacje do rodziców, był w drodze 20 godzin. Połowę tego czasu płynął statkiem parowym, 5-ą część jechał koleją, a resztę czasu jechał pocztą. Ile godzin jechał Ignas pocztą?

ROZDZIAŁ V.

LICZBY POŚREDNIE MIĘDZY DZIESIĄTKAMI. LICZBA 100. CZTERY DZIAŁANIA.

§ 75. LICZBY 21,..., 29, 31,..., 99.



Nauczyciel, nakręśliwszy 2 ramki zamknięte, zapytuje: co widzicie na tablicy? U. 2 ramki. N. Czego się domyślacie w każdej ramce? U. 10-u kropek. Co ten rysunek wam przedstawia? U. 2 dziesiątki, czyli 20 jedności.



Nauczyciel kręśli 3 ramki zamknięte. Co teraz macie na tablicy? U. 3 ramki, które nam przedstawiają 3 dziesiątki, czyli 30 jedności.

N. Wiecie, że liczba, następująca po jakiegokolwiek liczbie, jest od niej większa o 1 jedność. Powiedzcie: czy liczba 30 jest następującą po liczbie 20? U. Nie. N. Dlaczego? U. Bo liczba 30 jest większa od 20 o 10 jedności. N. Jaka liczba powinna następować po liczbie 20? U. Liczba większa od 20 o 1 jedność.

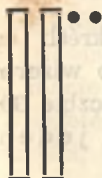


Nauczyciel z prawej strony 2-u ramek kręśli kropkę i mówi: oto jest wizerunek liczby następującej po liczbie 20. Liczba ta nazywa się: dwadzieścia i jeden, albo (wyraz i zwykle się domyśla): dwadzieścia jeden. Ponieważ ta liczba ma 2 dziesiątki i oprócz

tego 1 jedność, więc wyrażamy ją na piśmie, kładąc na miejscu 2-m cyfrę 2, na 1-m cyfrę 1. Otrzymujemy:

21.

N. Jaka liczba następuje po liczbie 21? U. Liczba większa od niej o 1 jedność.

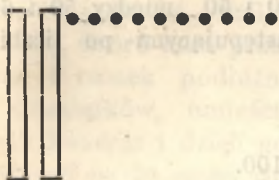


Nauczyciel obok dwu ramek i kropki kręśli jeszcze jedną kropkę, mówiąc: jest to wizerunek liczby, następującej po liczbie 21. Ma ona 2 dziesiątki i oprócz tego 2 jedności. Ta liczba nazywa się dwadzieścia dwa; pisze się:

22.

W podobny sposób nauczyciel pokolei rysuje, nazywa i pisze liczby: 23, 24, 25, 26, 27, 28 i 29.

Po narysowaniu i napisaniu liczby 29, nauczyciel zapytuje uczniów: jaka liczba następuje po liczbie 29? U. Liczba większa od 29 o 1 jedność.



Nauczyciel obok wizerunku liczby 29 kręśli 1 kropkę i powiada: widzicie, że liczba, następująca po liczbie 29, ma 2 dziesiątki i 10 jedności; te 10 jedności zmienimy na jeden

dziesiątek (nauczyciel ścięra 10 kropek, a na ich miejscu kręśli ramkę zamkniętą); macie 3 ramki, które przedstawiają znaną już wam liczbę 30. Liczba więc 30 następuje po liczbie 29. Wyliczcie teraz wszystkie liczby pośrednie pomiędzy liczbami 20 i 30. Uczniowie wyliczają. N. Ile ich jest? U. Jest ich 9.





дноść.



Nauczyciel pod 3-a ramkami kręśli na tablicy 4 ramki i zapytuje uczniów: czy liczba 40 jest następującą po liczbie 30? U. Nie, bo ona jest większa od 30 o 10 jedności, a liczba następująca po 30 powinna być większa od 30 tylko o 1 je-

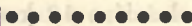
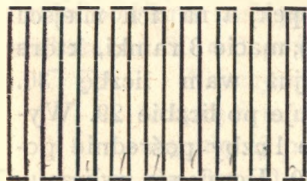
Nauczyciel ścięra 4-ą ramkę, kręśli na jęj miejscu kropkę i mówi: jest to wizerunek liczby, która następuje po liczbie 30. Nazywa się ona trzydzieści jeden; pisze się:

31.

Zapomocą podobnych pogadanek nauczyciel nauczy uczniów rysować, nazywać i pisać liczby: 32, 33, i t. d., 39. Następnie nauczyciel pokaże uczniom, że po 39-u następuje liczba 40, i zaznaczy, że pomiędzy liczbami 30 i 40 jest 9 liczb pośrednich.

Takim samym sposobem nauczyciel [zapozna uczniów z liczbami pośrednimi między 40 i 50, między 50 i 60 i t. d., nakoniec z 9 liczbami, następującymi po liczbie 90, t. j. 91, i t. d., 99.

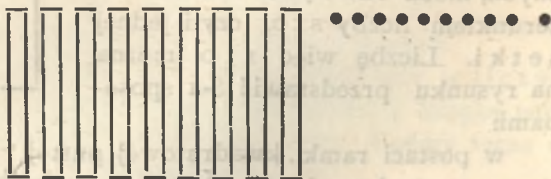
§ 76. LICZBA 100.



Nauczyciel kręśli na tablicy 9 ramek i obok z prawej strony 9 kropek. Co wam ten rysunek przedstawia? U. Liczbę 99. N. Jaka liczba po-

winna następować po liczbie 99? U. Liczba od niej większa o 1 jedność.

Nauczyciel obok 9 kropek kręśli jeszcze jedną kropkę i powia-



da: macie na tablicy wizerunek liczby, która następuje po liczbie 99. Widzicie, że ona ma 9 dziesiątków i 10 jedności; te 10 jedności można zastąpić przez 1 dziesiątek (nauczyciel ścięra 10 kropek i na ich miejscu kręśli ramkę). Otrzymujemy 10 dziesiątków, czyli 10 razy po 10 jedności. Liczba ta nazywa się sto.



Przypominacie, że 10 kropek, przedstawiające liczbę 10 jedności, umieszczaliśmy w jednej ramce podłużnej, która nam przedstawiała dziesiątek; podobnie 10 ramek podłużnych, które przedstawiają nam 10 dziesiątków, umieścimy w jednej ramce (nauczyciel kreśli kwadrat i dzieli go linjami podłużnymi na 10 części równych). Ponieważ ramka ta ma kształt kwadratu, więc nazywamy ją ramką kwadratową. Ramka więc kwadratowa jest wizerunkiem liczby sto i przedstawiać nam będzie setkę.



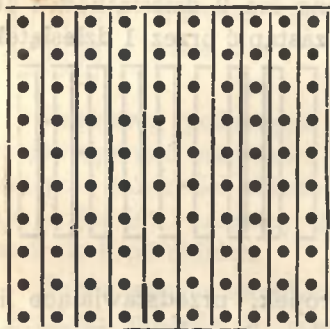
Podspodem nauczyciel rysuje kwadrat takiej samej wielkości bez podziałów wewnątrz i mówi: jest to

ramka kwadratowa p u s t a; w niej jest domyślnych 10 ramek podłużnych; niech ona będzie również wizerunkiem liczby sto, czyli jednej setki. Liczbę więc sto można na rysunku przedstawić 3-a sposobami:



w postaci ramki kwadratowej pustej;

w postaci ramki kwadratowej, obejmującej 10 ramek podłużnych, które nazwaliśmy zamkniętymi;



w postaci ramki kwadratowej, obejmującej 10 ramek podłużnych, które nazwaliśmy otwartymi.

Wicie, że liczba jedna jedność oznacza się cyfrą 1, zajmującą miejsce pierwsze; liczba jeden dziesiątek oznacza się: 1 dz., albo cy-

frą 1 zajmującą miejsce drugie. Otóż, i liczba jedna setka będzie również oznaczana 2-a sposobami: albo 1s. (gdzie litera s jest skróceniem wyrazu setka), albotóż cyfrą 1 zajmującą miejsce trzecie. Dlatego, żeby cyfra 1, mająca oznaczać sto, znalazła się na miejscu 3-m, trzeba zająć miejsca pierwsze i drugie, trzeba coś na nich postawić. Gdy cyfrę 1, mającą oznaczać dziesiątek, chcemy postawić na miejscu 2-m, to zapomocą jakiej cyfry zapełniamy miejsce pierwsze? U. Zapomocą cyfry zero. N. Otóż taksamo, aby cyfra 1, mająca oznaczać sto, znalazła się na miejscu 3-m, zapełnimy miejsca pierwsze i drugie, pisząc na nich zera, i liczbę sto tak napiszemy:

§ 77. DODAWANIE.

••••• Nauczyciel kręśli na tablicy 5 kropek.

N. Mamy na tablicy kropki, będziemy je liczyli.

Nauczyciel, wskazując na każdą pokolei kropkę mówi: jedna kropka, 2 kr., 3 kr., 4 kr., 5 kr. Cośmy teraz robili? U. Liczyliśmy kropki.

Nauczyciel bierze niewięcej jak 20 np. obsadek uczniowskich, i trzymając w ręce, pokazuje je uczniom. Co mam w ręce? U. Obsadki.

Nauczyciel kładzie na stole jedną z tych obsadek. Co leży na stole? U. Jedna obsadka. Nauczyciel obok kładzie 2-ą obsadkę. Co teraz leży na stole? U. 2 obsadki. Nauczyciel obok dwu obsadek kładzie 3-ą. N. Ile obsadek teraz leży na stole? U. 3 obsadki. I tak dalej. Gdy wszystkie obsadki będą już na stole położone, nauczyciel zapytuje: Coście teraz robili? U. Liczyliśmy obsadki.

N. Wszystko, co człowiek robi, nazywa się jego robotą, albo czynnością. Szewc szyje obuwie, więc szycie obuwia jest czynnością szewca. Introligator oprawia książki, więc oprawianie książek jest czynnością introligatora. Rolnik orze pole; co więc jest czynnością rolnika? U. Oranie. N. Stolarz hebluje deskę; co jest czynnością stolarza? U. Heblowanie. N. Staś czyta książkę; co jest czynnością Stasia? U. Czytanie. N. Zosia pisze, co jest czynnością Zosi? U. Pisanie. N. Liczyliśmy na-przód kropki, a później obsadki; jaką więc odbywaliśmy czynność? U. Liczenie.

••••• | ••••• Nauczyciel po 5 kropkach prowadzi kręskę i kręśli z prawej strony tej kręski jeszcze 4 kropki. Co macie po prawej stronie kręski?

U. 4 kropki. N. Macie więc na tablicy 2 liczby: 5 kr. i 4 kr., oddzielone od siebie kręską.

Nauczyciel ścięra kręskę, oddzielającą te liczby. N. Będziemy liczyli teraz wszystkie kropki na tablicy. Nauczyciel kawałkiem papięru, trzymanym w ręce, zakrywa 4 kropki, które były uprzednio po prawęj stronie kręski. Ile widzicie kropek? U. 5 kropek. Nauczyciel, odsłaniając pięrszą kropkę, będącą na tablicy z prawęj strony 5-u kropek, czyli 6-ą kropkę, zapytuje: teraz ile widzicie kropek? U. 6 kropek. N. Dlaczego? U. Bo 5 kr. i 1 kr. jest 6 kr. N. Zapiszcie, coście powiedzieli. Uczniowie piszą:

$$5 \text{ kr.} + 1 \text{ kr.} = 6 \text{ kr.}$$

Nauczyciel, odsłaniając 7-ą kropkę, znowu zapytuje uczniów: a teraz ile widzicie kropek? U. 7 kropek. N. Dlaczego? U: Bo 6 kr. i 1 kr. jest 7 kr. N. Zapiszcie, coście powiedzieli. Uczniowie pod napisanym wzorem piszą 2-i wzór:

$$6 \text{ kr.} + 1 \text{ kr.} = 7 \text{ kr.}$$

Dalęj nauczyciel pokolei odsłania 8-ą i 9-ą kropkę; uczniowie na zapytania nauczyciela: ile widzą kropek, odpowiadają i zapisują wzory:

$$7 \text{ kr.} + 1 \text{ kr.} = 8 \text{ kr.}, \quad 8 \text{ kr.} + 1 \text{ k.} = 9 \text{ kr.}$$

N. Mieliście 2 liczby: 5 kr. i 4 kr., oddzielone od siebie kręską; po starciu kręski z tych dwu liczb powstała jedna. Żeby wiedzięć, ile ta ostatnia liczba ma kropek, nie mieliście potrzeby rozpoczynać liczenia od pięrszëj kropki, ale dostateczne było do 5-u kropek doliczyć tylko pokolei, jednę po drugięj, wszystkie kropki liczby 4. Czynność, któręj dokonaliście, nazywa się: doliczaniem, albo: dodawaniem. Wyraz czynność zastąpimy wyrazem działanie, używanym zawsze w nauce rachunków. Więć:

Dodawanie jestto działanie, zapomocą którego do jednéj danéj liczby doliczamy wszystkie jedności 2-éj liczby danéj.

Do liczby 5 kropek dodaliśmy liczbę 4 kropki: otrzymaliśmy liczbę 9 kr. Więc 5 kr. i 4 kr. razem jest 9 kropek. Nauczyciel pisze na tablicy:

$$5 \text{ kr.} + 4 \text{ kr.} = 9 \text{ kr.}$$

N. Czy znacie ten wzór? U. Znamy. N. Przy jakiej liczbie poznaliście go? U. Przy liczbie 9. N. Jakim sposobem wówczas ten wzór otrzymaliście? U. Nakreśliliśmy liczbę 9 kropek i położyliśmy króskę między kropkami 5-ą i 6-ą. N. To znaczy, że wtedy liczbę 9 kr. rozłożyliście na 2 części: 5 kr. i 4 kr. Teraz zaś nakreśliłem wam 2 liczby: 5 kr. i 4 kr., oddzielone od siebie króską; po starciu króski te 2 liczby połączyły się w jedną liczbę: 9 kr. Widzicie, że liczby: 5 kr. i 4 kr. są częściami liczby 9 kr., które połączyliśmy w jedną całość zapomocą dodawania.

N. Liczba 9 kr., która nam wypadła po dodaniu do siebie liczb: 4 kr. i 5 kr., jest wypadkiem dodawania i nazywa się: sumą. Liczby zaś: 4 kr. i 5 kr., z których powstała suma 9 kr., są częściami sumy i nazywają się: składnikami téj sumy. Znak +, który nazwaliśmy: więcéj, albo: i, jest znakiem dodawania. Pisze się go między składnikami sumy.

§ 78. ZADANIE NA DODAWANIE.

N. W mieszkaniu na ścianach dwu pokojów wiszą portrety sławnych ludzi. W jednym pokoju jest 8 p., a w drugim 6 p. Ile portretów jest w mieszkaniu?

Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Co macie znaleźć? U. Liczbę portretów, będących w mieszkaniu. N. Ta liczba portretów z ilu się składa części i jakiego są części? U. Ta liczba portretów składa się z dwu części: z liczby 8 portretów, które są w jednym pokoju, i z liczby 6 portretów, będących w drugim pokoju. N. Rozumiecie sami dobrze, że, dla rozwiązania zadania, należy do portretów, będących w jednym pokoju, doliczyć jeden po drugim wszystkie portrety, które są w drugim pokoju. Jakiego więc działania macie dokonać? U. Dodawania. N. To znaczy, że macie znaleźć sumę. Jakież liczby są składnikami téj sumy? U. 8 p. i 6 p.

Nauczyciel pisze na tablicy: $8\text{ p.} + 6\text{ p.} = ?\text{ p.}$ i wskazując na znak $+$ dodaje: znak ten nazywa się znakiem zapytania. Wzór ten tak przeczytacie: jeżeli do liczby: 8 portretów dodamy liczbę: 6 portretów, to jaka wypadnie liczba portretów? Albo: jeżeli jeden składnik sumy jest 8 p., a 2-i składnik jest 6 p., to jaka jest suma?

Nauczyciel każe uczniom do liczby 8 p. doliczać po jednej wszystkie jednostki liczby 6 p. i za każdym razem zapisuje odpowiednie wzory:

$8\text{ p.} + 1\text{ p.} = 9\text{ p.}$	$11\text{ p.} + 1\text{ p.} = 12\text{ p.}$
$9\text{ p.} + 1\text{ p.} = 10\text{ p.}$	$12\text{ p.} + 1\text{ p.} = 13\text{ p.}$
$10\text{ p.} + 1\text{ p.} = 11\text{ p.}$	$13\text{ p.} + 1\text{ p.} = 14\text{ p.}$

N. Co więc można napisać we wzorze: $8\text{ p.} + 6\text{ p.} = ?\text{ p.}$, zamiast znaku zapytania? U. Liczbę 14 p.

Nauczyciel ściera $?$, a na jego miejscu pisze: 14 p.; powstaje stąd wzór:

$$8\text{ p.} + 6\text{ p.} = 14\text{ p.}$$

Nauczyciel porównywa ten wzór z odpowiednim wzorem, wyprowadzonym przy rozkładaniu liczby 14 na części nierówne, sprawdza, że one są takie same, i przypomina

uczniom, jakimi drogami doszło się tu i tam do jednako-
wego wypadku. Wreszcie, wracając do zadania, zapytuje:

N. Ileż więc jest portretów w mieszkaniu? U. 14 portretów.

§ 78.

Uczniowie na żądanie nauczyciela powtarzają zadanie poprzedzającego paragrafu. Nauczyciel w tym zadaniu powiększa 2-gi składnik.

N. Jeżeli w 2-m pokoju, zamiast 6 p., jest np. 27 portretów, to jak rozwiążecie zadanie? U. Potrzeba do 8 p., wiszących w pierwszym pokoju, doliczyć po jednej wszystkie jednostki liczby 27 p. N. Takie doliczanie po 1 jednostce wymagałoby wiele czasu, gdyż składnik: 27 p., który dodajemy, ma wiele jednostek. Otóż, nauczę was teraz wykonywać dodawanie tak, żebyście tracili na nie jaknajmniej czasu.

W celu podania sposobów wykonywania pamięciowego dodawania w obszarze liczb, poznanych dotąd przez uczniów, nauczyciel rozłoży naukę tego działania na kilka przypadków, i zacznie od najprostszego z nich, mianowicie:

a) DWA SKŁADNIKI JEDNOCYFROWE, SUMA NIE WIĘKSZA OD 10.

W z o r y.

$1+1=2$	$2+1=3$	$3+1=4$	i t. d.	$8+1=9$	$9+1=10$
$1+2=3$	$2+2=4$	$3+2=5$		$8+2=10$	
$1+3=4$	$2+3=5$	i t. d.			
$1+4=5$	i t. d.	$3+7=10$			
i t. d.	$2+8=10$				
$1+9=10$					

daniu tych wzorów można prowadzić pogadankę w sposób następujący. Przypuśćmy, że mają być układane wzory sum, których pierwszym składnikiem jest liczba 4.

Nauczyciel pisze na tablicy: $4 + 1 = ?$

N. Przeczytajcie ten wzór. U. Znaléść sumę, której jeden składnik jest 4, a 2-i 1. N. Co trzeba zrobić? U. Trzeba do 4-ch jedności doliczyć 1. N. Doliczcie. U. 4 i 1 jest 5. Nauczyciel we wzorze ściéra ?, a na tym miejscu pisze cyfrę 5; otrzymuje więc wzór $4 + 1 = 5$. Nauczyciel pod tym wzorem pisze:

$$4 + 2 = ?$$

N. Ile jedności ma 2-i składnik? U. 2 składnik ma 2 jedności. N. Więc dla znalezienia sumy potrzeba do 4-ch jedności doliczyć 1, a następnie jeszcze 1.

Uczniowie doliczają: 4 i 1 jest 5, 5 i 1 jest 6. Nauczyciel w ostatnim wzorze na miejscu ? pisze cyfrę 6.

Nauczyciel pisze $4 + 3 = ?$

N. Ile jedności ma 2-i składnik? U. 3 jedności. N. Wiecie, że 3 jestto 2 i 1; jak więc znajdziecie sumę? U. 4 i 2 jest 6; 6 i 1 jest 7.

Nauczyciel w ostatnim wzorze zamiast ? pisze 7. I t. d.

Nakoniec nauczyciel pisze na tablicy $4 + 6 = ?$. Uczniowie składnik 6 rozkładają na 2 części: 5 i 1, i do liczby 4 dodają naprzód 5, a następnie 1, skąd powstaje wzór: $4 + 6 = 10$.

Przy układaniu powyższej tablicy sum, można powoływać się na sposoby rysunkowe, używane przy nauce liczb pierwszego dziesiątka.

Nauczyciel pisze na tablicy: $4 + 5 = ?$

N. Przeczytajcie, co jest na tablicy. U. Znaléść sumę, której jeden składnik jest 4, a 2-i 5.

..... |
 kreskę i po kresce 5 kropek.

N. 4 kropki przed króską są wizerunkiem pierwszego składnika, a 5 kropek po króscie przedstawiają 2-i składnik.

Nauczyciel ścięra króskę, a uczniowie, zliczywszy kropki, dowiadują się, że $4 + 5 = 9$.

§ 79. b. DWA SKŁADNIKI SĄ DZIESIĄTKAMI, SUMA NIE WIĘKSZA OD 100.

Ten przypadek jest powtórzeniem przypadku poprzedzającego, z tą tylko różnicą, że tu we wszystkich wzorach każda liczba jedności jest zastąpiona przez tę samą liczbę dziesiątków.

W z o r y.

$$\begin{array}{l|l|l}
 1 \text{ dz.} + 1 \text{ dz.} = 2 \text{ dz.} & 2 \text{ d.} + 1 \text{ d.} = 3 \text{ d.} & \text{i t. d.} \\
 1 \text{ dz.} + 2 \text{ dz.} = 3 \text{ dz.} & 2 \text{ d.} + 2 \text{ d.} = 4 \text{ d.} & \\
 1 \text{ dz.} + 3 \text{ dz.} = 4 \text{ dz.} & \text{i t. d.} & \\
 \text{i t. d.} & 2 \text{ d.} + 8 \text{ d.} = 10 \text{ d.} & \\
 1 \text{ dz.} + 9 \text{ dz.} = 10 \text{ dz.} & &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 9 \text{ d.} + 1 \text{ dz.} = 10 \text{ dz.} \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}$$

Układanie tych wzorów może się odbywać przy pogadankach, jakich przykład tutaj podajemy.

Przypuśćmy, że nauczyciel ma wyprowadzić wzór: $6 \text{ dz.} + 4 \text{ dz.} = 10 \text{ dz.}$ W tym celu pisze naprzód na tablicy wzór odpowiedni, wzięty z poprzedzającego przypadku, mianowicie $6 + 4 = 10$.

N. Przeczytajcie ten wzór. U. 6 jedności i 4 jedności jest 10 jedności. N. Wiecie, że każda jedność tych liczb może odpowiadać jakiegókolwiek jednostce. Jeżeli jednostką jest 1 dziesiątek, to jak ten wzór napiszecie? Uczniowie piszą:

$$6 \text{ dz.} + 4 \text{ dz.} = 10 \text{ dz.}$$

N. Wiecie, że $10 \text{ dz.} = 1 \text{ s.}$ (litera s oznacza setkę), więc jak ten wzór można jeszcze napisać?

Uczniowie piszą: $6 \text{ dz.} + 4 \text{ dz.} = 1 \text{ s.}$

N. Wiecie, że:

liczba 6 dz. ma jedności 60,

„ 4 dz. „ „ 40,

„ 1 s. „ „ 100;

więc napiszcie ten wzór jeszcze inaczej.

Uczniowie piszą: $60 + 40 = 100.$

Wszystkie powyżej przytoczone wzory uczniowie powinni przepisać, pisząc wszędzie liczby: 10, 20, 30, 40, i t. d., 100 zamiast: 1 dz., 2 dz., 3 dz., 4 dz., i t. d., 10 dz.

§ 80. c. DWA SKŁADNIKI JEDNOCYFROWE, SUMA WIĘKSZA OD 10.

Nauczyciel pisze na tablicy np. $8 + 6 = ?$

N. Przeczytajcie, co jest na tablicy? U. Znaleść sumę dwu składników: 8 i 6.

Nauczyciel kręśli na tablicy w jednym rzędzie 8 kropek, w 2-m 6 kropek i pod tymi rzędami prowadzi długą kręską.

• • • • •
• • • • •



• • • •

N. Wszystkie 8 kropek pierwszego rzędu i 2 kropki z drugiego rzędu tworzą razem 10 kropek, czyli 1 dz. Nauczyciel ścięra te 10 kropek i zamiast nich rysuje pod kręską

ramkę podłużną.

N. Pozostały 4 kropki, które umieścimy obok ramki. Nauczyciel ścięra pozostałe w 2-m rzędzie 4 kropki, a zamiast nich kręśli 4 kr. obok ramki.

N. Oto jest wizerunek sumy szukanej. Ponieważ suma ta jest liczbą 14, więc: $8 + 6 = 14$.

Ten sam przykład dodawania można zrobić pamięciowo bez pomocy rysunku sposobem następującym. Nauczyciel znowu pisze na tablicy wzór: $8 + 6 = ?$

N. Jaki jest pierwszy składnik? U. 8 jedności.

N. Co trzeba dodać do liczby 8, żeby mieć 10 jedności? U. 2 jedności. N. Rozłóżcie 2-i składnik 6 na

takie dwie części, żeby jedna miała 2 jedności, i powiedzcie, jaka jest każda część? U. 2 jedności i 4 je-

dności. N. Do składnika 8 dodajcie naprzód 2 jedności. U. 8 i 2 jest 10. N. Do tych 10-u jedności do-

dajcie pozostałe 4 jedności. U. 10 i 4 jest 14 jedności. N. Ile więc otrzymamy, jeżeli do 8 dodamy 6? U. 14

jedności. N. Napiszcie to. Uczniowie piszą: $8 + 6 = 14$.

Po wyprowadzeniu wszystkich wzorów, należących do tego przypadku dodawania, utworzy się z nich tablica następująca:

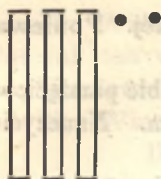
$2 + 9 = 11$	$3 + 8 = 11$	$4 + 7 = 11$	i t. d.	$9 + 2 = 11$
	$3 + 9 = 12$	$4 + 8 = 12$		$9 + 3 = 12$
		$4 + 9 = 13$		$9 + 4 = 13$
				i t. d.
				$9 + 9 = 18$

§ 81. d. DWA SKŁADNIKI: DWUCYFROWY I JEDNOCYFROWY.

Nauczyciel pisze na tablicy na przykład: $32 + 6 = ?$

Uczniowie czytają: znaleźć sumę, której składnikami są liczby 32 i 6.

Nauczyciel rysuje jeden pod drugim te dwa składniki i podkreśla je.



N. Jeden składnik ma 3 dziesiątki, 2-i składnik niema dziesiątków; więc w sumie są 3 dziesiątki.

Nauczyciel ścięra 3 ramki, a zamiast nich krésli 3 ramki pod kréską.

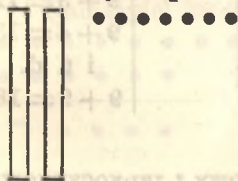
N. Jeden składnik ma 2 jedności, 2-i składnik ma 6 jedności; więc w sumie jest 8 jedności.

Nauczyciel ścięra wszystkie kropki będące nad kréską, i zamiast nich pod kréską krésli 8 kropek z prawej strony ramek.

N. Oto jest wizerunek szukanéj sumy, więc: $32 + 6 = 38$.

Uczniowie powtarzają ten przykład dwa razy: na figurze i pamięciowo bez pomocy figury.

Nauczyciel pisze na tablicy: $27 + 8 = ?$



Uczniowie czytają: znaleźć sumę, której składnikami są liczby: 27 i 8.

Nauczyciel krésli składniki jeden pod drugim i podkreśla je.

N. Jaki jest pierwszy składnik? U. Liczba 27. N. Co trzeba dodać do 7, żeby w sumie mieć 10? U. 3 jedności. N. A jeżeli do pierwszego składnika dodacie 3 jedności, co otrzymacie? U. 2 dziesiątki i 10 jedności. N. 10 je-

dności jestto 1 dziesiątek; więc 2 dziesiątki i 10 jedności jest razem 3 dziesiątki.

Nauczyciel ścięra pierwszy składnik i 3 kropki 2-go składnika, a zamiast tego pod kręską kręśli 3 ramki podobne.

N. Ile jeszcze jedności pozostało do dodania? U. 5 jedności. N. Dodajmy i te 5 jedności. Nauczyciel ścięra pozostałe nad kręską 5 kropek; a zamiast nich kręśli pod kręską z prawej strony ramek 5 kropek.

N. Jaką macie liczbę na tablicy? U. 35 jedności. N. Otóż, ta liczba jest sumą składników: 27 i 8; a więc:

$$27 + 8 = 35.$$

N. Powiedzcie teraz, jak do 27 dodaliście 8. U. Rozłożyliśmy składnik 8 na 2 części: 3 i 5, i dodaliśmy do 27 naprzód 3, a później 5.

Nauczyciel pisze na tablicy: $14 + 9 = ?$

N. Na jakie części rozłożycie składnik 9, żeby go dodać do składnika 14? U. Na 6 i 3. N. Dodajcie teraz. U. 14 i 6 jest 20, 20 i 3 jest 23. N. Co więc można we wzorze, który mamy na tablicy, napisać zamiast znaku zapytania? U. Liczbę 23. Nauczyciel ścięra znak ?, a na jego miejscu pisze liczbę 23: $14 + 9 = 23$.

Nauczyciel pisze na tablicy wzory:

$18 + 6 = ?$, $26 + 8 = ?$, $36 + 9 = ?$, $55 + 7 = ?$ i t. d. Uczniowie wynajdują odpowiednie sumy i piszą je na miejscu znaku ?.

§ 82. e. DWA SKŁADNIKI DWUCYFROWE.

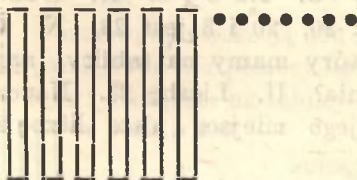
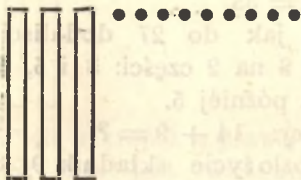
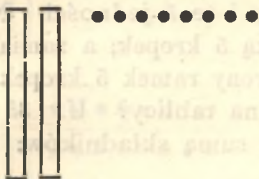
Nauczyciel pisze na tablicy wzór:

$$28 + 39 = ?$$

i rysuje te składniki jeden po drugim, podkreślając je.

N. 2 dz. pierwszego składnika i 3 dz. 2-go składnika razem jest 5 dz. Nauczyciel ścięra ramki będące

nad kręską, a zamiast nich kręśli 5 ramek pod kręską. N. 8 jedności pierwszego składnika i 9 jedności 2-go składnika jest razem 17 jedności, czyli 1 dz. i 7 jedności.



Nauczyciel ścięra kropki nad kręską, a natomiast kręśli pod kręską jeszcze jedną ramkę i 7 kropek. N. Więc $28 + 39 = 67$.

N. Sumę tę można znaleźć i bez pomocy rysunku. Ile dane składniki mają dziesiątków? U. Pierwszy składnik ma 2 dz., a 2-gi 3 dz. N. Do-

dajcie je i napiszcie ich sumę. U. $20 + 30 = 50$.

N. Ile dane składniki mają jedności? U. 8 i 9. N. Dodajcie i napiszcie ich sumę. U. $8 + 9 = 17$.

N. Macie dwie sumy; trzeba teraz do jednej sumy dodać 2-ą. Uczniowie dodają: 50 i 10 jest 60; 60 i 7 jest 67; więc $28 + 39 = 67$.

Nauczyciel pisze na tablicy: $48 + 36 = ?$ N. Znajdźcie sumę bez pomocy rysunku. Uczniowie dodają: $40 + 30 = 70$, $8 + 6 = 14$, $70 + 14 = 84$; więc: $48 + 36 = 84$.

Zadania. $27 + 19 = ?$, $35 + 49 = ?$, $56 + 18 = ?$, $73 + 17 = ?$ i t. d.

§ 83. *f.* JAKAKOLWIEK LICZBA SKŁADNIKÓW.

N. Służąca postawiła na stole 2 talérze z jabłkami; na jednym talérzu jest 7 jabłek, a na drugim 5j. Ile jest jabłek na stole? Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Co macie znaleźć? U. Liczbę wszystkich jabłek na stole. N. Z ilu części składa się ta liczba? U. Z dwu części. N. Z jakich części? U. 7 jabłek i 5j. N. Żeby znaleźć ilość wszystkich jabłek, potrzeba te części połączyć w jedną całość, to jest potrzeba do 7 jabłek dodać 5j. Nauczyciel pisze na tablicy: $7j. + 5j. = 12j.$

N. Służąca stawia na stole 3-i taléř z 9-u jabłkami. Z ilu części składa się teraz liczba jabłek na stole? U. Z 3-ch części. N. Jakieto są części? U. 7j, 5j., i 9j. N. Wiecie już, że na dwu talérzach jest jabłek 12; jak się dowiecie, ile teraz jest wszystkich jabłek? U. Do 12j. dodamy 9j. Uczniowie dodają, nauczyciel pisze na tablicy: $12j. + 9j. = 21j.$ N. Liczba 21j. powstała z połączenia 3-ch części w jedną całość; to jest: liczba 21j. jest sumą 3-ch składników. Nauczyciel pisze na tablicy:

$$7j. + 5j. + 9j. = 21j.$$

N. Jak znaleźliście tę sumę? U. Do 7j. dodaliśmy 5j.; otrzymaliśmy 12j.; a następnie do 12j. dodaliśmy jeszcze 9j.

N. Służąca stawia na stole 4-ty taléř z 8-u jabłkami. Z ilu części składa się obecnie liczba jabłek? U. Z 4-ch części. N. Więc liczba jabłek, leżących obecnie na stole, jest sumą 4-ch składników. Nauczyciel pisze na tablicy:

$$7j. + 5j. + 9j. + 8j. = ?$$

N. Już wiecie, jaka jest suma trzech pierwszych składników; jak więc znajdziecie sumę tych czterech składników? U. Do liczby 21j. dodamy 8j. Uczniowie piszą: $21j. + 8j. = 29j.$ N. A więc suma tych czterech składników jest 29j. Nauczyciel ścięra znak zapytania, i natomiast pisze 29j.; powstaje przeto wzór:

$$7j. + 5j. + 9j. + 8j. = 29j.$$

N. Staś przez 5 miesięcy zbierał pieniądze na kupienie książki: «Bajki Krasickiego», która mu się bardzo podobała. W pierwszym miesiącu zebrał 23 grosze, w 2-m 18gr., w 3-m 27gr., w 4-m 19gr., i na koniec w 5-ym 13 groszy. Ile Staś zapłacił za tę książkę? Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Czego się macie dowiedzieć? U. Ile kosztuje ta książka. N. To znaczy, że macie znaleźć liczbę groszy, które Staś zapłacił za książkę. Z ilu części składa się ta liczba? U. Z 5-u części. N. Więc ta liczba jest sumą 5-u składników. Nauczyciel pisze na tablicy:

$$23gr. + 18gr. + 27gr. + 19gr. + 13gr. = ?$$

Uczniowie dodają, pisząc jednocześnie odpowiednie wzory:

$$23gr. + 18gr. = 41gr., \quad 41gr. + 27gr. = 68gr.,$$

$$68gr. + 19gr. = 87gr., \quad 87gr. + 13gr. = 100gr.$$

Nauczyciel we wzorze napisanym poprzednio ścięra znak ?, a natomiast pisze liczbę: 100 gr.

N. Pokażę wam teraz, jak można inaczej znaleźć tę sumę. Oto, dodamy naprzód dziesiątki wszystkich składników. Nauczyciel pisze:

$$2dz. + 1dz. + 2dz. + 1dz. + 1dz. = 7dz.,$$

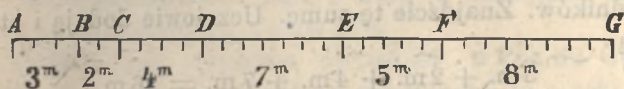
albo inaczej:

$$20 + 10 + 20 + 10 + 10 = 70.$$

Dodamy teraz jedności wszystkich składników: Nauczyciel pisze niżej: $3 + 8 + 7 + 9 + 3 = 30.$

N. Nakoniec sumę jedności dodamy do sumy dziesiątków: Nauczyciel pisze: $70 + 30 = 100$.

Nauczyciel kręśli na tablicy linią prostą i dzieli ją króskami na 29 części równych.



N. Macie na tablicy linią podzieloną na 29 części równych, niech linia ta przedstawia długość drogi żelaznej, a każda część téj linii oznacza milę. Długość więc téj drogi wynosi 29 mil.

Nauczyciel przedłuża trochę króski: 1-ą, 4-ą, 6-ą, 10-ą, 17-ą, 22-ą i 30-ą. N. Te dłuższe króski oznaczają miasta, położone przy téj drodze żelaznej. Miasta te nazywają się: A, B, C, D, E, F i G. Nauczyciel pisze te litery nad przedłużonymi króskami. Odległość miast A i B jest 3 mile, B i C jest 2 m., C i D jest 4 m., D i E jest 7 m., E i F jest 5 m., F i G jest 8 m. Nauczyciel pisze pod linią między króskami 1-ą i 4-ą liczbę 3 m., między króskami 4-ą i 6-ą liczbę 2 m. i t. d., nakoniec między króskami 22-ą i 30-ą liczbę 8 m.

Urzędnik téj drogi był posyłany za interesami służbowymi: naprzód z miasta A do miasta E, później z E do B, następnie z B do G i nakoniec z G powrócił do A. Ile mil drogi on zrobił podczas tych wszystkich przejazdów? Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Z ilu części składa się droga, którą zrobił ten urzędnik drogi żelaznej? U. Z 4-ch części. N. A więc ta droga jest sumą 4-ch składników. Czy te składniki są już wiadome. U. Nie. N. Więc co trzeba, dla rozwiązania tego zadania, naprzód znaleźć? U. Każdy z tych 4-ch składników.

N. Co przedstawia pierwszy składnik? U. Pierwszy składnik przedstawia drogę od A do E. N. Z ilu części składa się ta droga i jakie są te części? U. Droga od A do E składa się z 4-ch części: 3 m., 2 m., 4 m. i 7 m. N. Więc droga od A do E jest sumą 4-ch składników. Znajdźcie tę sumę. Uczniowie dodają i otrzymują:

$$3 \text{ m.} + 2 \text{ m.} + 4 \text{ m.} + 7 \text{ m.} = 16 \text{ m.}$$

Podobnie uczniowie znajdują że:

$$\text{droga od E do B jest: } 7 \text{ m.} + 4 \text{ m.} + 2 \text{ m.} = 13 \text{ m.}$$

$$\text{droga od B do G jest: } 2 \text{ m.} + 4 \text{ m.} + 7 \text{ m.} + 5 \text{ m.} + 8 \text{ m.} = 26 \text{ m.}$$

$$\text{droga z G do A jest: } 8 \text{ m.} + 5 \text{ m.} + 7 \text{ m.} + 4 \text{ m.} + 2 \text{ m.} + 3 \text{ m.} = 29 \text{ m.}$$

N. Otrzymaliście 4 sumy: 16 m., 13 m., 26 m. i 29 m. Co oznaczają te sumy? U. Oznaczają części drogi, którą urzędnik zrobił podczas wszystkich przejazdów. N. Połączcie te części w jedną całość. Uczniowie dodają:

$$16 \text{ m.} + 13 \text{ m.} + 26 \text{ m.} + 29 \text{ m.} = 84 \text{ m.}$$

N. Ile więc mil drogi zrobił ów urzędnik drogi żelaznej? U. 84 mile.

§ 85. O CZYNNOŚCIACH WZGLĘDEM SIEBIE ODWROTNYCH.

ODEJMOWANIE.

N. Staś pisze swoje nazwisko na tablicy, a później je ścięra. Jakże tu wyrazy oznaczają to, co Staś robi? U. Wyrazy: pisze i ścięra. N. To, co Staś robi, czyli wykonywa, jest jego czynnością; więc Staś wykonywa dwie czynności; pisanie i ścięranie. Po pierwszej czynności znalazło się na tablicy nazwisko Stasia, po drugiej czynności ono zniknęło z tablicy; druga czynność zniweczyła to, czego pierwsza dokonała. Otóż, o tych dwu czynnościach po-

wiadamy, że one są: jedna względem drugiej odwrotne, albo: wprost przeciwne sobie.

Podobnie nauczyciel zwróci uwagę uczniów na czynności odwrotne względem siebie w przykładach następujących:

Karolek buduje dom z kart, a następnie za jednym podmuchem go rozwała.

Adaś przed wyjściem do szkoły wkłada swoje kajety do teki, a po powrocie wykłada je z teki.

Stefuś, wchodząc do pokoju, otwiera drzwi, lecz zaraz je za sobą zamyka.

Zosia, idąc do szkoły, oddala się od domu, w którym mieszka, a powracając, zbliża się do niego.

Na wiosnę dni powiększają się, a w jesieni one się zmniejszają. I t. d.

•••••|••• Nauczyciel kręśli na tablicy jakąkolwiek liczbę kropek, na przykład 4 kropki i po nich kręskę. N. Co jest na tablicy? U. 4 kropki i kręska. Nauczyciel po kręsce rysuje 5-ą kropkę. N. Teraz ile jest kropek? Uczniowie odpowiadają i piszą wzór: $4 \text{ kr.} + 1 \text{ kr.} = 5 \text{ kr.}$ Nauczyciel kręśli 6-ą kropkę. A teraz ile jest kropek? Uczniowie odpowiadają i piszą: $5 \text{ kr.} + 1 \text{ kr.} = 6 \text{ kr.}$ Nauczyciel kręśli 7-ą kropkę. Ile teraz jest kropek? Uczniowie odpowiadają i piszą: $6 \text{ kr.} + 1 \text{ kr.} = 7$. N. Gdy kręśliłem kropki po kręsce, wy jednocześnie wykonywaliście działanie; jakie? U. Doliczanie czyli dodawanie.

Nauczyciel ścięra 7-ą kropkę. Było 7 kropek, starłem 1 kropkę, ile kropek pozostało na tablicy? Uczniowie odpowiadają, pisząc wzór: $7 \text{ k.} - 1 \text{ kr.} = 6 \text{ kr.}$ Nauczyciel ścięra 6-ą, a następnie 5-ą kropkę. Na odpowiednie zapytania nauczyciela uczniowie odpowiadają i piszą wzory:

$$6 \text{ kr.} - 1 \text{ kr.} = 5 \text{ kr.}, \quad 5 \text{ kr.} - 1 \text{ kr.} = 4 \text{ k.}$$

N. Gdy ścięrałem kropki, położone po kręsce, wyście wykonywali działanie, odwrotne doliczaniu. Działanie to nazywa się odliczaniem, albo odejmowa-

niem. Tu od 7-u kropek odliczyliśmy, czyli odjęliśmy 3 kropki. Więc:

Odejmowanie jestto działanie, zapomo-
cą którego od jednéj liczby danéj odlicza-
my tyle jedności, ile ich jest w drugiéj li-
czbie danéj.

Pierwsza z tych liczb nazywa się odjemną,
druga zaś nazywa się odjemnikiem; odjemną tu by-
ła liczba 7 kropek, odjemnikiem 3 kropki. A więc
w odejmowaniu odliczamy od odjemnéj tyle jedności,
ile ich jest w odjemniku. Pozostała liczba jedności na-
zywa się resztą, albo różnicą. Znak — który na-
zwaliśmy bez albo mniej — jest znakiem odejmowa-
nia; przed nim pisze się odjemna, a po nim odjemnik.
Napiszemy więc nasze odejmowanie:

$$7 \text{ kr.} - 3 \text{ kr.} = 4 \text{ kr.};$$

tu liczba 4 kropek jest resztą, albo różnicą.

§ 86.

W obszarze liczb, poznanym dotąd przez uczniów, nau-
kę odejmowania można rozłożyć na następujące przypadki:

a. ODJEMNA NIE WIĘKSZA OD 10, ODJEMNIK JEDNOCYFROWY.

W z o r y.

2—1=1					
3—1=2	3—2=1				
4—1=3	4—2=2	4—3=1			
5—1=4	5—2=3	5—3=2			
i t. d.	i t. d.	i t. d.			
10—1=9	10—2=8	10—3=7	i t. d.	9—8=1	
				10—8=2	10—9=1

Wzory, umieszczone w pierwszej kolumnie, są główny-
mi, gdyż z nich wynikają pozostałe.

Nauczyciel pisze na tablicy: $10 - 7 = ?$

Uczniowie czytają: dowiedzieć się, ile jest 10 bez 7. N. Przeczytajcie to inaczej. U. Od 10 odjąć 7. N. Będziemy odliczali po 1 jedności. N. Odliczajcie więc. U. $10 - 1 = 9$, $9 - 1 = 8$, i t. d. $4 - 1 = 3$.

N. Ile razy od 10 odjęliście po 1? U. 7 razy. N. Co pozostało? U. 3 jedności. Nauczyciel ścięra we wzorze znak zapytania i mówi: więc $10 - 7 = 3$.

Wzory tu wyszczególnione mogą być zastosowane i wtedy, kiedy odjemna i odjemnik są złożone z samych dziesiątków. Np. Nauczyciel pisze na tablicy: $70 - 30 = ?$

Uczniowie czytają: od 70 odjąć 30. N. Co to jest 70? U. Jestto 7 dziesiątków. Nauczyciel pisze na tablicy: $70 = 7$ dz. N. Co to jest 30? U. Jestto 3 dziesiątki. Nauczyciel pisze $30 = 3$ dz. i pod wzorem $70 - 30 = ?$ podpisuje wzór 7 dz. — 3 dz. $= ?$ N. Jeżeli od 7 jakichkolwiek jednostek (7 jabłek, 7 rubli, 7 funtów i t. d.) odejmiemy 3 takież jednostki, to pozostaną 4 takie same jednostki. W tym przykładzie odejmowania jednostkami odjemnej i odjemnika są dziesiątki, więc reszta 4 również oznacza dziesiątki. Nauczyciel we wzorze 7 dz. — 3 dz. $= ?$ ścięra znak ?, a na jego miejscu pisze 4 dz. Stąd powstaje wzór: 7 dz. — 3 dz. $= 4$ dz. N. W tym wzorze zamiast 7 dz., 3 dz., 4 dz., można napisać: 70, 30, 40. Więc: $70 - 30 = 40$.

N. Czy można sprawdzić ten wzór na rysunku? U. Można. N. W jaki sposób? Uczniowie krésłą 7 ramek podłużnych, odliczają od prawej ręki 3 ramki i przed nimi prowadzą kréskę.

§ 87. b. ODJEMNIK JEST MNIEJSZY OD 10, LUB SKŁADA SIĘ Z DZIESIĄTKÓW.

N. Oleś za ołówek i książkę zapłacił 38 kopiejek. Ołówek kosztuje 3 kop. Ile kosztuje książka?

Uczniowie powtarzają zadanie. N. Z ilu części składa się tu liczba 38 kop. i co oznacza każda część? U. Z dwu części: jedna część oznacza cenę ołówka, a druga cenę książki. N. Jeżeli od całości, złożonej z dwu części, odejmiemy jedną, to pozostanie druga część; jak więc znajdziecie cenę książki? U. Trzeba od 38 kop. odjąć cenę ołówka, to jest 3 kop.

Nauczyciel pisze na tablicy: $38 \text{ k.} - 3 \text{ k.} = ?$ N. Widzicie, że odjemna 38 k. ma 3 dziesiątki i 8 jedności. Od czego odejmiemy 3 jedności? U. Od 8 jedności. N. Co pozostanie? U. 3 dziesiątki i 5 jedności, to jest 35. N. Co jest jednostką téj liczby? U. Kopiejką. N. Więc jaka jest reszta? U. 35 kopiejek. Nauczyciel ścięra we wzorze znak zapytania, a na jego miejscu pisze 35 k.; powstaje wzór:

$$38 \text{ k.} - 3 \text{ k.} = 35 \text{ k.}$$

N. Zosia za 32 grosze kupiła tasiemkę i wstążkę; tasiemka kosztuje 8 groszy. Ile kosztuje wstążka? Rozumując podobnie jak w poprzedzającym zadaniu, uczniowie się dowiedzą, że 32 grosze składają się z dwu części: ceny tasiemki i ceny wstążki; więc żeby znaleźć cenę wstążki, należy od 32 gr. odjąć 8 gr.

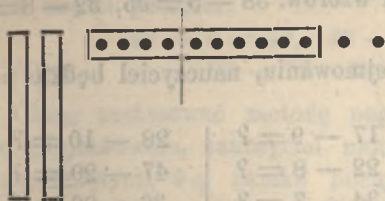
Nauczyciel pisze na tablicy: $32 \text{ gr.} - 8 \text{ gr.} = ?$ i rysuje



3 ramki i 2 kropki. N. Każda kropka oznacza grosz, a ramka oznacza 10 kropek; więc ta figura jest wizerunkiem pieniędzy Zosi. Trzeba od tych pieniędzy odjąć 8 groszy. Ułożymy naprzód te pieniądze tak żebyście mogli widzieć 8 groszy, zapłacone za ta-

siamkę. Nauczyciel ścięra narysowaną figurę, a na jej miejscu kręśli: 2 ramki zamknięte, 3-ą otwartą, której nadaje położenie poziome, i 2 kropki. Uczniowie odliczają, poczynając od ręki prawej, 8 kropek; nauczyciel kładzie krę-

skę przed tymi 8 kropkami. N. Widzicie, że kréska



dzieli liczbę 32 na 2 części: 24 i 8; jeżeli odejmiemy 8, to co pozostanie? U. Liczba 24. N. Co znaczy każda kropka? U. Jeden grosz. Nauczyciel ściéra w wzo-

rze znak ?, a na jego miejscu pisze 24 gr.; powstaje stąd wzór:

$$32 \text{ gr.} - 8 \text{ gr.} = 24 \text{ gr.}$$

N. Ile więc kosztuje wstążka? U. 24 grosze. — N. To odejmowanie możecie wykonać i bez pomocy rysunku. Co macie odjąć od 32 gr.? U. 8 gr. N. Rozłóżcie 8 gr. na takie dwie części, żeby jedną była 2 gr. U. 2 gr. i 6 gr. N. Odejmijcie od odjemnej 2 gr.; co zostanie? U. 30 gr. N. Co jeszcze trzeba odjąć? U. 6 gr. N. Odejmijcie te 6 gr. od jednego dziesiątka, co pozostanie z tego dziesiątka? U. 4 gr. N. A ile pozostało całych dziesiątków? U. 2 dz. N. Więc ile zostało groszy? U. 24 grosze.

N. Boleś w dwu pudełkach ma 56 stalek; w 1-m jest 30 stalek; ile ich jest w 2-m pudełku? Uczniowie powtarzają zadanie. N. Z ilu części składa się liczba 56 st.? U. Z 2 części. N. Wiécie, że jedna część jest 30 st.; jak znaleźć 2-ą część? U. Potrzeba od 56 odjąć 30. N. Liczba 56 ma 5 dziesiątków i 6 jedności; trzeba więc odjąć 3 dziesiątki; od czego je odejmiecie? U. Od 5 dziesiątków. N. Co pozostanie? U. 2 dziesiątki i 6 jedności, to jest 26.

Nauczyciel pisze na tablicy: $56 \text{ st.} - 30 \text{ st.} = 26 \text{ st.}$

N. Ile jest stalek w 2-m pudełku? U. 26 stalek.

Trzy zadania, rozwiązane w tym paragrafie, są praktycznym zastosowaniem wzorów: $38 - 3 = 35$, $32 - 8 = 24$, $56 - 30 = 26$.

Dla wprawy w odejmowaniu, nauczyciel będzie podobnie zadawał uczniom:

$28 - 7 = ?$	$17 - 9 = ?$	$28 - 10 = ?$
$39 - 6 = ?$	$22 - 8 = ?$	$47 - 20 = ?$
$45 - 4 = ?$	$34 - 7 = ?$	$36 - 20 = ?$
$59 - 8 = ?$	$45 - 6 = ?$	$48 - 30 = ?$
i t. d.	i t. d.	i t. d.

Po wynalezieniu reszty, uczniowie powinni stosować wzory wyprowadzone do zadań praktycznych.

§ 88. c. ODJEMNIK SKŁADA SIĘ Z DZIESIĄTKÓW I JEDNOŚCI.

N. Zdarza się niekiedy taka praca, której odrazu dokonać nie można; wtenczas rozkładamy ją na części, to jest odbywamy ją częściowo. Chcąc np. wydobyć ze studni 50 konwi wody, czerpiemy ją niewielkim kubłem i to czerpanie powtarzamy dotąd, aż się zbierze żądana ilość wody. Jeżeli chcesz przenieść 100 książek z jednego pokoju do drugiego, a nie masz tyle siły, żeby je wszystkie dźwignąć odrazu, to tej czynności możesz dokonać, przenosząc częściowo po kilka książek. Zastosujmy do odejmowania ten sposób rozkładania pracy na części.

Nauczyciel pisze na tablicy:

$$93 - 58 = ?$$

N. Co macie odjąć od liczby 93? U. Liczbę 58. N. Rozłóżcie odjemnik na dziesiątki i jedności i odejmijcie pokolei każdą część od odjemnej. Uczniowie, odejmując, piszą wzory:

$$93 - 50 = 43, 43 - 8 = 35.$$

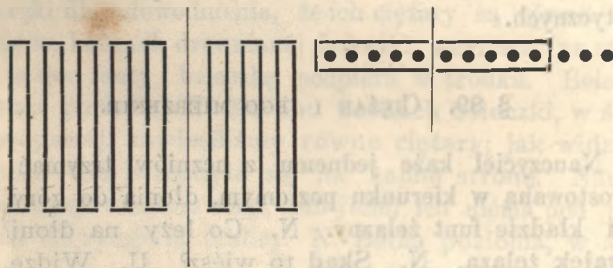
N. A jak od liczby 43 odjęliście 8? U. Rozłożyliś-

my liczbę 8 na dwie części: 3 i 5 i odjeliśmy każdą z tych części pokolei:

$$43 - 3 = 40, \quad 40 - 5 = 35.$$

N. Więc: $93 - 58 = 35.$

Chcąc zastosować metodę poglądową do tego przykładu odejmowania, nauczyciel nakręśli na tablicy: 8 ramek zamkniętych, 9-ą ramkę poziomą otwartą, 3 kropki i 2 kréski, jedną po 5-éj ramce, drugą przed 8-ą krop-



ką, licząc kropki od ręki prawej. N. Co macie na tablicy? U. Liczbę 93. N. Na ile części ta liczba jest podzielona kréskami i jakie są te części? U. Liczba 93 jest podzielona na 3 części: 50, 35 i 8. N. Połączcie 50 i 8 w jedną całość i powiedzcie, z ilu i jakich części liczba 93 będzie się wówczas składała? U. 50 i 8 jest 58; liczba 93 składa się teraz z dwu części: 58 i 35. N. Odejmijcie teraz 58. U. 93 bez 58 jest 35.

N. Podróżny w ciągu 2 dni przejechał koleją żelazną 93 mile, pierwszego dnia przejechał 58 mil; ile przejechał drugiego dnia?

Zadania.

23 — 15 = ?	29 — 13 = ?	84 — 67 = ?
36 — 19 = ?	56 — 29 = ?	73 — 39 = ?
41 — 28 = ?	63 — 49 = ?	51 — 37 = ?
57 — 19 = ?	78 — 28 = ?	92 — 45 = ? i t. d.

Uczniowie, po wynalezieniu reszty zapomocą wyżej podanych sposobów, powinni zastosować każdy wzór do zadań praktycznych.

§ 89. CIĘŻAR I JEGO MIERZENIE.

Nauczyciel każe jednemu z uczniów trzymać rękę wyprostowaną w kierunku poziomym, dłonią do góry, i na dłoni kładzie funt żelazny. N. Co leży na dłoni? U. Kawałek żelaza. N. Skąd to wiesz? U. Widzę. N. Odwróć głowę w inną stronę; czy wiesz teraz, że na dłoni leży kawałek żelaza? U. Wiem. N. Wszak teraz nie widzisz swojej dłoni; skąd więc wiesz, że na niej leży kawałek żelaza? U. Bo on ciśnie na moją dłoń.

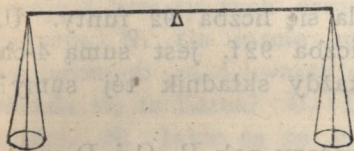
Nauczyciel pokazuje uczniom arkusz papieru, zwinięty w trąbkę. N. Ten papier jest zwinięty w trąbkę. Nauczyciel, położywszy na stole tak zwinięty papier, kładzie na nim ten sam kawałek żelaza. N. Papier stracił kształt trąbki, bo go przyciska ten kawałek żelaza.

Zapomocą podobnych prób, które można wykonać, biorąc zamiast żelaza: kamień, kawałek drzewa, cegły i t. d., nauczyciel dochodzi do następującego wniosku, który wypowiada uczniom: N. Każda rzecz ciśnie, to jest cięży na podstawę, na której jest położona; czyli każda rzecz posiada ciężar. Ciężar ten może być większy

albo mniejszy: kula działowa, kamień młyński, waga zegarowa są bardzo ciężkie, czyli posiadają wielki ciężar; ćwiartka papieru, pióro ptaka, kawałek nitki, ziarnko zboża są lekkie, czyli posiadają ciężar mały.

Nauczyciel daje uczniom do ręki pokolei: cegłę i kajet, kamień i stalkę, i t. d. Uczniowie porównują ich ciężary i dowiadują się, że: ciężar cegły jest większy od ciężaru kajetu, ciężar kamienia jest większy od ciężaru stalki i t. d.

Nauczyciel pokazuje uczniom 2 żelazne funty i daje im je do ręki dla udowodnienia, że ich ciężary są równe. Następnie na końcach drewnianej beleczki zawiesza na sznurkach te dwa funty i beleczkę podpięra w środku. Beleczka pozostaje poziomą. N. Na obu końcach beleczki, w środku podpartej, zawiesiliśmy równe ciężary; jak widzicie, beleczka nie przechyla się na żadną stronę. Nauczyciel pokazuje uczniom wagi, lub jeżeli ich niema pod ręką, to szkic ich rysuje na tablicy. N. Belka pozioma, w środku podparta, z zawieszonymi na końcach talérzykami, nazywa się wagą. Służy ona do mierzenia ciężaru rozmaitych rzeczy, czyli, jak się mówi, do ważenia tych



rzeczy.

Nauczyciel pokazuje uczniom funt żelazny. N. Ciężar tego kawałka żelaza nazywa się funtem. Nauczyciel kładzie ten funt żelazny na jednym talérzyku wagi, a na drugi sypie tyle piasku, żeby po nasypaniu belka nie przechylała się na żadną stronę. N. Widzicie, że belka na żadną stronę się nie przechyla; co powiecie o ciężarze piasku? U. Ciężar piasku jest równy jednemu funtowi. N. Krócej można tak powiedzieć: piasek waży 1 funt.

N. Jeżeli, po umieszczeniu głowy cukru na jednym talerzyku wagi, a 25 funtów żelaznych na drugim, belka na żadną stronę się nie przechyli, to co powiecie o głowie cukru? U. Głowa cukru waży 25 funtów.

Zadanie.

N. Kupiec posłał na jarmark towary w 4-ch pakach, na których, dla odróżnienia jednych od drugich, napisał litery: A, B, C, D. Wiemy, że wszystkie (nauczyciel pisze na tablicy):

4 paki A, B, C i D razem ważą 92 funty

3 " B, C i D " " 69 "

" " A, C i D " " 73 "

" " A, B i D " " 75 "

Ile waży każda paka osobno? Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Z ilu części składa się liczba 92 funty. U. Z 4 ch części. N. Więc liczba 92 f. jest sumą 4-ch składników. Co oznacza każdy składnik tej sumy? U. Ciężar jednej paki.

N. Jeżeli połączymy ciężary pak B, C i D w jedną sumę, to, jak wiecie, otrzymamy liczbę 69 funtów; wówczas liczba 92 f. będzie się składała z dwu części, czyli liczba 92 f. będzie sumą dwu składników. Jeden z tych składników jest 69 f. Jak znajdziecie drugi składnik? U. Potrzeba od 92 f. odjąć 69 f. N. Odejmiecie i napiszcie wzór. Uczniowie piszą: $92 \text{ f.} - 69 \text{ f.} = 23 \text{ f.}$ N. Co oznacza liczba 23 f.? U. Oznacza ciężar paki A.

Podobnie rozumując, uczniowie się dowiedzą, że:

ciężar paki B jest $92 \text{ f.} - 73 \text{ f.} = 19 \text{ f.}$

" " C " $92 \text{ f.} - 75 \text{ f.} = 17 \text{ f.}$

N. Czy zadanie jest już rozwiązane? U. Nie, bo nie wiemy jeszcze, ile waży paka D. N. Ciężar paki D jest częścią każdą z liczb, danych w zadaniu; więc można wynaléść ten ciężar rozmaitymi sposobami. Wiecie na przykład, że liczba 92 f. jest sumą 4-ch składników i że tymi składnikami są ciężary pak: A, B, C i D, przeto, jeżeli od liczby 92 f. odejmiemy sumę ciężarów pak: A, B i C, to reszta otrzymana będzie oznaczała ciężar paki D. Ponieważ suma ciężarów pak: A, B i C nie jest wam znana, więc musicie ją uprzednio znaleźć. Uczniowie wynajdują sumę $23 \text{ f.} + 19 \text{ f.} + 17 \text{ f.} = 59 \text{ f.}$ i tę sumę odejmują od liczby: $92 \text{ f.}; \quad 92 \text{ f.} - 59 \text{ f.} = 33 \text{ f.}$ N. Ile więc waży paka D? U. 33 f.

§ 90. MNOŻENIE.

N. Kwarta orzechów kosztuje 9 groszy; ile kosztują 4 kwarty tych orzechów? Uczniowie powtarzają zadanie. N. Co macie znaleźć? U. Liczbę groszy, zapłaconych za 4 kwarty orzechów. N. Z ilu części składa się ta liczba? U. Liczba ta składa się z 4-ch części. N. Jakie są te części? U. Części te są równe. N. Dlaczego? U. Bo każda z nich jest ceną jednej kwarty orzechów. N. Więc liczba szukana jest sumą 4-ch równych składników, z których każdy jest liczbą: 9 groszy.

Nauczyciel pisze na tablicy: $9 \text{ gr.} + 9 \text{ gr.} + 9 \text{ gr.} + 9 \text{ gr.} = ?$. Uczniowie dodają i otrzymują sumę 36 gr. Nauczyciel we wzorze ściera znak $+$ i na jego miejscu pisze liczbę 36 gr. Powstaje stąd wzór: $9 \text{ gr.} + 9 \text{ gr.} + 9 \text{ gr.} + 9 \text{ gr.} = 36 \text{ gr.}$ N. Widzicie, że liczba 36 gr. jest 4 razy większa od liczby 9 groszy, więc wzór ten można, jak już wiecie, krócej tak napisać: $9 \text{ gr.} \times 4 = 36 \text{ gr.}$

N. Pociąg towarowy kolei żelaznej przejeżdża na godzinę 14 wiorst; ile wiorst on przejedzie w ciągu 6-u godzin? Uczniowie rozwiązują to zadanie, rozumując podobnie, jak poprzednio. Nauczyciel pisze na tablicy wzór: $14w. + 14w. + 14w. + 14w. + 14 + 14w. = 84w.$, a podspodem ten sam wzór w postaci skróconej:

$$14w. \times 6 = 84w.$$

N. Staś w ciągu 16 minut może przepisać z książki 1 stronicę; ile on potrzebuje minut, aby przepisać 6 stronic? Uczniowie rozwiązują zadanie. Nauczyciel pisze:

$$16m. + 16m. + 16m. + 16m. + 16m. + 16 = 96m.$$

$$16 \times 6 = 96m.$$

N. Rozwiązaliście trzy zadania, w których trzeba było dodawać do siebie równe składniki, tak, że odpowiedzią na pytania, postawione w każdym z tych zadań, była suma równych składników. Suma równych składników nazywa się w nauce rachunków: iloczynem; dodawanie zaś równych składników nazywa się mnożeniem. Więc:

Mnożenie jestto działanie, za pomocą którego wynajdujemy sumę liczb równych. Liczba, która się powtarza jako składnik, nazywa się mnożną; liczba zaś, która oznacza, ile jest składników równych, nazywa się mnożnikiem.

W pierwszym przykładzie, w którym nam szło o to, ile kosztują 4 kwarty orzechów, jeżeli jedna kosztuje 9 groszy, mnożną była liczba 9gr., mnożnikiem była liczba 4, która, jak widzicie, ma tyle jedności, ile jest jednostek w liczbie mianowanej 4 kwarty, a iloczynem była liczba 36gr.

N. Powtórzcie zadanie o pociągu towarowym i o Stasiu i sami powiedzcie, co w nich jest mnożną, mnożnikiem i iloczynem. Przy odpowiedziach uczniów na-

uczyciel zwraca ich uwagę na to, że: w 2-m zadaniu mnożnikiem nie jest liczba mianowana 5 godzin, ale liczba 5, która ma tyle jedności, ile jednostek ma liczba mianowana 5 godzin, a w 3-m zadaniu mnożnikiem jest liczba 6, która ma tyle jedności, ile jednostek ma liczba mianowana 6 stronnic.

Nauczyciel pisze na tablicy wzory poprzednio wprowadzone, np.

$$6 \times 3 = 18, \quad 5 \times 4 = 20.$$

N. Przeczytajcie te wzory. U. 3 razy 6 jest 18; 4 razy 5 jest 20. N. W pierwszym wzorze liczba 18 jest całością, złożoną z 3-ch części równych, każda po 6 jedności, czyli: liczba 18 jest sumą 3-ch równych składników; więc jak ją teraz nazwiecie? U. Iloczynem. N. Co tu jest mnożną, a co mnożnikiem? U. Mnożną jest 6, a mnożnikiem 3. N. Co powiecie o liczbach: 5, 4 i 20 będących w drugim wzorze? U. Liczba 5 jest mnożną, 4 jest mnożnikiem, a 20 jest iloczynem. N. Jakie wykonywacie działanie dla znalezienia liczb: 18 i 20? U. Mnożenie. N. Z tego powodu znak $\times$, umieszczony pomiędzy mnożną i mnożnikiem, nazywa się znakiem mnożenia.

Wzór pierwszy można teraz tak przeczytać: jeżeli mnożna jest 6, a mnożnik 3, to iloczynem jest 18; krócej: 6 pomnożone przez 3 równa się 18. Przeczytajcie teraz sami wzór 2-i, napisany na tablicy. U. Jeżeli mnożna jest 5, a mnożnik 4, to iloczyn jest 20. N. Przeczytajcie krócej ten sam wzór. U. 5 pomnożone przez 4 równa się 20.

N. W pierwszym wzorze iloczynem jest 18, mnożną jest 6; porównajcie z sobą te dwie liczby i powiedzcie, ile razy jedna jest większa od drugiej. U. Iloczyn 18 od mnożnej 6 jest większy 3 razy. N. Widzicie więc, że mnożąc liczbę 6 przez 3, powiększyliście

ją 3 razy; a więc liczbę 6 pomnożyć przez 3 jestto liczbę 6 powiększyć 3 razy. Powiedzcie teraz sami, co oznacza: liczbę 5 pomnożyć przez 4? U. Liczbę 5 pomnożyć przez 4, jestto liczbę 5 powiększyć 4 razy. N. Jeżeli w pierwszym wzorze każda jedność mnożnej oznacza arkusz papieru, to jak napiszecie ten wzór?

Uczniowie piszą: $6 \text{ ar.} \times 3 = 18 \text{ ar.}$

N. Staś ma 6 arkuszy papieru, Adaś ma 3 razy więcej od Stasia; ile arkuszy ma Adaś? U. 18 arkuszy. N. Jakiście się tego dowiedzieli? U. Liczbę 6 arkuszy pomnożyliśmy przez 3. N. Dlaczegoście to zrobili? U. Bo liczbę 6 arkuszy trzeba było powiększyć 3 razy.

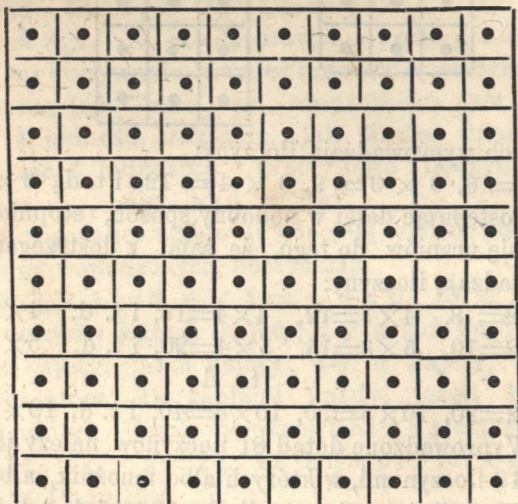
N. Jeżeli w 2-m wzorze każda jedność mnożnej oznacza złoty, to jak napiszecie ten wzór?

Uczniowie piszą: $5 \text{ z.} \times 4 = 20 \text{ z.}$

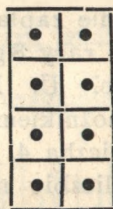
N. Ułóżcie zadanie, które się rozwiązuje zapomocą tego wzoru.

§ 91. a. MNOŻNA I MNOŻNIK NIE WIĘKSZE OD 10-u.

Do poglądowego wynajdywania w tym wypadku ilości czynów może służyć kwadrat, wycięty z papieru (lepiej z tektury) i podzielony linijami podłużnymi i poprzecznymi na 100 równych kratek kwadratowych (jak to widać na figurze). W nich się umieszczają kropki tak wielkie, żeby je mogli dojrzeć uczniowie siedzący na ostatnich nawet ławkach. Kwadrat ten zawiesza się na ścianie lub na tablicy. Należy odkryć naprzód 2 rzędy poprzeczne kropek, zakrywając pozostałe zasłoną papierową stosownej wielkości; wtedy uczniowie będą widzieli 10 rzędów podłużnych, w każdym po 2 kropki. Wówczas, zapomocą drugiej zasłony utrzymanej w ręce, nauczyciel stopniowo odsłania te



rzędy podłużne, a uczniowie spostrzegają pokolei figury następujące:

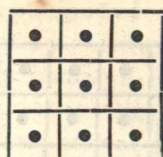
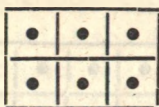


i t. d.

i z tych figur wyprowadzają iloczyny:

$$2 \times 2 = 4, 2 \times 3 = 6, 2 \times 4 = 8, \text{ i t. d.}, 2 \times 10 = 20.$$

Następnie nauczyciel odkrywa 3 rzędy poprzeczne, a za pomocą ręcznej zasłony odsłania stopniowo rzędy podłużne. Uczniowie spostrzegają pokolei figury następujące:



i t. d.

z których wyprowadzają iloczyny:

$$3 \times 2 = 6, 3 \times 3 = 9, 3 \times 4 = 12, \text{ i t. d., } 3 \times 10 = 30.$$

Postępując dalej w podobny sposób, stopniowo doprowadza się uczniów do tego, że sami z dostrzeganych figur wyprowadzają iloczyny:

$$4 \times 2 = 8, 4 \times 3 = 12, 4 \times 4 = 16, \text{ i t. d. } 4 \times 10 = 40,$$

$$5 \times 2 = 10, 5 \times 3 = 15, 5 \times 4 = 20, \text{ i t. d. } 5 \times 10 = 50,$$

i t. d.,

$$10 \times 2 = 20, 10 \times 3 = 30, 10 \times 4 = 40, \text{ i t. d. } 10 \times 10 = 100.$$

Wyprowadzone dotąd 81 iloczynów należy jeszcze uzupełnić 18 iloczynami, w których albo mnożnik, albo mnożna, albo i mnożnik i mnożna są liczbą 1. Ażeby dać uczniom pojęcie, że i 1 bywa mnożnikiem, nauczyciel może zawiązać z nimi następującą pogadankę:

N. Ołówek kosztuje 8 groszy; Staś kupił 4 ołówki, ile on za nie zapłacił? U. 32 grosze. N. Dlaczego? U. Bo 4 razy 8 gr. jest 32 gr. N. Jakie wykonaliście działanie? U. Mnożenie. N. Co tu jest mnożną, a co mnożnikiem? U. Mnożną jest liczba 8 gr., mnożnikiem liczba 4, która ma tyle jedności, ile jest jednostek w liczbie mianowanej 4 ołówki. N. Który z wzorów napisanych na tablicy posłużył wam do rozwiązywania tego zadania? Uczniowie pokazują wzór:

$$8 \times 4 = 32.$$

N. Jak ten wzór zastosować do tego zadania? U. Potrzeba po liczbach 8 i 32 napisać litery gr., które w skróceniu oznaczają wyraz grosze. N. Napiszcie ten wzór. Uczniowie piszą:

$$8 \text{ gr.} \times 4 = 32 \text{ gr.}$$

N. Ołówek kosztuje 8 gr.; Adaś kupił 1 ołówek; ile on zapłacił? U. 8gr. N. Dlaczego? U. Bo jeden raz 8gr. jest 8gr. N. Kiedy mówicie: jeden raz 8gr. jest 8gr., wykonywacie również mnożenie; w tym mnożeniu: mnożną jest liczba 8gr., mnożnikiem jest liczba, która ma 1 jedność, taksamo, jak liczba mianowana 1 ołówek ma 1 jednostkę. Wzór tego iloczynu jest:
 $8\text{gr.} \times 1 = 8\text{gr.}$

Po tej pogadance uczniowie dopełnią szeregu iloczynów, poprzednio wyprowadzonych, iloczynami:

$2 \times 1 = 2$, $3 \times 1 = 3$, $4 \times 1 = 4$, i t. d., $10 \times 1 = 10$.

N. 10-u uczniów kupuje kajety; 1-y uczeń kupił 1 kajet, 2-i 2 kajety, 3-i 3 kajety, 4-y 4 kajety, i t. d., 10-y 10 kajetów. Ile zapłacił każdy, jeżeli 1 kajet kosztuje 1 złoty? Uczniowie odpowiadają i piszą wzory:

$1\text{z.} \times 1 = 1\text{z.}$, $1\text{z.} \times 2 = 2\text{z.}$, $1\text{z.} \times 3 = 3\text{z.}$, $1\text{z.} \times 4 = 4\text{z.}$, i t. d., $1\text{z.} \times 10 = 10\text{z.}$

Ostatnich 19 wzorów wraz z 81 poprzednio wyprowadzonymi przedstawiają tabliczkę mnożenia liczb nie większych od 10-u.

§ 92. ĆWICZENIA Z TABLICZKĄ MNOŻENIA.

Nauczyciel pisze na tablicy 10 następujących szeregów liczb:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

i mówi: macie na tablicy 10 szeregów liczb; te szeregi tworzą tabliczkę mnożenia. W 1-m pierwszą liczbą jest 1, w 2-m 2, w 3-m 3, i t. d., w 10-m szeregu pierwszą liczbą jest 10.

Na tych szeregach liczb nauczyciel będzie odbywał z uczniami ćwiczenia w sposób podobny do tego, jak tu przeprowadzamy je na szeregu 4-m.

Nauczyciel pokazuje uczniom 4-y szereg liczb i zapytuje: pośród napisanych szeregów liczb, którym od początku jest ten szereg? U. Jest szeregiem 4-m. N. Jaka jest pierwsza liczba tego szeregu? U. Liczba 4. N. Przeczytajcie liczby tego szeregu. U. 4, 8, 12, ..., 40. N. Przeczytajcie je w porządku odwrotnym. U. 40, 36, ..., 4.

N. Liczby tego szeregu są iloczynami dwu liczb, z których jedną jest zawsze liczba 4. Jaka jest 5-a liczba tego szeregu. U. 20. N. Jaką liczbę trzeba pomnożyć przez 5, aby otrzymać 20? U. Liczbę 4. N. Co więc powiecie o liczbie 5-ój 4-go szeregu, t. j. o liczbie 20? U. 20 jest iloczynem liczby 4 przez liczbę 5.

Nauczyciel ścięra w tym szeregu np. liczbę 28 i mówi: liczcie z góry, której liczby brakuje teraz w tym szeregu? U. 7-ój. N. Jakato jest liczba? U. 7 razy 4, czyli 28. I t. d.

Nauczyciel ścięra cały szereg 4-y i zapytuje: który szereg liczb starłem? U. 4-y. N. Wypowiedzcie pokolei liczby, które tworzyły ten szereg....

N. Jak znaleźć 6-ą liczbę tego szeregu? U. Należy pomnożyć 4 przez 6. N. Jaka jest 3-a liczba tego szeregu? U. 3 razy 4, to jest 12. N. Mając 3-ą liczbę tego szeregu, t. j. 12, jak znaleźć 8-ą liczbę tego szeregu? U. Potrzeba do 12 dodać 5 razy 4, t. j. 20;

$12 + 20 = 32$. N. Znajdźcie 10-ą liczbę tego szeregu. U. 10 razy 4, t. j. 40. N. Mając 10-ą liczbę tego szeregu, t. j. 40, jak znajdziecie 7-ą liczbę tego szeregu? U. Należy od 40 odjąć 3 razy 4, t. j. 12 ; $40 - 12 = 28$.

N. Garniec ma 4 kwarty; ile jest kwart w 7-u, 9-u, 5-u, 8-u i t. d. garncach? Jabłko kosztuje 4 grosze, ile kosztują: 10 jabłek, 8j., 6j., 4j., 5j. i t. d.? Godzina ma 4 kwadranse; ile jest kwadransy w 3-ch, 5-u, 10-u, 7-u i t. d. godzinach?

Weźmy jeszcze za wzór do tych ćwiczeń szereg 9-y. N. Ile jest 3 razy 9? U. 3 razy 9 jest 27. N. Do którego szeregu należy liczba 27? U. Do szeregu 9-go. N. Dlaczego? U. Bo 27 jest iloczynem dwu liczb, z których jedną jest liczba 9. N. Które miejsce iloczyn 27 zajmuje w szeregu 9-m? U. 3-e miejsce. N. Dlaczego? U. Bo drugą liczbą w tym iloczynie jest liczba 3. N. Jaka jest 5-a liczba tego szeregu? U. 5 razy 9, t. j. 45. N. Jakim sposobem mając 27, znaleźć 5-ą liczbę tego szeregu? U. Potrzeba do 27 dodać 2 razy 9, czyli 18. N. Sprawdźcie to. Uczniowie dodają: $27 + 18 = 45$. N. Wiecie, że 90 jest 10-ą liczbą tego szeregu; wiedząc to, jak znajdziecie 4-ą liczbę tego szeregu? U. Potrzeba od liczby 90 odjąć 6 razy 9, czyli 54. N. Sprawdźcie to. Uczniowie odejmują: $90 - 54 = 36$.

N. Obsadka kosztuje 9 groszy; ile kosztują: 4, 7, 5, 3 i t. d. takich obsadek? — Wieś A jest odległa od Warszawy o 9 mil; Staś jeździł z Warszawy do wsi A 4 razy. Ile Staś zrobił drogi? I t. d.

Ćwiczenia takie należy przerabiać i powtarzać z uczniami przez długi czas na każdej lekcyi rachunków; przez to uczniowie nie tylko nauczą się tych iloczynów na pamięć, ale zarazem nabiorą wprawę do wyprowadzania jednych z dru-

gich zapomocą ich dodawania lub odejmowania. Ku temu mogą jeszcze posłużyć ćwiczenia, układane przez nauczyciela według wzorów następujących:

N. Powiedzcie 7-ą i 2-ą liczbę szeregu 8-go. U. 56 i 16. N. Dodajcie je do siebie. U. $56 + 16 = 72$. N. Zobaczymy, czy ta suma jest w 8-m szeregu, a jeżeli jest, to które miejsce ona w nim zajmuje? Wiecie, że 56 jestto 7 razy 8; z ilu więc części równych składa się liczba 56? U. Z 7-u części. N. Więc 56 jest sumą 7-u równych składników. A liczba 16 z ilu takich składników 8 się składa? U. Z 2-u. N. Więc suma 72 składa się z 7-u i 2-u, czyli z 9-u części równych, każda po 8 jedności, czyli 72 jestto 9 razy 8. Jakie więc miejsce w szeregu 8-m zajmuje liczba 72? U. 9-e.

N. Od 56 odejmijcie 16. U. $56 - 16 = 40$. N. W liczbie 56 ile jest części równych liczbie 8? U. 7. N. Odjęliście 16; ile więc razy odjęliście po 8? U. 2 razy. N. Więc reszta ma 5 części równych po 8 jedności; czyli 40 jestto 5 razy 8. Które więc miejsce liczba 40 zajmuje w szeregu 8 m? U. 5-e miejsce.

Podobne ćwiczenia można przerobić na liczbach:

42 i 28, 63 i 18, 48 i 24, 36 i 18 i t. d.

N. W których szeregach znajdują się liczby:

12, 16, 20, 24, 28, 36, i t. d.?

N. Znajdźcie liczby kwadratowe w szeregach: 7-m, 3-m, 4-m, ..., 10-m.

Zadania.

1. W alei ogrodowej są 4 ławki większe i 7 mniejszych; na każdej z większych ławek siedzi 8 osób, a na każdej z mniejszych 6 osób. Ile osób siedzi na ławkach w téj alei?

2. Wieśniak sprzedał w mieście 8 indyków i wziął za każdego po 10 złotych; kupił zaś 5 łokci sukna, płacąc za każdy łokieć 9 złotych. Ile pozostało mu złotych po zapłaceniu za sukno?

3. Miedź, użyta na jeden kocioł, kosztuje 6 rubli; robota jednego kotła kosztuje 2 ruble. Ile kosztuje 7 kotłów?

4. Handlarz bydła płaci za wołu 47 rubli, sprzedaje go za 56 rubli. Ile zyskuje na 1-m wole i ile zyska po sprzedaniu 8-u wołów.

§ 93. MNOŻNA LUB MNOŻNIK SĄ DWUCYFROWE.

N. Libra papieru kosztuje 17 gr.; ile kosztuje 5 liber? (Tutaj należy powiedzieć, że 1 libra = 24 arkuszom). N. Co mamy znaleźć? U. Cenę 5 liber papieru. N. Z ilu części składa się ta cena? U. Z 5-u części. N. Jakie są te części? U. Te części są równe. N. Dlaczego? U. Bo każda część oznacza cenę jedné libry papieru, to jest 17 gr. N. Więc liczba, którą mamy znaleźć, jest sumą 5-u równych składników, a każdy z nich jest liczbą 17 gr. Moglibyśmy więc znaleźć liczbę szukaną zapomocą dodawania. Czy możemy znaleźć ją inaczej. U. Możemy, zapomocą mnożenia. N. Dobrze. A jak w mnożeniu będzie się nazywać ta suma liczb równych? U. Iloczynem. N. Co tu więc będzie iloczynem? U. Cena 5-u liber papieru. N. Co jest mnożną, a co mnożnikiem w tym iloczynie? U. Mnożną jest liczba 17 gr., a mnożnikiem liczba 5, która ma tyle jedności, ile jednostek ma liczba mianowana 5 liber. N. Powiedzcie jeszcze

raz, jakie dla rozwiązania tego zadania wykonamy działanie? U. Mnożenie. Nauczyciel pisze na tablicy:

$$17 \text{ gr.} \times 5 = ? \text{ gr.}$$

N. Mamy znaleźć sumę 5-u równych składników, z których każdy jest liczbą 17 gr. Napiszemy to (nauczyciel pisze na tablicy):

$$17 \text{ gr.} + 17 \text{ gr.} + 17 \text{ gr.} + 17 \text{ gr.} + 17 \text{ gr.} = ? \text{ gr.}$$

N. Od czego zaczniemy dodawanie? U. Od dodawania dziesiątków. Nauczyciel pisze:

$$10 \text{ gr.} + 10 \text{ gr.} + 10 \text{ gr.} + 10 \text{ gr.} + 10 \text{ gr.} = 50 \text{ gr.}$$

N. Jak ten wzór napisać krócej? U. $10 \text{ gr.} \times 5 = 50 \text{ gr.}$

N. Dodamy teraz jedności. Nauczyciel pisze:

$$7 \text{ gr.} + 7 \text{ gr.} + 7 \text{ gr.} + 7 \text{ gr.} + 7 \text{ gr.} = 35 \text{ gr.}$$

N. Napiszemy ten wzór krócej: $7 \text{ gr.} \times 5 = 35 \text{ gr.}$

A ponieważ $50 \text{ gr.} + 35 \text{ gr.} = 85 \text{ gr.}$? więc $17 \text{ gr.} \times 5 = 85 \text{ gr.}$ Ile więc kosztuje 5 liber papieru? U. 85 gr.

N. Funt śliwek kosztuje 16 groszy; ile kosztuje 6 funtów? Uczniowie zapomocą podobnego rozumowania, jak w przykładzie poprzedzającym, dochodzą do wniosku, że cena szukana jest iloczynem, w którym mnożną jest liczba 16 gr., a mnożnikiem liczba 6, mająca tyle jedności, ile jest jednostek w liczbie 6 funtów. N. Co mam zapłacić za każdy funt? U. 16 gr. Nauczyciel pisze: $16 \text{ gr.} \times 6 = ? \text{ gr.}$

N. Płacę naprzód za każdy funt po 10 gr.; $10 \text{ gr.} \times 6 = 60 \text{ gr.}$

N. Dopłacam do każdego funta po 6 gr.; $6 \text{ gr.} \times 6 = 36 \text{ gr.}$

$$60 \text{ gr.} + 36 \text{ gr.} = 96 \text{ gr.}; \text{ więc } 16 \text{ gr.} \times 6 = 96 \text{ gr.}$$

Nauczyciel pisze na tablicy: $19 \times 4 = ?$

N. Co mamy zrobić? U. Mamy liczbę 19 pomnożyć przez 4. N. Jak to powiecie inaczej? U. Mamy znaleźć iloczyn, w którym mnożną jest liczba 19, a mnożnikiem liczba 4. N. Jak to powiecie jeszcze inaczej?

U. Mamy znaleźć sumę 4-ch równych składników, z których każdy jest liczbą 19. N. Ile każdy składnik ma dziesiątków? U. Jeden dziesiątek. N. Po-

dodaniu tych dziesiątków otrzymamy (pisze na tablicy):
 $10 \times 4 = 40$. N. Oprócz jednego dziesiątka, ile ka-
 żdy składnik ma jedności? U. 9 jedności. N. Więc
 po dodaniu tych jedności otrzymamy (pisze na tablicy):
 $9 \times 4 = 36$. Suma więc szukana składa się z dwu
 części 40 i 36; więc ta suma jest (pisze na tablicy):

$$40 + 36 = 76, \text{ a więc: } 19 \times 4 = 76.$$

N. Jeżeli każda jedność mnożnej oznacza 1 zło-
 ty, to jak napiszecie ten wzór? Uczniowie piszą: $19 \text{ zł.} \times 4$
 $= 76 \text{ zł.}$ N. Ułóżcie zadanie, zastosowane do tego
 wzoru. U. Łokieć sukna kosztuje 19 złotych; ile ko-
 szują 4 łokcie?

W podobny sposób uczniowie będą szukali iloczynów:
 $13 \times 2 = ?$ $13 \times 3 = ?$ $13 \times 4 = ?$ $13 \times 5 = ?$ i t. d.
 $14 \times 2 = ?$ $14 \times 3 = ?$ $14 \times 4 = ?$

i t. d.

$$24 \times 2 = ? \quad 24 \times 3 = ? \quad 24 \times 4 = ?$$

$$25 \times 2 = ? \quad 25 \times 3 = ? \quad 25 \times 4 = ?$$

i t. d.

W podawaniu przykładów baczyć należy na to, żeby ilo-
 czyny nie przewyższały liczby 100.

N. Tydzień ma dni 7; ile jest dni w 14-tu tygo-
 dniach? Uczniowie powtarzają zadanie. N. Szukana li-
 czba dni, jako całość złożona z 14-u części równych,
 każda po 7 dni, jest iloczynem, w którym mnożną jest
 liczba 7 dni, a mnożnikiem liczba 14, mająca tyle je-
 dności, ile jest jednostek w liczbie 14 tygodni. Co
 więc mamy zrobić dla rozwiązania zadania? U. Ma-
 my pomnożyć liczę 7 dni przez 14. Nauczyciel pisze na
 tablicy: $7 \text{ d.} \times 14 = ? \text{ d.}$

N. Ile jest dni w 10-u tygodniach? U. 10 razy po 7
 dni, t. j. 70 dni. Nauczyciel pisze na tablicy: $7 \text{ d.} \times 10$
 $= 70 \text{ d.}$ N. Ile jest dni w pozostałych 4-ch tygodniach?
 U. 4 razy po 7 dni, t. j. 28 dni. Nauczyciel pisze:
 $7 \text{ d.} \times 4 = 28 \text{ d.}$ N. Jeżeli w 10-u tygodniach jest dni

70, a w 4-ch tygodniach dni 28; to ile jest dni w 14 tygodniach? U. 70 d. i 28 d. Nauczyciel pisze:

$$70 \text{ d.} + 28 \text{ d.} = 98 \text{ d.}$$

N. A więc: $7 \text{ d.} \times 14 = 98 \text{ d.}$

N. Garniec ma 4 kwarty; ile jest kwart w 25-u garncach? Zapomocą znanego rozumowania uczniowie dochodzą do wniosku, że liczba szukana jest iloczynem, w którym mnożną jest 4 kw., a mnożnikiem liczba 25, mająca tyle jedności, ile jednostek jest w liczbie mianowanej 25 garncy. Nauczyciel pisze na tablicy: $4 \text{ kw.} \times 25 = ? \text{ kw.}$

N. Dowiemy się naprzód, ile jest kwart w 20 garncach. Co trzeba zrobić, aby się dowiedzieć, ile 20 garncy mają kwart? U. Trzeba 4 kwarty pomnożyć przez 20. N. Dobrze. Więcie, że 20 jestto 10 razy 2, więc 20 garncy jestto 10 razy po 2 garnce. Ile 2 garnce mają kwart? U. 2 razy po 4 kwarty, t. j. 8 kwart. N. Ponieważ 2 garnce mają kwart 8, więc 20 garncy mają 10 razy po 8 kwart; to jest 80 kw. Dowiedzieliście się, że w 20 garncach jest $4 \text{ kw.} \times 20 = 80 \text{ kw.}$ A że w 5 garncach jest $4 \text{ kw.} \times 5 = 20 \text{ kw.}$, więc w 25 g. jest $80 \text{ kw.} + 20 \text{ kw.} = 100 \text{ kw.}$

Przeto $4 \text{ kw.} \times 25 = 100 \text{ kw.}$

N. Łut kawy kosztuje 3 grosze; ile kosztuje funt kawy? (Tu nauczyciel objaśni uczniom, że 1 funt = 32 łutom). N. Jakiego użyjecie działania do rozwiązania tego zadania? U. Mnożenia. N. Dlaczego? Bo szukana cena funta kawy będzie iloczynem 3-ch groszy przez 32. N. Co w tym iloczynie jest mnożną, a co mnożnikiem? U. Mnożną jest liczba mianowana 3 grosze, a mnożnikiem liczba 32, która ma tyle jedności, ile jednostek ma liczba mianowana 32 łuty. Nauczyciel pisze na tablicy: $3 \text{ gr.} \times 32 = ? \text{ gr.}$ N. Dowiemy się naprzód, ile kosztuje 30 łutów. N. Jakich liczb

iloczynem jest liczba 30? U. Liczb 5 i 6. N. Dobrze. A czy liczba 30 nie jest iloczynem innych jeszcze liczb? U. Jest iloczynem liczb 3 i 10. N. Co to znaczy? U. To znaczy że 30 jestto 10 razy 3. N. Wiecie, że 1 funt kawy kosztuje 3 grosze; ile kosztują 3 funty? U. 3 razy 3 gr., t. j. 9 groszy. N. Wiecie, że 30 funtów jestto 10 razy po 3 funty; więc ile kosztuje 30 funtów? U. 10 razy 9 groszy, t. j. 90 groszy. Nauczyciel pisze: $3 \text{ gr.} \times 30 = 90 \text{ gr.}$ N. Ile kosztują 2 funty? U. 2 razy 3 grosze, t. j. 6 groszy. Nauczyciel pisze: $3 \text{ gr.} \times 2 = 6 \text{ gr.}$ N. Ile więc kosztują 32 funty, czyli 1 funt kawy? U. 90 gr. i 6 gr., to jest 96 gr. Nauczyciel pisze: $3 \text{ gr.} \times 32 = 96 \text{ gr.}$

Zadania.

1. Kupiono 5 funtów herbaty po 12 zł. i 9 funtów kawy po 3 złote. Ile zapłacono?

2. Pewna osoba płaci miesięcznie: za mieszkanie 12 rubli, a za posługę 2 ruble; ile tę osobę będzie kosztowało mieszkanie z posługą w ciągu 7-u miesięcy?

3. Kupiec płaci za łokieć płótna 27 kop. a sprzedaje łokieć po 30 kop.; ile będzie miał zysku na każdym łokciu i ile po sprzedaniu 29-u łokci tego płótna.

§ 94. DZIELENIE.

N. Straganiarka miała w koszu 32 śliwki, które przełożyła do torebek po 8 sztuk do każdej. Do ilu torebek te śliwki zostały przełożone? Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Co naprzód zrobiła straganiarka? U. Wybrała z kosza 8 śliwek i włożyła je do torebki. N. Co

pozostało w koszu? U. 32 bez 8, t. j. 24 śliwki. Nauczyciel pisze na tablicy wzór: $32 \text{ ś.} - 8 \text{ ś.} = 24 \text{ ś.}$

N. Co dalej zrobiła straganiarka? U. Wybrała z kosza drugi raz 8 śliwek i włożyła je do 2-jej torebki. N. Co pozostało w koszu? U. 24 bez 8, to jest 16 śliwek. Nauczyciel pod napisanym wzorem pisze:

$$24 \text{ ś.} - 8 \text{ ś.} = 16 \text{ ś.}$$

N. Opowiedzcie teraz sami, co dalej robiła straganiarka? U. Straganiarka wybrała 3-ci raz 8 śliwek i włożyła je do 3-jej torebki; pozostało w koszu jeszcze 8 śliwek, które ona włożyła do 4-jej torebki. Nauczyciel pod 2-ma powyższymi wzorami pisze na tablicy wzory: $16 \text{ ś.} - 8 \text{ ś.} = 8 \text{ ś.}$; $8 \text{ ś.} - 8 \text{ ś.} = \text{nic}$.

N. Dla oznaczenia wyrazu nic używa się w nauce rachunków ten sam znak, którym wyrażamy, że w liczbie napisanej, np. 10, 40, 100, nie było niczego do oznaczenia na miejscu 1-m lub 2-m; tym znakiem, jak wiecie, jest znak zero. Nauczyciel w ostatnim wzorze kładzie 0 zamiast wyrazu: nic; ostatni więc wzór jest taki: $8 \text{ ś.} - 8 \text{ ś.} = 0$.

N. Do ilu więc torebek straganiarka przełożyła 32 śliwki? U. Do 4-ch torebek. N. Dla rozwiązania tego zadania jakie wykonywaliście działanie? U. Odejmowanie. N. Ile je razy wykonaliście? U. 4 razy.

N. Straganiarka miała w koszu 72 śliwki, które przełożyła do torebek po 8 sztuk do każdej. Do ilu torebek te śliwki zostały przełożone? Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Co powiecie o tym zadaniu? U. Ono jest podobne do poprzedniego. N. A jednak jest między nimi różnica; jaka? U. Ta, że poprzednio była mowa o 32-u śliwkach, a teraz o 72. N. Ponieważ te dwa zadania są do siebie podobne, więc i sposoby ich roz-

wiązania muszą być także podobne. Jak rozwiązaliście poprzednie zadanie? U. Odejmowaliśmy od liczby 32ś., będących w koszu, liczbę 8 śliwek 4 razy. N. Otóż, rozwiązując i to zadanie, powinniśmy również od liczby 72ś., będących w koszu, odejmować po 8ś. tyle razy, ile będzie można. Podobnie jak poprzednio, uczniowie od liczby wszystkich śliwek odejmują wciąż po 8 śliwek, a nauczyciel pisze na tablicy jedne pod drugimi, wzory następujące:

$72\text{ś.} - 8\text{ś.} = 64\text{ś.}$, $64\text{ś.} - 8\text{ś.} = 56\text{ś.}$, i t. d., $8\text{ś.} - 8\text{ś.} = 0$.

N. Sposób, jakiego użyliśmy dla rozwiązania tego zadania, jest niedogodny, wymaga bowiem wiele czasu. Poszukamy innego dogodniejszego sposobu.

Nauczyciel wypisuje z tabliczki mnożenia szereg 8-y:

8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80.

N. Co napisałem na tablicy? U. Iloczynu dwu liczb, z których jedną jest tu zawsze liczba 8. N. Czy pośród nich jest liczba 72? U. Jest. N. Które ona w tym szeregu zajmuje miejsce? U. Dziewiąte. N. Co więc powiecie o liczbie 72? U. Liczba 72 jest iloczynem liczby 8 przez liczbę 9. N. Jak to inaczej powiecie? U. Liczba 72 jest sumą 9-u równych składników, z których każdy jest liczbą 8 jedności. N. Ile razy mieści się 8 w 72? U. 9 razy. N. Ile więc razy od 72 można odjąć po 8? U. 9 razy. N. Wiecie, że każda jedność liczby 72 może oznaczać jakąkolwiek jednostkę; jeżeli każda jedność oznacza jedną śliwkę, to powiedzcie, ile razy od 72ś. można odjąć po 8ś.? U. 9 razy.

N. Wracam do zadania: straganiarka miała w koszu 72ś.; przełożyła je do torebek, po 8ś. do każdej. Do ilu torebek je przełożyła? U. Do 9-u torebek.

N. Straganiarka miała w koszu 72 śliwki, które przełożyła do 8-u torebek, po jednakowej liczbie śli-

wek do każdej torebki. Po ile śliwek włożyła do każdej torebki? Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Jaka jest najmniejsza ilość śliwek, które można włożyć do 8-u torebek? U. 8 śliwek. N. Jeżeli straganiarka wybierze z kosza 8 śliwek, to po ile ich włoży do każdej torebki? U. Po jednej śliwce. N. A ile razy straganiarka może z kosza wybrać po 8 śliwek? U. 9 razy. N. Dlaczego? U. Bo liczba 8 mieści się 9 razy w liczbie 72. N. Ponieważ straganiarka może wybrać z kosza 9 razy po 8 śliwek, a za każdym razem kładzie do każdej torebki po 1 śliwce, więc po przełożeniu z kosza do torebek wszystkich śliwek, ile ich będzie w każdej torebce? U. W każdej torebce będzie po 9 śliwek.

Nauczyciel powtarza z uczniami dwa ostatnie zadania.

N. Z czego te dwa zadania są do siebie podobne? U. One są do siebie z tego podobne, że dla rozwiązania każdego z nich potrzeba liczbę 72 ś. rozłożyć na części równe. N. A jaka jest różnica między tymi dwoma zadaniami? U. W 1-m zadaniu wiemy, że w każdej części jest 8 śliwek, a szukamy ile ma być tych części. W 2-m zaś zadaniu wiemy, że części równych ma być 8, a szukamy, ile śliwek jest w każdej części.

N. W obu jednak zadaniach rozkładamy liczbę na części równe. Czynność ta w nauce rachunków nazywa się dzieleniem. Powiedzcie więc co to jest dzielenie? U. Dzielenie jest to działanie, za pomocą którego daną liczbę rozkładamy na części równe. N. Dana liczba, którą rozkładamy na części równe, nazywa się dzielną. Druga liczba wiadoma, która wskazuje, jaka ma być każda

część, albo ile ma być części, nazywa się dzielnikiem.

N. Co w 1-m zadaniu jest dzielną, a co dzielnikiem? U. Dzielną jest liczba 72 śliwek, a dzielnikiem jest liczba 8 śliwek. N. Na co tu wskazuje dzielnik? U. Dzielnik wskazuje, że każda część powinna być liczbą 8 śliwek. N. W 2-m zadaniu dzielną jest także liczba 72 śliwek, dzielnikiem zaś jest liczba 8, która ma tyle jedności, ile liczba mianowana 8 torebek ma jednostek.

N. Jakiego używaliśmy znaku dla wskazania, że liczba ma być rozłożona na części równe? U. Dwukropka. N. Ponieważ rozkładanie liczby na części równe nazywa się dzieleniem, więc dwukropek jest znakiem dzielenia. Przed tym znakiem pisze się dzielna, a po nim dzielnik.

N. Cośmy robili z liczbą 72ś. w 1-m zadaniu? U. Dzieliiliśmy ją na równe części, każda po 8ś. i tych części znaleźliśmy 9. N. Otóż działanie to wyrazimy zapomocą wzoru (nauczyciel pisze): $72ś. : 8ś. = 9.$

N. Cośmy robili z liczbą 72ś. w 2-m zadaniu? U. Dzieliiliśmy ją na 8 równych części i dowiedzieliśmy się, że każdą częścią jest 9ś. N. Działanie to wyrazimy zapomocą wzoru (nauczyciel pisze):

$$72ś. : 8 = 9ś.$$

N. Wypadek z dzielenia nazywa się ilorazem; w 1-m zadaniu ilorazem jest liczba 9, która ma tyle jedności, ile razy dzielnik 8ś. mieści się w dzielnej 72ś.; w 2-m zadaniu ilorazem jest liczba 9ś. i wyraża, jak wielką jest każda część liczby 72ś., podzielonej na 8 części równych.

§ 95. a. DZIELNIK JEST LICZBĄ 2.

Nauczyciel pisze z tabliczki mnożenia szereg 2-i.

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20.

N. Co napisałem na tablicy. Iloczyn dwu liczb, z których jedną jest tu zawsze liczba 2. N. A jakie są drugie liczby w tych iloczynach? U. Wszystkie po kolei liczby od 1 do 10.

Nauczyciel przy rozważaniu każdej liczby tego szeregu ma z uczniami pogadankę, podobną do tej, jakiej tu wzór podajemy dla liczby 14.

N. Co powiecie o liczbie 14? U. Liczba 14 jest iloczynem dwu liczb: 2 i 7. N. Wyraźcie to na piśmie, pisząc naprzód liczbę 2.

Uczniowie piszą: $2 \times 7 = 14$.

N. Wiecie, że iloczyn jest sumą składników równych; patrząc na ten wzór, powiedzcie, jakich i ilu składników równych sumą jest liczba 14? U. Liczba 14 jest sumą 7-u składników równych, z których każdy jest liczbą 2. N. Ile razy od 14 można odjąć po 2 jedności? U. 7 razy. N. Ile razy liczba 2 mieści się w liczbie 14? U. 7 razy. N. Rozłóżcie liczbę 14 na takie części równe, żeby każda miała po 2 jedności i powiedzcie, ile otrzymacie takich części? U. 7 części. N. Jakie tu wykonaliście działanie? U. Dzielenie. N. Co w tym dzieleniu jest dzielną, a co dzielnikiem? U. Dzielną jest liczba 14, a dzielnikiem liczba 2. N. Wyraźcie to zapomocą wzoru.

Uczniowie piszą: $14 : 2 = 7$.

Rozbiierając w podobny sposób każdą liczbę wypisanego szeregu, uczniowie wyprowadzą wzory:

$2 : 2 = 1$, $4 : 2 = 2$, $6 : 2 = 3$, $8 : 2 = 4$, i t. d., $20 : 2 = 10$

Teraz trzeba przejść do szukania ilorazu w przypadku, kiedy dzielna przekracza granice tabliczki.

Nauczyciel pisze na tablicy: $40 : 2 = ?$

N. Czy liczba 40 jest w wypisanym szeregu liczb?
U. Nie. N. Ale ją można rozłożyć na takie części, które są w tym szeregu. Wiecie, że 2 razy 20 jest 40; więc liczba 40 składa się z dwu części, z których każda jest liczbą 20. Wiecie także, że 2 mieści się w każdej z tych części 10 razy. Powiedzcie teraz, ile razy 2 mieści się w całości, to jest w liczbie 40? U. 20 razy.

Nauczyciel we wzorze: $40 : 2 = ?$ zamiast znaku zapytania pisze 20, skąd powstaje wzór: $40 : 2 = 20$.

N. Ile jest 3 razy 20? U. 60. N. Z ilu więc części składa się liczba 60 i jakie to są części? U. Liczba 60 składa się z 3-ch części równych, a w każdej części jest po 20 jedności. N. Wymierzcie każdą z tych części liczbą 2 i powiedzcie, ile razy 2 mieści się w całości? U. W każdej części liczba 2 mieści się 10 razy, a w całości 30 razy. Nauczyciel pisze:

$$60 : 2 = 30.$$

N. Co powiecie o liczbie 80? U. Liczba 80 jest całością złożoną z 4-ch równych części, każda po 20 jedności.... Tak jak poprzednio dochodzi się do wzoru:

$$80 : 2 = 40.$$

$2 : 2 =$	1 (*)
$4 : 2 =$	2
$6 : 2 =$	3
$8 : 2 =$	4
$10 : 2 =$	5
$12 : 2 =$	6
$14 : 2 =$	7
$16 : 2 =$	8
$18 : 2 =$	9
$20 : 2 =$	10
$40 : 2 =$	20
$60 : 2 =$	30
$80 : 2 =$	40

Nauczyciel pisze jedno pod drugimi wzory, wyprowadzone w tym paragrafie. Uczniowie czytają je i objaśniają, jakim sposobem te ilorazy zostały wyprowadzone. Następnie nauczyciel pisze na tablicy np.

$$28 : 2 = ?$$

N. Czego macie się dowiedzieć? U. Ile razy 2 mieści się w 28. N. Rozłóżcie dzielną 28 na

takie dwie części, żeby każda była dzielną w którymkolwiek z napisanych tu wzorów. Uczniowie mogą to wykonać różnymi sposobami: 10 i 18, 12 i 16, 14 i 14, 20 i 8. Nauczyciel zwraca uwagę uczniów na ostatni rozkład: 20 i 8. N. Rozłożyliście 28 na dwie części: 20 i 8. Wymierzcie każdą z tych części liczbą 2 i powiedzcie, ile razy 2 mieści się w całości, czyli w liczbie 28? U. Ponieważ 2 w 20 mieści się razy 10, a w 8 razy 4, więc 2 w 28 mieści się 14 razy. Nauczyciel pisze:

$$28 : 2 = 14.$$

W podobny sposób uczniowie znajdują ilorazy we wzorach:

$$24 : 2 = ?, 46 : 2 = ?, 68 : 2 = ?, 84 : 2 = ? \text{ i t. d.}$$

Nauczyciel pisze na tablicy: $36 : 2 = ?$

N. Rozłóżcie dzielną 36 na takie dwie części, żeby każda była dzielną w jednym z wypisanych tu wzorów [nauczyciel pokazuje uczniom szereg wzorów (*)]. Należy ucznia doprowadzić do tego, żeby powiedział np. U. Dzielną 36 można rozłożyć na dwie części: 20 i 16. N. Dowiedzcie się teraz, ile razy 2 mieści się w liczbie 36. U. 2 w 20 mieści się razy 10, w 16-u razy 8, więc 2 w 36 mieści się 18 razy. Uczniowie piszą: $36 : 2 = 18$.

Nauczyciel pisze na tablicy: $74 : 2 = ?$

Uczniowie, mając na uwadze szereg wzorów (*), rozkładają dzielną 74 na dwie części: 60 i 14, a po wymierzeniu każdej części liczbą 2, dowiadują się, że $74 : 2 = 37$.

Podobnie uczniowie oznaczają ilorazy we wzorach:

$$38 : 2 = ?, 56 : 2 = ?, 94 : 2 = ?, 78 : 2 = ?, \text{ i t. d.}$$

Zadania.

1. N. Na ile dni wystarczy dla koni 58 pudów siana, jeżeli dziennie dajemy im po 2 pudy? (1 pud jest to ciężar = 40 funtom). Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Ile siana wydajemy dziennie? U. 2 pudy. N. Skąd je bierzemy? U. Z całego zapasu siana. N. Więc liczba 2 pudy jest częścią tego zapasu; przeto dla rozwiązania zadania należy liczbę 58 pud. rozłożyć tak na części równe, aby w każdej było po 2 pudy, i dowiedzieć się, ile otrzymamy tych części. Jakie będziemy odbywali działanie? U. Dzielenie. N. Co tu będzie dzielną, a co dzielnikiem? U. Dzielną będzie liczba 58 pud., a dzielnikiem liczba 2 pud.

Nauczyciel pisze na tablicy: $58 \text{ pud} : 2 \text{ pud.} = ?$

Uczniowie, rozkładając liczbę 58 pud. na dwie części: 40 i 18 pud. i mierząc każdą z nich liczbą 2 pudy, dowiadują się, że liczba 2 pud. w liczbie 58 pudów mieści się 29 razy. Nauczyciel we wzorze zamiast ? pisze liczbę 29. Stąd powstaje wzór:

$$58 \text{ pud.} : 2 \text{ pud.} = 29.$$

N. Na ile więc dni wystarczy 58 pudów siana? U. Na tyle dni, ile razy liczba 2 pud. mieści się w liczbie 58 p., to jest na 29 dni.

2. N. W ciągu dwu miesięcy dano koniom 58 pud. siana; ile dawano im miesięcznie? Uczniowie powtarzają zadanie. N. Ilość siana, wydawanego miesięcznie, jest częścią całego zapasu; tych części w całości jest 2; co więc trzeba zrobić z liczbą 58 pudów, aby zadanie rozwiązać? U. Trzeba ją rozłożyć na dwie części równe, to jest na połowy. N. Jakie więc należy wykonać działanie? U. Dzielenie. N. Co tu jest dzielną, a co dzielnikiem? N. Dzielną jest liczba 58 pudów, a dzielnikiem jest liczba 2, która ma tyle jedności, ile jest jednostek w liczbie mianowanej 2 miesiące.

Nauczyciel pisze na tablicy: $58 \text{ p.} : 2 = ? \text{ pud.}$

N. Jaka jest najmniejsza liczba pudów, którą możecie podzielić na 2 części równe? U. 2 pudy. N. Wystawcie sobie, że z 58 pudów bierzecie tylko 2 pudy i te 2 pudy rozkładacie na 2 części równe do oddzielnych przegród; powiedzcie, po ile pudów przypada na każdą taką część? U. Po jednym pudzie. N. Weźcie drugi raz 2 pudy i, rozłożywszy je także na 2 części równe, umieśćcie te części w tychże przegrodach, co poprzednio, ile jest teraz pudów w każdej przegrodzie? U. 2 pudy. N. Ile razy z 58 pud. można wziąć po 2 pudy? U. 29 razy. N. Dlaczego? U. Bo liczba 2 pudy mieści się w liczbie 58 pud. 29 razy. N. Gdy więc tak wszystkie 58 pudów rozłożymy na 2 części równe, to po ile pudów przypadnie na każdą część? U. Po 29 pudów.

Nauczyciel pisze na tablicy: $58 \text{ pud.} : 2 = 29 \text{ pud.}$

N. Ile więc siana wydawano miesięcznie? U. 29 pud.

Nauczyciel na tym samym przykładzie może jeszcze pokazać inny sposób rozkładania liczby na 2 części równe. N. Ile jest pudów siana? U. 58 pudów. N. Ile ta liczba ma dziesiątków? U. 5 dziesiątków. N. Rozłóżcie 4 dziesiątki na 2 części równe i powiedzcie, po ile dziesiątków przypada na każdą część? U. Po 2 dziesiątki. N. Co pozostało do rozłożenia? U. 1 dziesiątek pudów i 8 pudów, czyli 18 pudów. N. Rozłóżcie także te 18 pudów na 2 części równe. U. Gdy 18 pudów rozłożę na 2 części równe, to w każdej części będzie po 9 pudów. N. Ile więc, po rozłożeniu liczby 58 pud. na 2 części równe, mieć będziemy pudów w każdej części? U. 20 pudów i 9 pudów, razem 29 pudów.

3. 94 grosze rozdano ubogim; każdy ubogi dostał po 2 grosze; ilu ubogich dostało jałmużnę?

4. 94 grosze dano dwu ubogim tak, iż każdy z nich dostał tę samą ilość groszy; ile groszy dostał każdy ubogi?

§ 96. b. DZIELNIK JEST LICZBĄ 3 ALBO 4.

Nauczyciel wypisuje z tabliczki mnożenia 3-i szereg liczb:

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30.

Uczniowie przy stosownej z nauczycielem pogadance wprowadzają na tablicy wzory:

$3 : 3 = 1$, $6 : 3 = 2$, $9 : 3 = 3$, $12 : 3 = 4$, i t. d., $30 : 3 = 10$.

N. Wiecie, że 2 razy 30 jest 60; więc 60 składa się z dwu części, z których w każdej jest 30. Wymierzcie każdą część liczbą 3 i powiedzcie, ile razy 3 mieści się w 60. U. 20 razy. Uczniowie piszą na tablicy wzór: $60 : 3 = 20$.

Nauczyciel pisze na tablicy: $90 : 3 = ?$ Uczniowie rozkładają liczbę 90 na 3 części, każda po 30; mierzą je liczbą 3 i tym sposobem dowiadują się, że $90 : 3 = 30$. Nauczyciel pisze na tablicy: $42 : 3 = ?$

N. Dzielną 42 rozłóżcie na takie 2 części, żeby każda była dzielną w jednym z wypisanych tu wzorów. U. Liczba 42 składa się z dwu takich części: 30 i 12. N. Dowiedzcie się teraz, ile razy 3 mieści się w liczbie 42. U. Ponieważ 3 mieści się w liczbie 30 10 razy, a w liczbie 12 4 razy, więc w liczbie 42 mieści się 14 razy. Uczniowie piszą: $42 : 3 = 14$.

N. Jak rozłożycie liczbę 78, żeby się dowiedzieć, ile razy mieści się w niej liczba 3? U. Na 60 i 18. Po wymierzeniu każdej części liczbą 3, uczniowie się dowiadują, że $78 : 3 = 26$.

Podobnie uczniowie, rozkładając np. liczbę 96 na 2 części: 90 i 6, wprowadzają wzór: $96 : 3 = 32$.

Każdy z wyprowadzonych przez uczniów wzorów należy, jak zwykle, zastosować do odpowiednich zadań.

Nauczyciel wypisuje z tabliczki mnożenia 4-ty szereg liczb:

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40.

Uczniowie, mierząc każdą z tych liczb liczbą 4, wyprowadzą wzory:

$4 : 4 = 1$, $8 : 4 = 2$, $12 : 4 = 3$, $16 : 4 = 4$, i t. d., $40 : 4 = 10$.

Nauczyciel pisze na tablicy wzór: $80 : 4 = ?$ Uczniowie rozkładają liczbę 80 na 2 części: 40 i 40; po wymiarzeniu każdą część liczbą 4, wyprowadzają wzór:

$$80 : 4 = 20.$$

Nauczyciel pisze na tablicy wzór: $52 : 4 = ?$ Uczniowie dzielną 52 rozkładają na 2 części: 40 i 12 i mierząc każdą część liczbą 4, dowiadują się, że $52 : 4 = 13$.

Podobnie uczniowie znajdują ilorazy we wzorach:

$$64 : 4 = ? \quad 72 : 4 = ? \quad 56 : 4 = ? \quad \text{i t. d.}$$

Nauczyciel pisze wzór: $96 : 4 = ?$ Uczniowie rozkładają dzielną na 2 części: 80 i 16 i, wymierzwszy te części liczbą 4, dowiadują się, że $96 : 4 = 24$.

W podobny sposób uczniowie znajdują ilorazy dzielną:

$$84 : 4 = ? \quad 92 : 4 = ? \quad 100 : 4 = ?$$

Zadania.

1. Ile jest sążni w 45 łok., w 48 łok., w 57 łok., w 69 łok., w 75 łok., w 81 łok.?

2. Wypłacić trojakami¹ (moneta 3 groszowa) należności: 39 gr., 51 gr., 54 gr., 63 gr., 66 gr., 78 gr., 84 gr., 99 gr.

3. Ile jest garncy w 52 kw., w 56 kw., w 68 kw., w 76 kw., w 100 kwartach?

4. Ile jest kwart w 44 kwaterkach, w 48 kwat., w 60 kwat., w 64 kwat., w 72 kwat., 84 kwat., 92 kwat., w 96 kwat.?

5. Włożyć tak gruszki do 3-ch koszów, aby w każdym była taż sama ich ilość: 36 gruszek, 39 gr., 48 gr., 75 gr.

6. Schować do 4-ch sakiewek: 12 kop., 52 kop., 92 kop., 16 kop., 56 kop., 96 kop., 28 kop. i t. d. tak, ażeby w każdej sakiewce było po równéj ilości kopiejek.

§ 97. DZIELNIKIEM JEST: 5, 6, 7, 8, 9.

W podobny sposób wynajdują się ilorazy, kiedy dzielnikiem jest jedna z liczb: 5, 6, 7, 8, 9.

Przypuśćmy, że przedmiotem pogadanki jest wyznajdywanie ilorazów, kiedy liczba 7 jest dzielnikiem. N. Napiszcie z tabliczki mnożenia 7-y szereg liczb: Uczniowie piszą: 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70.

Po napisaniu tego szeregu uczniowie mierzą każdą jego liczbę liczbą 7 i wyprowadzają wzory:

$7 : 7 = 1$, $14 : 7 = 2$, $21 : 7 = 3$, i t. d., $70 : 7 = 10$. Następnie nauczyciel z liczb, wchodzących do wypisanego wyżej szeregu, układa sumy następujące:

$70 + 7 = 77$	Uczniowie zapomocą znanego już
$70 + 14 = 84$	sposobu wyprowadzają wzory:
$70 + 21 = 91$	$77 : 7 = 11$, $84 : 7 = 12$
$70 + 28 = 98$	$91 : 7 = 13$, $98 : 7 = 14$
	i pod kierunkiem nauczyciela zastosowują je do odpowiednich zadań.

Jeżeli dzielnikiem jest liczba 5, to dzielnymi mogą być, oprócz liczb, tworzących w tabliczce mnożenia szereg 5-y, następujące sumy liczb tego szeregu.

$50 + 5 = 55$	Uczniowie, rozważając znane im
$50 + 10 = 60$	składniki tych sum, zapomocą powy-
$50 + 15 = 65$	żej używanego rozumowania wynajdą
i t. d.	ilorazy dzieleń, w których dzielnymi są
$50 + 45 = 95$	te sumy. Stąd powstaną wzory:
$50 + 50 = 100$	$55 : 5 = 11$, $60 : 5 = 12$, i t. d., $100 : 5 = 20$.

Jeżeli dzielnikiem jest liczba 6, to, w obszarze liczb, które uczniowie dotąd poznali, dzielnymi mogą być wszystkie liczby tworzące 6-y szereg w tabliczce mnożenia, jak również następujące sumy tych liczb:

$60 + 6 = 66$	Biorąc każdą z tych sum za dzielną, uczniowie wyprowadzą wzory następujące:
$60 + 12 = 72$	
$60 + 18 = 78$	
i t. d.	
$60 + 36 = 96$	
	$66 : 6 = 11, 72 : 6 = 12, 78 : 6 = 13,$
	$84 : 6 = 14, 90 : 6 = 15, 96 : 6 = 16.$

Dla dzielnika 8 dzielnymi mogą być, oprócz liczb znajdujących się w 8-m szeregu tabliczki mnożenia, sumy następujące:

$$80 + 8 = 88, \quad 80 + 16 = 96,$$

które przyjmując za dzielne, uczniowie wyprowadzą dwa wzory następujące: $88 : 8 = 11, \quad 96 : 8 = 12.$

Jeżeli na koniec dzielnikiem jest liczba 9, to prócz liczb 9-go szeregu tabliczki mnożenia może tu być dzielną tylko suma $90 + 9 = 99$, której iloraz przez 9 wyrazi się zapomocą wzoru: $99 : 9 = 11.$

Każdy z tych wzorów na dzielenie należy zastosować do odpowiednio dobranego zadania.

§ 98. DZIELNIK DWUCYFROWY.

Jeżeli dzielnik jest dwucyfrowy, to, w obszarze liczb dotąd przez uczniów poznanych (t. j. od 1 do 100), iloraz wyznajduje się zapomocą przygotowania uprzedniego szeregu liczb, otrzymanych wskutek pomnożenia dzielnika przez kolejne liczby: 1, 2, 3 i t. d. Ograniczymy się oczywiście do iloczynów nie większych od 100.

Nauczyciel pisze na tablicy wzór: $72 : 12 = ?$

N. Co mamy znaleźć? U. Iloraz z podzielenia 72-u przez 12. N. Co tu jest dzielna, a co dzielni-

kiem. U. Dzielną jest 72, a dzielnikiem 12. N. Napiszcie oddzielnie ten dzielnik 12. Dobrze. Obok tej liczby napiszcie liczbę 2 razy większą. Jaka to będzie liczba? U. 24. N. Napiszcie tę liczbę. Jaka jest liczba 3 razy większa od dzielnika. U. 36. N. Napiszcie ją obok poprzedniej. Jaka jest liczba 4 razy większa od dzielnika? I t. d. Takim sposobem uczniowie znajdą i wypiszą obok siebie następujące liczby:

12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96.

N. Czy dzielna 72 jest w tym szeregu liczb? U. Jest. N. Które w niej ona zajmuje miejsce? U. 6-e. N. Ile więc razy 12 mieści się w liczbie 72? U. 6 razy. Nauczyciel we wzorze $72 : 12 = ?$ zamiast ? pisze liczbę 6, skąd powstaje wzór: $72 : 12 = 6$.

N. 72 szklanki ileto tuzinów szklanek?

N. Tuzin spodków kosztuje 72 kopiejki; ile kosztuje jeden spodek?

Nauczyciel pisze na tablicy wzory:

$$15 \times 1 = 15, \quad 15 \times 2 = 30, \quad 15 \times 3 = 45,$$

$$15 \times 4 = 60, \quad 15 \times 5 = 75, \quad 15 \times 6 = 90.$$

Z tych wzorów, przy pomocy znanego rozumowania, uczniowie wyprowadzą wzory:

$$15 : 15 = 1, \quad 30 : 15 = 2, \quad 45 : 15 = 3, \quad 75 : 15 = 5, \quad 90 : 15 = 6.$$

N. Ile jest mendli w 45-u, 90-u, 75-u snopach?

N. Zamienić na złote polskie: 30 kop., 60 kop., 75 kop., 90 kop.

Nauczyciel pisze na tablicy:

$$24 \times 2 = 48, \quad 24 \times 3 = 72, \quad 24 \times 4 = 96.$$

Z tych wzorów uczniowie wyprowadzają wzory:

$$48 : 24 = 2, \quad 72 : 24 = 3, \quad 96 : 24 = 4.$$

N. Ile jest liber w 24-ch, w 48-u, w 72-u, w 96-u arkuszach?

N. 24 cali, 48 c., 72 c., 96 c. ileto łokci?

N. Ile jest dni w 24-ch godzinach, w 48 g., w 72 g., w 96 g.?

Ze wzorów: $25 \times 1 = 25$, $25 \times 2 = 50$, $25 \times 3 = 75$, $25 \times 4 = 100$, uczniowie wyprowadzają wzory: $25 : 25 = 1$, $50 : 25 = 2$, $75 : 25 = 3$, $100 : 25 = 4$.

Ze wzorów: $32 \times 1 = 32$, $32 \times 2 = 64$, $32 \times 3 = 96$ wzory: $32 : 32 = 1$, $64 : 32 = 2$, $96 : 32 = 3$. I. t. d.

Zadanie.

N. 4 osoby: A, B, C i D zrobiły składkę na cel dobroczynny (nauczyciel pisze na tablicy):

osoba A miała 48 r. i dała połowę swoich pieniędzy,

„ B „ 85 „ „ 5-ą część „ „

„ C „ 96 „ „ 3-ą „ „ „

„ D „ 92 „ „ 4-ą „ „ „

Z pieniędzy zebranych dano 12 rubli na osady rolne, a resztę rozdano rodzinom biednych pogorzalców. Ile rodzin otrzymało wsparcie, jeżeli każda dostała po 6 rubli?

N. Co trzeba tu znaleźć? U. Ilość rodzin, które dostały wsparcie. N. Wiecie, że każda rodzina dostała po 6 rubli. A więc 6 rubli jest częścią tej ilości rubli, które rozdano wszystkim rodzinom, i ile razy ta część mieści się w ilości rubli, które otrzymały wszystkie rodziny, tyle rodzin dostaje wsparcie. Żeby więc dowiedzieć się, ile rodzin dostało wsparcie, trzeba podzielić ilość rubli, rozdanych wszystkim rodzinom, przez 6 rubli. Czy możecie odrazu wykonać to dzielenie? U. Nie. N. Dlaczego? U. Bo nie wiemy, ile rubli dostały wszystkie rodziny pogorzalców. N. Nie wiecie więc, jaka jest dzielna. Będziemy ję szukali.

N. Czy wszystkie zebrane pieniądze oddano rodzinom pogorzalców? U. Nie wszystkie. N. Skąd to wiecie? U. Bo powiedziano w zadaniu, że 12 rubli dano na osady rolne. N. Jak więc się dowiedzieć, ile dano pogorzalcom? U. Potrzeba od wszystkich pieniędzy, które te osoby złożyły, odjąć 12 rub. N. Czy wiecie już ile rubli wynosi składka? U. Nie. N. Ale wiecie, ile osób złożyło tą składkę? U. 4 osoby.

N. Jaka jest składka osoby A? U. Składka osoby A jest połową 48 rubli. N. Ile to będzie? U. 24 ruble. N. Zapiszcie to, coście teraz powiedzieli. Uczniowie piszą: $48 \text{ rub.} : 2 = 24 \text{ rub.}$

N. Jaka jest składka osoby B? U. 5-a część liczby 85 rubli, to jest 17 rub. Uczniowie piszą: $85 \text{ rub.} : 5 = 17 \text{ rub.}$

Następnie uczniowie się dowiedzą, że składka osoby C jest $96 \text{ rub.} : 3 = 32 \text{ rub.}$ i że składka osoby D jest $92 \text{ rub.} : 4 = 23 \text{ rub.}$

N. Aby znaleźć całą składkę, co trzeba zrobić z tymi 4-a ilorazami. U. Trzeba je dodać do siebie. N. Te ilorazy więc będą składnikami sumy, oznaczającej całą składkę. Znajdźcie tę sumę. Uczniowie dodają: $24 \text{ rub.} + 17 \text{ rub.} + 32 \text{ rub.} + 23 \text{ rub.} = 96 \text{ rub.}$

N. Wynajdźcie teraz ilość rubli rozdaną pogorzalcom. Uczniowie odejmują: $96 \text{ rub.} - 12 \text{ rub.} = 84 \text{ rub.}$

U. Czy możecie teraz dowiedzieć się, ile rodzin pogorzalców dostało wsparcie? U. Możemy. N. Jakie, jak mówiliście, trzeba w tym celu wykonać działanie? U. Dzielenie. N. Wykonajcie je. Uczniowie piszą: $84 \text{ rub.} : 6 \text{ rub.} = 14.$

N. Ile więc rodzin dostało wsparcie? U. 14 rodzin.

ROZDZIAŁ VI.

LICZBY OD 100 DO 1000. CZTÉRY DZIAŁANIA NA TYCH LICZBACH.

§ 99. LICZBY 200, 300,..., 900 i 1000.



Nauczyciel kreśli ramkę kwadratową pustą. N. Umówiliśmy się, że taka ramka jest wizerunkiem liczby sto. Liczbę tę, jak wiecie, można napisać 2-a sposobami, mianowicie:

1 s., albo 100.



Nauczyciel kręśli obok 2-ą taką ramkę. N. Macie teraz 2 ramki kwadratowe. Możemy je uważać jako wizerunek liczby, złożonej z dwu setek. Liczba ta nazywa się dwieście, i może być wyrażona na piśmie także 2-a sposobami:

2 s., albo 200.

Nauczyciel kręśli pokolei: 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9 ramek kwadratowych i objaśnia, że otrzymywane figury mogą być uważane jako wizerunki liczb, które się nazywają: trzysta, czterysta, pięćset, sześćset, siedemset, osiemset, dziewięćset, i piszą się 2-a sposobami:

3 s. albo 300, i t. d., 9 s. albo 900.

Mając już liczbę 900, nauczyciel obok narysowanych 9-u ramek kwadratowych kręśli 10-ą taką ramkę i mówi:

widzicie na tablicy 10 ramek kwadratowych; możemy je uważać, jako wizerunek liczby złożonej z 10-u setek. Przypomnijcie sobie teraz, cośmy zrobili z 10-u jednościami, gdyśmy je poraz pierwszy rozważali? U. Połączyliśmy te 10 jedności w jedną całość; całość ta nazywa się dziesiątkiem. N. Jak się dziesiątek wyraża na piśmie? U. 2-a sposobami, mianowicie:

Uczniowie piszą na tablicy: 1 dz. i 10.

N. Jak postąpiliśmy z liczbą, mającą 10 dziesiątków? U. Te 10 dziesiątków połączyliśmy w jedną całość, która się nazywa setką. N. Jak się pisze setka? U. 2-a sposobami:

Uczniowie piszą na tablicy: 1 s. i 100.

N. Mamy teraz 10 setek; połączymy je również w jedną całość. Całość ta w nauce rachunków nazywa się tysiącem, i również wyraża się na piśmie 2-a sposobami, mianowicie:

pisze się cyfra 1 i obok litera t, która jest tu skróceniem wyrazu tysiąc; albo

pisze się cyfra 1 na miejscu 4-m.

Nauczyciel pisze na tablicy:

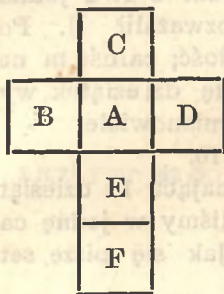
1 t. i 1000.

N. Zera, położone na miejscach: 3-m, 2-m i 1-m, ostrzegają, że liczba, oprócz jednego tysiąca, niema ani setek, ani dziesiątków, ani jedności.

N. Powiedzcie, jakie znaki służyły nam do przedstawienia na rysunku liczb: 1, 10, 100? U. Kropka, ramka podłużna i ramka kwadratowa. N. Otóż i dla przedstawienia liczby 1000 na rysunku, obmyślimy sobie również znak odpowiedni.

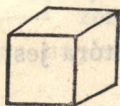
Należy z papieru wyciąć figurę, podzieloną na 6 kwadratów, tak ułożonych, jak wskazuje obok umieszczony rysunek. Wówczas, zginając papier według linii, oddzielających te kwadraty, można z nich utworzyć pudełko; kwadrat

A będzie jego spodem, kwadraty B, C, D i E ścianami bocznymi, a kwadrat F wierzchem.



N. Widzicie pudełko, ograniczone ze spodu, z boków i z wierzchu kwadratami; taka figura nazywa się sześcianiem.

Nauczyciel odchyła kwadrat F i pokazuje uczniom wnętrze sześcianu. N. W tym sześcianie możnaby umieścić 10 ramek kwadratowych, na wzór półek w szafie. Ponieważ każda ramka kwadratowa, zamknięta w sześcianie, oznacza 1 setkę, więc ten sześcian będzie wizerunkiem 10-u setek, czyli liczby tysiąc.



Nauczyciel kręśli na tablicy sześcian. N. Narysowałem sześcian; rysunek ten wyobraża nam liczbę tysiąc.

Zadania.

1. Rubel ma 100 kopiejek; ile jest kopiejek w 5-u, w 7-u, w 10-u rublach?
2. Wyrobnik oszczędza dziennie 10 kopiejek, ile oszczędzi w ciągu 100 dni?
3. Ileby razy potrzeba było narysować po 10 ramek po dłużnych, żeby rysunek przedstawiał liczbę 1000? Liczba 1000 ile ma dziesiątków?
4. Ile potrzeba dać papierków jednorublowych dla zapłacenia należnych komuś 1000 kopiejek?
5. Wypłacić 1000 groszy samymi dziesiątkami (moneta 10-groszowa); ile na to potrzeba mieć dziesiątek?

6. Wiek ma 100 lat; ile jest lat w 3, 7, 9, 10 wiekach?
7. Centnar ma 100 funtów; ile jest centnarów w 200, 400, 600, 800, 1000 funtach?
8. Wersta ma 500 sażeni, ile jest sażeni w 2 werstach?
9. Odległość 2 słupów telegraficznych jest 10 sażeni, ile jest tych słupów na linii telegraficznej, mającej 2 wersty długości?

10. Ile groszy kosztuje 100 kajetów, jeżeli każdy kajet kosztuje 10 groszy?

11. Do składu materyjałów opałowych przywieziono 100 fur węgla kamiennego, po 10 korcy na każdej furze; ile przywieziono korcy węgla?

12. W jednym koszu jest 100 gruszek; ile jest gruszek w 3-ch, 5-u, 7-u, 9-u, 10-u takich koszach?

13. Metr ma 10 decymetrów, a decymetr ma 10 centymetrów; ile jest centymetrów w 3-ch, 4-ch, 6-u, 8-u, 9-u metrach? I t. d.

§ 100. LICZBY, ZŁOŻONE Z SETEK I DZIESIĄTKÓW, POŚREDNIE MIĘDZY 100 i 1000.

Nauczyciel pisze liczby:

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000.

N. Macie na tablicy szereg, złożony z 10-u liczb; pierwsza liczba 100 i ostatnia 1000 stanowią krańce tego szeregu; liczby zaś: 200, 300, i t. d., 900 są pośrednimi między tymi krańcami. W tym szeregu liczba

2-a, t. j. 200, jest większa od 1-jej liczby 100 o 100 jedności,

3-a „ 300 „ „ 2-jej „ 200 „ „ „

i t. d.

10-a „ 1000 „ „ 9-jej „ 900 „ „ „

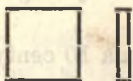
Wogóle: w tym szeregu każda liczba jest większa od poprzedniej o 100 jedności.

Będziemy teraz szukali liczb pośrednich między każdymi dwiema obok siebie wypisanymi liczbami tego szeregu.



Nauczyciel kręśli 2 ramki kwadratowe, 1-ę pustą, 2-ą z 10 ramkami podłużnymi wewnątrz (zob. str. 113).

N. Widzicie wyraźnie w 2-ój ramce kwadrato-
wój 10 ramek podłużnych, czyli 10 dziesiątków; bę-
dziemy je pokolei dodawali do 1-ój ramki kwadrato-
wój czyli do setki.



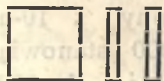
Nauczyciel ścięra 2-ą ramkę kwadrato-
wą, a na jój miejscu kręśli ramkę podłużną.

N. Macie na tablicy ramkę kwadrato-
wą i ramkę podłużną; jestto wizerunek liczby złożonej
z 1-ój setki i 1-go dziesiątka; liczba ta jest więc: sto
i dziesięć, albo: sto dziesięć i może być napisana
3-a sposobami:

1s. + 1dz., albo $100 + 10$, albo 110.

Zwykle używamy ostatniego sposobu.

Nauczyciel w poprzedzającej figurze, obok ramki po-
dłużnej, kręśli z prawej strony 2-ą takąż ramkę. N. Macie



teraz na tablicy wizerunek liczby zło-
żonej z jednej setki i 2 dziesiątków; licz-
ba ta nazywa się sto dwadzieścia

i może być napisana 3-a sposobami:

1s. + 2 dz., albo $100 + 20$, albo, jak zwykle, 120.

Przez stopniowe dodawanie do figury, będącej na tablicy,
po jednej ramce podłużnej będą powstawały wizerunki liczb:

sto trzydzieści, sto czterdzieści, i t. d.,

sto dziewięćdziesiąt,

które na piśmie można przedstawić 3-a sposobami, mia-
nowicie:

1 s. + 3 dz., albo: $100 + 30$, albo, jak zwykle, 130
i t. d.

1 s. + 9 dz. „ $100 + 90$, „ „ „ 190.

Nakoniec, po dodaniu ostatniej ramki podłużnej, utworzy się na tablicy rysunek, złożony z ramki kwadratowej i 10-u ramek podłużnych, które nauczyciel zastąpi przez 2-ą ramkę kwadratową. Te 2 ramki będą wizerunkiem znanej już uczniom liczby 200.

Otrzymawszy już liczbę 200, nauczyciel napisze na tablicy następujący szereg liczb:

100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200.

N. Macie na tablicy szereg liczb, w którym liczbami krańcowymi są liczby 100 i 200. Oile liczba 110 jest większa od 100? U. O 10 jedności. N. Oile liczba 120 jest większa od 110? U. Także o 10 jedności. N. Co powiecie wogóle o liczbach tego szeregu? U. Każda liczba tego szeregu jest większa od poprzedzającej ją o 10 jedności. N. Macie w tym szeregu pośrednich liczb 9; w każdej z nich na 1-m miejscu jest cyfra 0; w każdej na 3-m miejscu jest cyfra 1; ilość zaś dziesiątków, oznaczona przez cyfrę na 2-m miejscu, rośnie w tych liczbach stopniowo od 1 do 9.

Zupełnie w taki sam sposób pomiędzy każde 2 liczby:

200 i 300, 300 i 400, i t. d., 900 i 1000,

uważając je za krańcowe, uczniowie będą wstawiali po 9 liczb pośrednich, powiększających się stopniowo o 10 jedności.

N. Między liczbami krańcowymi 200 i 300 wstawcie liczby pośrednie, powiększające się stopniowo o 10 jedności; jak to zrobicie? U. Rozmienimy 3-ą setkę na dziesiątki i będziemy je dodawali pokolei do dwu pierwszych setek. N. Napiszcie szereg liczb, które w ten sposób powstaną. Uczniowie piszą:

200, 210, 220, 230, 240, 250, 260, 270, 280, 290, 300.

N. Co powiecie o liczbach pośrednich tego szeregu?

U. Wszystkie te liczby mają: na 3-m miejscu cyfrę 2, na 1-m miejscu cyfrę 0, cyfry zaś, będące na miejscu 2-m, zmieniają się stopniowo od 1 do 9.

N. Napiszcie szereg liczb, jaki otrzymacie w ten sam sposób, biorąc liczby 300 i 400 za krańcowe. Uczniowie piszą:

300, 310, 320, 330, 340, 350, 360, 370, 380, 390, 400.

N. Przyjrzyjcie się liczbom tego szeregu i poprzedniego i powiedzcie, którą cyfrą różnią się od siebie odpowiednie liczby w tych dwu szeregach? U. Różnią się tylko cyfrą, położoną na miejscu 3-m, to jest cyfrą, oznaczającą setki.

I t. d.

N. Jakie są największe liczby, o których dotąd mówiliśmy? U. Liczby: 900 i 1000. N. Napiszcie taki sam szereg liczb, jak poprzednio, biorąc te liczby: 900 i 1000, jako krańcowe. Uczniowie piszą:

900, 910, 920, 930, 940, 950, 960, 970, 980, 990, 1000.

Nauczyciel pisze na tablicy szereg liczb, o którym była mowa na początku tego paragrafu, mianowicie:

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000.

N. Ile poznaliście liczb pośrednich między krańcami: 100 i 200? U. 9 liczb. N. Ile między liczbami krańcowymi 200 i 300? U. Także 9 liczb. I t. d. N. Ile między krańcowymi 900 i 1000? U. Także 9 liczb. N. Ile więc mieliśmy wszystkich liczb, nie napisanych teraz na tablicy, pośrednich między krańcami 100 i 1000? U. 9 razy 9, czyli 81 liczb. N. Policzcie teraz liczby napisane na tablicy i powiedzcie, ile ich jest? U. Jest ich 10. N. Ile więc było wszyst-

kich takich liczb od 100 do 1000, o których dotąd mówiliśmy. U. Było wszystkich 91.

§ 101. WSZYSTKIE LICZBY POŚREDNIE MIĘDZY 100 i 1000.

N. Liczby, przez was poznane, nie są to jeszcze wszystkie pośrednie między krańcami 100 i 1000. Wiecie, że z dwu, bezpośrednio po sobie następujących liczb, 2-a musi być większa od 1-ej o 1 jedność. Naprzykład: liczba 8 jest większa od 7 o 1 jedność, liczba 46 jest większa od 45 o 1 jedność i t. d. To pamiętając, będziemy szukali wszystkich liczb pośrednich między krańcami: 100 i 1000.

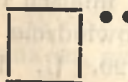


Nauczyciel kręśli na tablicy ramkę kwadratową i obok ramkę podłużną. N. Macie na tablicy wizerunek znanęj już wam liczby 110. Otworzymy ramkę podłużną i zamknięte w nią 10 kropek będziemy pokolei dodawali do ramki kwadratowej.



Nauczyciel ścięra ramkę podłużną, a na jej miejscu pisze kropkę. N. Jest to wizerunek liczby, złożonej z 1 setki i 1 jedności; liczba ta nazywa się sto jeden i może być wyrażona na piśmie 3-a sposobami, mianowicie:

1 s. + 1 , albo $100 + 1$, albo, jak zwykle, 101. Cyfra 1, położona na miejscu 3-m, wskazuje, że w tej liczbie jest 1 setka; cyfra 0 na miejscu 2-m ostrzega, że liczba, oprócz dziesiątków zawartych w setce, nie ma żadnego dziesiątka; na koniec cyfra 1 na miejscu 1-m wyraża, że liczba oprócz setki ma jedną jedność.



Nauczyciel obok poprzedniej kropki pisze 2-ą kropkę. N. Liczba ta nazywa się sto dwa i może być napisana 3-a sposobami, mianowicie:

1s. + 2, albo 100 + 2, albo, jak zwyczajnie 102.

Dodając wciąż po jednej kropce, nauczyciel otrzyma pozostałe pośrednie liczby między 100 i 110.

sto trzy, sto cztery, sto pięć i t. d., sto dziewięć, które wyrazi na piśmie w ten sam sposób 3-a sposobami.

N. Po dodaniu do liczby 109 jeszcze jednej jedności (nauczyciel kręśli 10-ą kropkę i te 10 kropek zamyka w ramce podłużnej), otrzymujemy znaną już wam liczbę 110. Nauczyciel pisze szereg liczb:

100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110.

N. Macie szereg liczb, którego krańcami są liczby 100 i 110. W tym szeregu, jak widzicie, liczb pośrednich jest 9; wszystkie one mają też same cyfry na miejscach 3-m i 2-m, cyfra tylko jedności (na miejscu 1-m) zmienia się stopniowo od 1 do 9. Ponieważ każda z tych liczb jest większa od poprzedniej o 1 jedność, więc jest to szereg liczb bezpośrednio po sobie następujących od 100 do 110.

Następnie uczniowie już sami, pod kierunkiem nauczyciela znajdują wszystkie bezpośrednio po sobie idące liczby, zawarte między krańcami: 110 i 120. W tym celu nakręślą na tablicy ramkę kwadratową i ramkę podłużną, i do nich będą dodawali wciąż po jednej kropce, aż do 10-u. Następnie te 10 kropek zamkną w 2-jej ramce podłużnej. Po dodaniu każdej kropki uczniowie powinni nazwać liczbę, której wizerunek mają przed sobą, i napisać ją 3-a sposobami. Powstanie więc następujący szereg liczb po sobie idących:

110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120.

N. Co powiecie o liczbach pośrednich tego szeregu? U. Wszystkie te liczby mają: na 3-m miejscu cyfrę 1, na 2-m także cyfrę 1, cyfra zaś, położona na miejscu 1-m, zmienia się stopniowo od 1 do 9. N. Powiedzcie 4-ą liczbę pośrednią między krańcami: 110 i 120. U. 114.

Zadania.

1. Napiszcie wszystkie po sobie idące liczby, pośrednie między krańcami: 230 i 240.

/2. To samo między liczbami: 370 i 380, 450 i 460 580 i 590, 710 i 720, i t. d., 990 i 1000.

3. Napiszcie 7-ą pośrednią między krańcami 610 i 620. Jak ją znajdziecie?

4. Narysujcie wizerunki liczb: 132, 247, 326, 519 i t. d.

5. Staś ma 17 dziesiątek (monety 10-cio groszowe) i 8 groszy; ile on ma groszy?

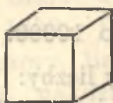
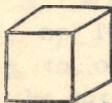
6. Ignas kupuje książkę za 175 groszy; ma przy sobie same dziesiątki i pojedyncze grosze, których jest mniej niż 10. Ile więc on da monet jednych i drugich?

7. Napiszcie liczbę, mającą 27 dz. i 9 jedności.

8. Napiszcie liczbę, mającą 4 i 37 jedności.

9. Franuś za globus zapłacił 2 ruble i 85 kop.; ile to kopiejek?

§ 102. LICZBY OD 1000 DO 10000.



Nauczyciel kręśli 2 sześciiany. N. Macie na tablicy 2 sześciiany; każdy z nich wyobraża liczbę

1000; ten więc rysunek jest wizerunkiem liczby, złożonej z dwu tysięcy; liczba ta nazywa się dwa tysiące.

Wiecie, że liczba jeden tysiąc może być wyrażona na piśmie 2-ma sposobami, mianowicie: 1 t., albo

1000; podobnie i liczbę dwa tysiące można napisać 2-ma sposobami:

pisząc cyfrę 2 i umieszczając obok literę *t*, która tu jest skróceniem wyrazu *tysiąc*, albo

kładąc cyfrę 2 na miejscu 4-m, a na pozostałych 3-ch miejscach zera. Liczbę więc dwa tysiące tak napiszemy (nauczyciel pisze na tablicy):

2t., albo 2000.

Podobnie uczniowie poznają liczby: trzy tysiące, cztery tysiące, pięć tysięcy, i t. d., dziewięć tysięcy i każdą z nich napiszą podobnie 2-ma sposobami.

N. Jeżeli do liczby 9000 dodamy jeszcze 1 tysiąc, otrzymamy liczbę, złożoną z 10-u tysięcy, które łączymy w jedną całość. Nie mamy osobnego wyrazu dla oznaczenia tej całości; nazywamy ją w nauce rachunków dziesiątkiem tysięcy. Liczba dziesiątek tysięcy, czyli dziesięć tysięcy wyraża się na piśmie 2-ma sposobami:

pisze się cyfra 1 i obok litery *dz.t.*, które są skróceniem wyrazów: dziesiątek tysięcy, albo:

pisze się cyfra 1 na 5-m miejscu, a na pozostałych 4-ch miejscach kładą się zera. Liczbę więc dziesięć tysięcy, czyli 1 dziesiątek tysięcy tak napiszemy:

1 dz.t., albo 10000.

Nauczyciel pisze na tablicy liczby:

1000, 2000, 3000, 4000, i t. d., 9000, 10000.

N. Poznaliście nowy szereg liczb, którego krańcami są liczby: 1000 i 10000. Jeżeli do 1-ej liczby tego szeregu, to jest do 1000, będziemy dodawali 9 razy wciąż po 1 setce, to otrzymamy stopniowo 9 liczb pośrednich pomiędzy liczbami 1000 i 2000; one się nazywają:

tysiąc sto, tysiąc dwieście, tysiąc trzysta,
i t. d., tysiąc dziewięćset,

i mogą być napisane 3-ma sposobami:

1t. + 1s., albo 1000 + 100 krócej 1100.

1t. + 2s. „ 1000 + 200 „ 1200,

i t. d.

1t. + 9s. „ 1000 + 900 „ 1900.

Wszystkie te liczby mają 2 zera na końcu (na 1-m i 2-m miejscu); cyfra, oznaczająca ilość setek, zmienia się stopniowo od 1 do 9, cyfra zaś oznaczająca tysiące jest we wszystkich liczbach 1.

Podobnie, biorąc liczby 2000 i 3000 za krańce, otrzymamy następujący szereg liczb pośrednich:

2100, 2200, 2300, 2400, 2500, 2600, 2700, 2800, 2900,

I t. d. Nakoniec pomiędzy liczbami 9000 i 10000 otrzymamy w taki sam sposób następujące liczby pośrednie:

9100, 9200, 9300, 9400, 9500, 9600, 9700, 9800, 9900.

N. Wszystkie liczby, któreśmy teraz wypisali, pośrednie między liczbami: 1000 i 10000, mają zera na miejscach: 1-m i 2 m; te liczby nie mają ani dziesiątków, ani jedności — składają się tylko z setek. Liczba np. 2300 ma 23 setki, liczba 4800 ma 48 setek i t. d.

N. Weźmy takie dwie po sobie następujące liczby, np. 1300 i 1400. Jeżeli do liczby 1300 dodamy setkę, to otrzymamy liczbę 1400. Ale jeżelibyśmy tę setkę rozmięnił na dziesiątki i te dziesiątki pokolei dodawali do 1300, to otrzymalibyśmy stopniowo 9 liczb pośrednich między liczbami 1300 i 1400. Wszystkie te liczby pośrednie będą miały po 1 tysiącu i po 3 setki, lecz ilość ich dziesiątków będzie stopniowo rosła od 1 dz. do 9 dz.; będą to więc liczby następujące:

1310, 1320, 1330, 1340, 1350, 1360, 1370, 1380, 1390.

W podobny sposób uczniowie znajdą szeregi liczb, różniących się o 1 dziesiątek, pośrednich między liczbami:

5100 i 5200, 8700 i 8800, 9500 i 9600 i t. d.

Nauczyciel pisze na tablicy 2 którekolwiek znane już uczniom liczby, różniące się od siebie o 1 dziesiątek; np. 1370 i 1380. N. Przeczytajcie te liczby. U. Tysiąc trzysta siedemdziesiąt i tysiąc trzysta osiemdziesiąt. N. Z ilu i jakich części składa się pierwsza liczba? U. Z 3-ch części: 1-go tysiąca, 3-ch setek i 7-u dziesiątków. N. Z ilu i jakich części składa się druga liczba? U. Także z 3-ch części: 1 tysiąca, 3-ch setek i 8-u dziesiątków. N. Co trzeba dodać do 1-jej liczby, żeby otrzymać 2-ą? U. 1 dziesiątek. N. Rozmienimy ten dziesiątek na jedności i będziemy je dodawali pokolei do 1-jej liczby. Po dodaniu 1 otrzymamy liczbę, złożoną z 4-ch części: 1t., 3s., 7dz. i 1-ści; nazwa jej składa się z wyrazów, oznaczających każdą część. Więc jak nazwiecie tę liczbę? U. Tysiąc trzysta siedemdziesiąt jeden. N. Można ją napisać 3-ma sposobami:

1t. + 3s. + 7dz. + 1, albo $1000 + 300 + 70 + 1$, albo krócej 1371.

Po dodaniu 1 do liczby 1371 utworzy się liczba tysiąc trzysta siedemdziesiąt dwa, którą także można napisać 3-ma sposobami:

1t. + 3s. + 7dz. + 3, albo $1000 + 300 + 70 + 2$, albo krócej 1372.

Tym sposobem, przez doliczanie coraz nowych jedności, utworzy się szereg liczb pośrednich między krańcami 1370 i 1380, mianowicie:

1371, 1372, 1373, 1374, 1375, 1376, 1377, 1378, 1379.

Wszystkie te liczby mają jednakowe cyfry na miejscach: 4-m, 3-m i 2-m, cyfra zaś, położona na miejscu 1-m, zmienia się stopniowo od 1 do 9. Ponieważ każda liczba tego szeregu jest większa od poprzedniej

o 1 jedność, więc jest to szereg liczb bezpośrednio po sobie następujących.

N. Znajdźcie teraz sami wszystkie po sobie następujące liczby, pośrednie między krańcami 3850 i 3860. Jak je znajdziecie? U. Do liczby 3850, mniej-szej z tych liczb krańcowych, będziemy doliczali 9 razy po jedność. N. Napiszcie szereg tych liczb. Uczniowie piszą:

3851, 3852, 3853, 3854, 3855, 3856, 3857, 3858, 3859.

§ 103. LICZBY JEDNO-, DWU-, TRZY- I CZTEROCYFROWE.

Nauczyciel pisze na tablicy liczby:

1, 10, 100, 1000, 10000.

N. Nazwijcie wszystkie po sobie idące liczby, pośrednie między liczbami: 1 i 10, i napiszcie je. Uczniowie nazywają i piszą:

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

N. Jeżeli do nich dołączymy [liczbę 1, to otrzymamy wszystkie liczby, wyrażające się [zapomocą jednej cyfry; z tego powodu nazywają się one liczbami jednocyfrowymi.

Liczba 10 wyraża się zapomocą 2 cyfr i jest najmniejszą liczbą dwucyfrową; największą dwucy-frową liczbą jest 99, bezpośrednio poprzedzająca liczbę 100; więc: liczba 10 i wszystkie kolejno po nią idące liczby, pośrednie między 10 i 100, są dwucyfrowe.

Liczba 100 jest najmniejszą trzycyfrową; największą jest liczba 999, bezpośrednio poprzedzająca liczbę 1000; więc: 100 i wszystkie kolejno po nią idące liczby, pośrednie między krańcami 100 i 1000, są trzycyfrowe.

Podobnie: liczba 1000 i wszystkie kolejno po niej idące liczby, pośrednie między krańcami: 1000 i 10000, są czterocyfrowe. Największą z nich jest liczba 9999.

Liczby więc, z którymi mieliśmy do czynienia, dają się podzielić na:

- liczby jednocyfrowe od 1 do 9,
- liczby dwu cyfrowe od 10 do 99,
- liczby trzy cyfrowe od 100 do 999,
- i liczby czterocyfrowe od 1000 do 9999.

Zadania.

1. Znajdźcie szereg bezpośrednio po sobie idących liczb, pośrednich między krańcami: a) 1000 i 1010; b) 9990 i 10000.

2. Znajdźcie: a) 7-ą pośrednią między krańcami: 3270 i 3280; b) 4-ą pośrednią między krańcami: 4710 i 4720; c) 8-ą pośrednią między krańcami 5630 i 5640, i t. d.

3. Jakich liczb wizerunkiem są figury złożone: a) z 17-u ramek kwadratowych i 29-u kropek; b) z 36-u ramek kw. i 73 krop.; c) z 65 ram. kw. i 87 krop., i t. d.?

4. Napiszcie liczby, które mają: a) 43 s.; b) 65 s.; c) 89 s., i t. d.

6. Napiszcie liczby, które mają: a) 43 s. i 27 jedności; b) 65 s. i 37 jedności; c) 89 s. i 75 jedności, i t. d.

6) Powiedzcie, ile mam wszystkich kopiejek, jeżeli mam: a) 32 rub. i 17 kop.; b) 43 rub. i 75 kop.; c) 68 rub. i 85 kop., i t. d.

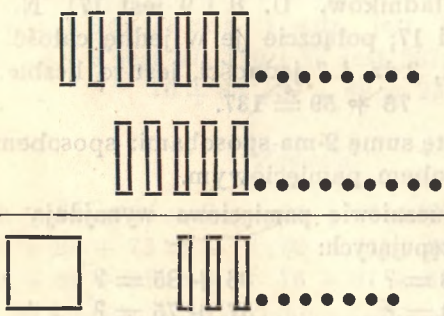
7. Powiedzcie, ile mamy wszystkich funtów, jeżeli mamy: a) 9 centnarów i 25 fun.; b) 82 cen. i 29 fun.; c) 96 cent. i 75 fun., i t. d.

8. Ile jest wszystkich lat a) w 7 wiekach i 15 latach; b) w 13 w. i 25 l.; c) w 24 w. i 72 l., i t. d.

9. Kupiono 75 koni i płacono za każdego po 100 rubli; ile kosztują wszystkie konie?

10. Wiemy, że Adaś ma więcej niż 1250, ale mniej niż 1260 orzechów; czy wiemy już dokładnie, ile Adaś ma orzechów i ile on ich mieć może?

§ 104. DODAWANIE LICZB DWUCYFROWYCH.



Nauczyciel kręśli w jednym rzędzie 7 ramek podłużnych i 8 kropek, w 2-m rzędzie 5 ramek podłużnych i 9 kropek i te rzędy podkręśla.

N. Mamy na tablicy wizerunek dwu liczb: 78 i 59; znajdziemy wizerunek ich sumy. Jeden składnik ma 7 dz., a 2-i 5 dz.; po dodaniu ich otrzymujemy 12 dz. czyli 1 s. i 2 dz. (nauczyciel ścięra wszystkie ramki podłużne i natomiast umieszcza pod kręską 1 ramkę kwadratową i 2 ramki podłużne); jeden składnik ma 8 jedności, a 2-i 9 jedności; po dodaniu ich otrzymujemy 17 jedności czyli 1 dz. i 7 jedności (nauczyciel ścięra kropki nad kręską i po prawej stronie ramek, narysowanych pod kręską, kręśli 1 ramkę podłużną i 7 kropek). Otrzymaliśmy wizerunek liczby 137, która jest sumą danych składników. Więc (nauczyciel pisze):

$$78 + 59 = 137.$$

N. Dla wykonania tego dodawania narysowaliśmy naprzód składniki; następnie znaleźliśmy wizerunek

ich sumy i наконец wyraziliśmy ten wizerunek zapomocą cyfr.

Znajdziemy teraz tę sumę bez pomocy rysunku. Nauczyciel pisze:

$$78 + 59 = ?$$

N. Ile dziesiątków ma każdy składnik? U. Pierwszy składnik ma 7 dz., 2-i 5 dz. N. Dodajcie je do siebie. U. 7 dz. i 5 dz. jest 12 dz., czyli 120. N. Dodajcie do siebie jedności składników. U. 8 i 9 jest 17. N. Macie 2 liczby: 120 i 17; połączcie je w jedną całość. U. Całość ta ma: 1 s., 3 dz. i 7 jedności, jest to liczba 137. N. Więc: $78 + 59 = 137$.

Znaleźliśmy tę sumę 2-ma sposobami: sposobem rysunkowym i sposobem pamięciowym.

Dla wprawy uczniowie pamięciowo wynajdują sumy w przykładach następujących:

$$76 + 48 = ?$$

$$86 + 85 = ?$$

$$49 + 58 = ?$$

$$57 + 75 = ?$$

$$63 + 29 = ?$$

$$89 + 94 = ? \quad \text{i t. d.}$$

N. We wszystkich tych przykładach dodawania składniki były zawsze dwucyfrowe. Sposób, jakiego używaliście, aby wynaleść sumy, był zawsze jednaki. Opiszcie ten sposób. U. Naprzód dodawaliśmy dziesiątki składników; następnie dodawaliśmy ich jedności, a наконец te dwie sumy łącziliśmy w jedną całość.

N. Opisanie sposobu, używanego przy wykonaniu działania na liczbach, nazywa się w nauce rachunków prawidłem tego działania. Jakie więc jest prawidło dodawania liczb dwucyfrowych? U. Należy naprzód dodać dziesiątki składników, następnie ich jedności i te dwie sumy połączyć w jedną całość.

N. Prawidło to można rozciągnąć i na większą liczbę składników.

Nauczyciel pisze na tablicy:

$$63 + 84 + 96 = ?$$

Uczniowie pamięciowo dodają według wypowiedzianego prawidła. U. 6 dz. i 8 dz. i 9 dz. jest 23 dz.; czyli 230, 3 i 4 i 6 jest 13; 230 + 13 jest 243. Więc:

$$63 + 84 + 96 = 243.$$

Nauczyciel pisze na tablicy: $76 + 85 + 27 + 49 = ?$

U. 7 dz. i 8 dz. i 2 dz. i 4 dz. jest 21 dz., czyli 210; 6 i 5 i 7 i 9 jest 27; 210 i 27 jest 237; więc:

$$76 + 85 + 27 + 49 = 237.$$

Zadania.

$$49 + 54 + 86 = ?$$

$$62 + 93 + 87 + 25 = ?$$

$$57 + 83 + 73 = ?$$

$$63 + 71 + 29 + 45 = ?$$

$$76 + 89 + 92 = ?$$

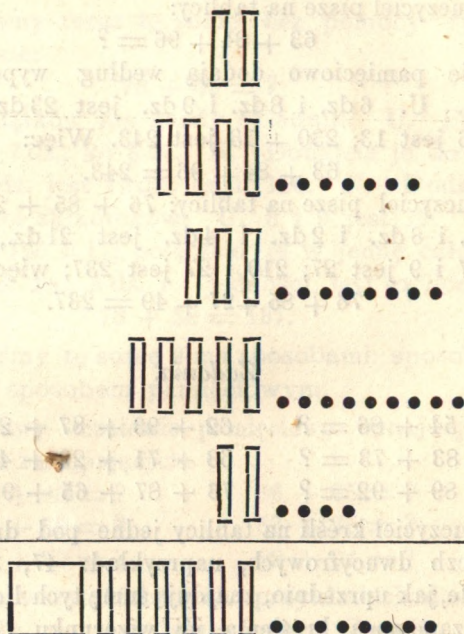
$$76 + 87 + 65 + 98 = ? \text{ i t. d.}$$

Nauczyciel kręśli na tablicy jedne pod drugimi wizerunki liczb dwucyfrowych, na przykład: 47, 38, 59 i 24. Uczniowie, jak uprzednio, znajdują sumę tych liczb 2-ma sposobami: zapomocą kręślenia jęj wizerunku i pamięciowo. Jedną i drugą drogą uczniowie dochodzą do wzoru:

$$47 + 38 + 59 + 24 = 168.$$

Nauczyciel powtórnie kręśli na tablicy jedne pod drugimi wizerunki tych samych liczb. N. Aby znaleźć sumę tych liczb, poczynaliśmy od dodawania dziesiątków. Zaczniemy teraz od dodawania jedności: 7 i 8 i 9 i 4 jest 28 jedności, czyli 2 dz. i 8 jedn; nauczyciel ścięra wszystkie kropki nad kręską, a natomiast kręśli: 8 kropek pod kręską i 2 ramki podłużne nad ramkami podłużnymi. N. Dodamy teraz dziesiątki: 2 dz. (otrzymane z dodania jedności) i 4 dz. i 3 dz. i 5 dz. i 2 dz. to razem 16 dz., czyli 1 s. i 6 dz.; nauczyciel ścięra wszyst-

kie ramki podłużne nad króską, a pod króską przed kropkami króśli 6 ramek podłużnych i 1 ramkę kwadratową:



2 N. Znajdziemy jeszcze raz sumę tych sa-
 47 mych liczb, poczynając od dodawania jedności,
 38 ale bez pomocy rysunku. Nauczyciel pisze skła-
 59 dniki jedno pod drugimi tak, żeby jedności były
 24 pod jednościami, a więc skutek tego i dziesiątki
 168 pod dziesiątkami; te składniki podkreśla! i dodaje
 naprzód ich jedności. N. Mamy 28 jedności, czyli 2 dz.
 i 8 jedności; nauczyciel pisze cyfrę 8 pod króską na 1-m
 miejscu, a cyfrę 2 nad dziesiątkami składników. N.
 2 dz. (otrzymane z dodania jedności) i 4 dz. i 3 d. i 5 dz.
 i 2 dz. to razem jest 16 dz., czyli 1 s. i 6 dz.; nauczyciel

pisze pod króską: cyfrę 6 na miejscu 2-m, cyfrę zaś 1 na 3-m.

W taki sam sposób (poczynając od dodawania jedności) uczniowie zrobią przykłady następujące:

$$\begin{array}{r} 81 \\ 93 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 76 \\ 84 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 98 \\ 75 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 42 \\ 51 \\ 30 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 85 \\ 71 \\ 94 \\ \hline \end{array}$$

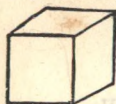
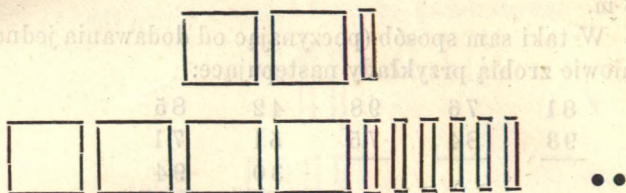
$$\begin{array}{r} 62 \\ 41 \\ 50 \\ 83 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 73 \\ 62 \\ 91 \\ 54 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 29 \\ 68 \\ 71 \\ 52 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 65 \\ 18 \\ 29 \\ 36 \\ \hline \end{array} \quad \text{i t d.}$$

N. Umiecie już znaleźć sumę składników dwucyfrowych, 2-ma sposobami; mianowicie zaczynając działanie albo od dodawania dziesiątków, albo od dodawania jedności. Pierwszego sposobu używamy, gdy dodajemy pamięciowo, a drugiego, gdy wykonywamy dodawanie na piśmie.

§ 105. DODAWANIE LICZB TRZY- I CZTEROCYFROWYCH.

Nauczyciel króśli, jedne pod drugimi wizerunki 4-ch liczb: 462, 286, 323 i 175 i podkróśla je. N. Mamy na tablicy wizerunki 4-ch liczb; znajdziemy wizerunek ich sumy, zaczynając działanie od dodawania jedności.

N. 2 i 6 i 3 i 5 jedności jest 16 jedności czyli 1 dz. i 6 jedności; nauczyciel ścióra wszystkie kropki, znajdujące się nad króską, i zamiast nich króśli 6 kropek pod króską i 1 ramkę podłużną nad ramkami podłużnymi składników. N. 1 dz. (otrzymany z dodania jedności) i 6 dz. i 8 dz. i 2 dz. i 7 dz. jest 24 dz., czyli 1 s. i 4 dz.; nauczyciel ścióra wszystkie ramki podłużne nad



króską, a pod króską rysuje 4 ramki podłużne z lewej strony kropek, a 2 ramki kwadratowe nad ramkami kwadratowymi składników. N. 2s. (otrzymane z dodania dziesiątków) i 4s. i 2s. i 3s. i 1s. jest 12s., czyli 1t. i 2s.; nauczyciel ścięra wszystkie ramki kwadratowe nad króską, a pod nią rysuje 2 ramki kwadratowe i 1 sześcian. N. Macie pod króską: 1 sześcian, 2 ramki kwadratowe, 4 ramki podłużne i 6 kropek; jest to wizerunek liczby 1246, która jest sumą 4-ch liczb danych; więc:

$$462 + 286 + 323 + 175 = 1246.$$

N. Znajdziemy teraz tę samą sumę bez pomocy rysunku.

1 2 Nauczyciel pisze składniki jedne pod dru-
462 gimi tak, żeby jedności ich były pod jedno-
286 ściami, a wskutek tego dziesiątki pod dziesiąt-
323 kami i setki pod setkami, i te składniki pod-
175 kręśla. N. Od czego zaczniecie dodawanie?

1246 U. Od dodawania jedności. Uczniowie do-
dają jedności i otrzymują 16 jedności, czyli 1 dz. i 6 je-
dności; cyfrę 6 jedności piszą pod kręską na miejscu 1-m,
a cyfrę 1, oznaczającą dziesiątek, piszą nad dziesiątkami
składników. Z dodania dziesiątków wypadnie w sumie
24 dz., czyli 2 s. i 4 dz.; cyfrę 4 uczniowie piszą pod kręską
na miejscu 2-m, a cyfrę 2 nad setkami składników. Z do-
dania setek uczniowie otrzymują 12 setek, czyli 1 t. i 2 s.
i piszą cyfrę 2 na 3-m miejscu, a cyfrę 1 na 4-m.

W taki sam sposób (poczynając od dodawania je-
dności) uczniowie robią zadania następujące:

423	352	283	187	465	i t. d.
156	129	374	296	879	
456	968	589	500	709	
261	254	720	960	408	
853	368	309	508	897	
572	683	495	869	372	
469	198	783	872	583	
853	369	527	943	264	
953	567	451	658	354	
		987	537	249	
				973	

Można także pamięciowo wykonywać dodawanie liczb
trzycyfrowych; wówczas należy rozpoczynać działanie od do-
dawania setek.

Nauczyciel ograniczy się pamięciowym wynajdywaniem sumy tylko dwu składników trzycyfrowych, gdyż wrazie większej ich ilości zbytecznie się wysila pamięć uczniów. — Np.

$245 + 324 = ?$ Uczniowie szukają naprzód sumy setek ($2s. + 3s. = 5s.$); później dodają dziesiątki ($4dz. + 2dz. = 6dz.$) i tę sumę dziesiątków doliczają do sumy setek ($5s. + 6dz. = 560$); nakoniec dodają jedności ($5 + 4 = 9$) i tę sumę jedności doliczają do liczby 560 ($560 + 9 = 569$). Więc: $245 + 324 = 569$.

$378 + 869 = ?$ Uczniowie pamięciowo pokolei dodają: $3s. + 8s. = 11s.$, czyli 1100; $7dz. + 6dz. = 13dz.$; czyli 130; $1100 + 130 = 1230$; $8 + 9 = 17$; $1230 + 17 = 1247$. Więc: $378 + 869 = 1247$.

Takim sposobem uczniowie pamięciowo wykonywają następujące dodawania dwu składników:

$213 + 172 = ?$	$453 + 192 = ?$	$546 + 798 = ?$
$324 + 264 = ?$	$571 + 295 = ?$	$597 + 464 = ?$
$463 + 325 = ?$	$842 + 731 = ?$	$869 + 775 = ?$
$543 + 129 = ?$	$986 + 578 = ?$	$896 + 987 = ?$
$247 + 318 = ?$	$873 + 258 = ?$	$948 + 986 = ?$ i t. d.

N. Dodając na piśmie liczby dwu- i trzycyfrowe, pisaliśmy składniki tak, żeby cyfry, zajmujące jednakowe miejsca, były jedno pod drugimi i rozpoczęliśmy działanie od dodawania jedności. W taki sam sposób można znaleźć i sumę, gdy składniki są liczbami czterocyfrowymi. Np.

$$3247 + 2986 + 1753 = ?$$

Uczniowie podpisują składniki i dodają:

111	$7 + 6 + 3 = 16$, czyli 1 dz. + 6; cyfrę, ozna-
3247	czającą jedności, t. j. 6, piszę na 1-m miejs-
2986	cu pod króską, a cyfrę oznaczającą dzie-
1753	siętek, t. j. 1, nad dziesiątkami składników;
7986	$1dz. + 4dz. + 8dz. + 5dz. = 18dz.$, czyli 1 s. +

+ 8 dz.; cyfrę, oznaczającą dziesiątki, t. j. 8, piszę na 2-m miejscu pod króską, a cyfrę, oznaczającą setkę, t. j. 1, nad setkami składników;

1 s. + 2 s. + 9 s. + 7 s. = 19 s., czyli 1 t. + 9 s.; cyfrę 9, jako oznaczającą setki, piszę na 3-m miejscu pod króską, a cyfrę 1, jako oznaczającą tysiące, nad tysiącami składników;

1 t. + 3 t. + 2 t. + 1 t. = 7 t.; cyfrę 7, jako oznaczającą tysiące, piszę na 4-m miejscu pod króską.

Podobnym sposobem uczniowie robią inne przykłady na dodawanie liczb czterocyfrowych; nauczyciel powinien tylko zważać na to, żeby suma nie przewyższała liczby 10000, gdyż ta liczba jest końcem liczb dotąd przez uczniów poznanych. — Np.

1387	2125	1725	1025	
1243	1763	1084	1507	
<u>2845</u>	1586	1763	2004	
	<u>2518</u>	1949	1400	i t. d.
		<u>2178</u>	1270	
			<u>1020</u>	

§ 106. JESZCZE O DODAWANIU,

Często składniki mają niejednakową liczbę cyfr; dodawanie i w tym razie nie przedstawi dla uczniów trudności, jeżeli będą zważać na to, żeby, należycie podpisawszy pod

123 sobą składniki, dodawali do siebie cyfry, zajmujące też same miejsca w składnikach. Np.

29 378 + 29 + 4543 + 9 + 165 = ?

4543 Uczniowie podpisują składniki jedno pod drugim tak, aby jedności znalazły się pod jednościami, i dodają, poczynając od jedności:

165

5124 8 + 9 + 3 + 9 + 5 = 34, czyli 3 dz. + 4; następnie dodają dziesiątki: 3 dz. + 7 dz. + 2 dz. + 4 dz. + 6 dz.

= 22 dz., czyli 2 s. + 2 dz., i t. d. Podobnie wykonają zadania następujące:

7	2148	36	419
49	876	248	7
378	93	46	85
<u>2895</u>	<u>5</u>	<u>5725</u>	9
			<u>4718</u> i t. d.

Jeżeli liczba składników jest znaczna, to możemy ułatwiać wykonywanie dodawania, zastępując to jedno dodawanie przez kilka dodawań częściowych, t. j. oddzielnie dodajemy do siebie pewnych kilka składników, oddzielnie kilka z pozostałych i t. d., a następnie wszystkie tak otrzymane sumy częściowe łączymy w jedną całość, czyli otrzymujemy sumę ogólną. Na to damy tu jedno tylko zadanie, do którego podobne inne zadania łatwo można układać.

Zadanie.

	Pszenica	Żyto	Jęczmień	Owies
Styczeń	127 r.	243 r.	97 r.	114 r.
Luty	223 r.	317 r.	143 r.	157 r.
Marzec	248 r.	328 r.	156 r.	183 r.
Kwiecień	189 r.	289 r.	168 r.	212 r.
Maj	226 r.	342 r.	213 r.	315 r.
	1013 r.	1519 r.	777 r.	981 r.

Liczby rubli, znajdujące się w tabliczce obok umieszczonej, oznaczają pieniądze, zapłacone przez kupca za pszenicę, żyto, jęczmień i owies, kupowane w miesiącach: styczniu, lutym, marcu, kwietniu i maju. Trzeba się dowiedzieć, ile rubli ów kupiec zapłacił za te 4 gatunki zboża w ciągu tych 5-u miesięcy?

Nauczyciel, wytłumaczywszy należycie uczniom to zadanie i objaśniwszy tabliczkę, mówi: liczba szukana jest sumą 20-u składników; ażeby ją znaleźć, dowiemy się naprzód, ile kupiec zapłacił oddzielnie za pszenicę, oddzielnie za żyto, oddzielnie za jęczmień i oddzielnie za owies. Powiedzcie, z ilu części składa się ilość pieniędzy, którą kupiec zapłacił za wszystkie pszenicę? U. Z 5-u części. N. Znajdźcie więc, ile kupiec zapłacił za wszystkie pszenicę. Uczniowie dodają do siebie liczby, umieszczone w pierwszej kolumnie tabliczki, i otrzymują sumę 1013 r.

Podobnie, dodając liczby 2-ej, 3-iej i 4-iej kolumny, uczniowie znajdują częściowe sumy: 1519 r. 777 r. i 981 r., które wskazują, ile kupiec zapłacił za żyto, za jęczmień i za owies.

N. Cztery liczby, któreście otrzymali, są częściami całej sumy zapłaconej przez kupca za wszystko zboże. Znajdźcie więc, ile kupiec zapłacił za wszystko zboże. Uczniowie dodają:

2 1 2

1013 r.

1519 r.

777 r.

981 r.

4290 r.

N. Ile kupiec zapłacił za wszystko zboże. U. 4290 rubli.

Następnie uczniowie powinni to zadanie wykonać inaczej, dowiadując się oddzielnie, ile kupiec zapłacił za

zboże w styczniu, ile w lutym, ile w marcu, ile w kwietniu i ile w maju, i dodając następnie do siebie pięć tak otrzymanych sum częściowych.

§ 107. ODEJMOWANIE. ODJEMNA I ODJEMNIK SĄ ZŁOŻONE Z SAMYCH SETEK LUB TYSIĘCY.

Należy tu przypomnieć uczniom wzory odejmowania liczb jednocyfrowych (zob. str. 132) i każdy z tych wzorów zastosować do odejmowania setek i tysięcy. Następujący przykład niech będzie dla nauczyciela wskazówką postępowania w tym razie.

Nauczyciel kręśli naprzykład wizerunek liczby 8, rozłożonej na dwie części: 5 i 3. N. Ta figura, jak wiecie, przedstawia dwa odejmowania mianowicie:

$$8 - 3 = 5, \quad 8 - 5 = 3.$$

Wiecie także, że jeżeli zamiast kropek narysujemy ramki podłużne, to otrzymamy figurę, która przedstawi dwa następujące odejmowania:

$$8 \text{ dz.} - 3 \text{ dz.} = 5 \text{ dz.}, \quad 8 \text{ dz.} - 5 \text{ dz.} = 3 \text{ dz.},$$

$$\text{czyli: } 80 - 30 = 50, \quad 80 - 50 = 30.$$

Otóż, gdybyśmy te kropki zastąpili naprzód przez ramki kwadratowe, a następnie przez sześciiany, to otrzymalibyśmy dwie figury, z których każda przedstawiała by dwa odejmowania, mianowicie:

$$\text{pierwsza: } 8 \text{ s.} - 3 \text{ s.} = 5 \text{ s.}, \quad 8 \text{ s.} - 5 \text{ s.} = 3 \text{ s.},$$

$$\text{czyli: } 800 - 300 = 500, \quad 800 - 500 = 300;$$

$$\text{druga } 8 \text{ t.} - 3 \text{ t.} = 5 \text{ t.}, \quad 8 \text{ t.} - 5 \text{ t.} = 3 \text{ t.},$$

$$\text{czyli: } 8000 - 3000 = 5000, \quad 8000 - 5000 = 3000.$$

Zadania.

900 — 300 = ?, 800 — 200 = ?, 700 — 400 = ?, i t. d.
4000 — 1000 = ?, 5000 — 2000 = ?, 8000 — 6000 = ?, i t. d.

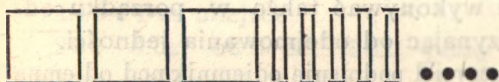
§ 108. ODEJMOWANIE LICZB TRZY- I CZTEROCYFROWYCH.

KAŻDA CYFRA W ODJEMNIKU NIE JEST WIĘKSZA OD ODPOWIEDNIEJ CYFRY W ODJEMNEJ.

Nauczyciel pisze na tablicy wzór: $589 - 354 = ?$



i kręśli obok wizerunek odjemnej. N. Mamy na tablicy wizerunek liczby 589, która jest odjemną; rozłożymy ją na takie dwie części, żeby jedną z nich była liczbą 354. Ponieważ w odjemnej, t. j. w li-



czbie 589, jest 5s., a w jednej jej części jest 3s., więc w 2-jej części jest 5s. — 3s., czyli



2s. (nauczyciel ścięra wszystkie 5 ramek kwadratowych w odjemnej, a natomiast rysuje kręskę poziomą i umieszcza nad nią 3 ramki kwadratowe, a pod nią 2 także ramki). W odjemnej pozostało dziesiątków 8; w jednej części tej odjemnej ma być 5 dz., więc w 2-jej części będzie 8 dz. — 5 dz., czyli 3 dz. (nauczyciel ścięra wszystkie ramki podłużne w odjemnej i zamiast nich rysuje 5 takich ramek nad kręską, a 3 pod kręską). W odjemnej pozostało już tylko 9 jedności; 4 jedności wejda do jednej części od-

jemnej, więc w 2-jej części będzie $9 - 4$, czyli 5 jedności (nauczyciel ścięra 9 kropek w odjemnej, i zamiast nich umieszcza 4 kropki nad kręską, a 5 pod kręską).

N. Rozłożyliśmy odjemną 589 na dwie części: 354 i 235, jeżeli więc od téj liczby 589 odejmiemy część 354, to pozostanie 2-a część, t. j. liczba 235. A więc:

$$589 - 354 = 235.$$

Nauczyciel ścięra z tablicy nakręsloną figurę i powtórnie pisze wzór: $589 - 354 = ?$ Uczniowie powtarzają odejmowanie bez pomocy rysunku. U. 5 s. — 3 s. = 2 s., 8 dz. — 5 dz. = 3 dz., $9 - 4 = 5$, a więc reszta jest: 2 s. i 3 dz. i 5, czyli 235.

N. W tym przykładzie dla znalezienia reszty wykonywaliśmy odejmowanie 3 razy: naprzód odjęliśmy setki odjemnika od setek odjemnej, następnie dziesiątki odjemnika od dziesiątków odjemnej, a nakoniec jedności odjemnej od jedności odjemnika. Można to samo działanie wykonywać także w porządku odwrotnym, t. j. zaczynając od odejmowania jedności.

589 Nauczyciel podpisuje odjemnik pod odjemną
— 354 tak, żeby cyfry odpowiednie były jedne pod dru-
235 gimi, kładzie przed odjemnikiem znak odejmowa-
nia i te liczby podkręśla. Uczniowie odejmują: 4 jedności odejmuję od 9 jedności, pozostaje 5 jedności. N. To samo można krócej tak powiedzieć: 4 od 9-u 5. Uczniowie piszą cyfrę 5 pod kręską na 1-m miejscu. U. 5 dz. od 8 dz. 3 dz.; cyfrę 3 piszę pod kręską na 2-m miejscu; 3 s. od 5 s. 2 s.; cyfrę 2 piszę pod kręską na 3-m miejscu.

N. Wykonywając odejmowanie pierwszym sposobem, t. j. pamięciowo, zaczynaliśmy od odejmowania setek, wykonywając zaś odejmowanie drugim sposobem, t. j. na piśmie, zaczynaliśmy od jedności.

Zadania.

287 — 153 = ?, 354 — 121 = ?, 489 — 325 = ?, 573 — 452 = ?,
679 — 458 = ?, 796 — 325 = ?, 978 — 541 = ?, i t. d.

Każde z tych zadań uczniowie wykonają pamięciowo i na piśmie, a jedno lub dwa z nich zaczną od wykonywania odejmowania przy pomocy rysunku.

Nauczyciel pisze: $375 - 145 = ?$ Uczniowie odejmują pamięciowo:

1 s. od 3 s. 2 s.; 4 dz. od 7 dz. 3 dz.; 5 od 5 nic;
w reszcie jest 2 s. + 3 dz.; jest więc reszta liczbą 230 (piszą):

$$375 - 145 = 230.$$

N. Jak oznaczyliście, że w reszcie niema jedności? Napisaaliśmy na 1-m miejscu cyfrę 0.

Uczniowie robią ten sam przykład 2-m sposobem.

375 5 od 5 nic; pod króską piszę cyfrę 0 na
— 145 1-m miejscu;

230 4 dz. od 7 dz. 3 dz.; piszę cyfrę 3 na 2-m miejscu;

1 s. od 3 s. 2 s.; piszę cyfrę na 3-m miejscu.

Nauczyciel pisze: $547 - 243 = ?$ Uczniowie odejmują:

pamięciowo:

2 s. od 5 s. 3 s.,
4 dz. od 4 dz. nic,
3 od 7 4;

reszta: 3 s. i 4 = 304.

na piśmie:

$$\begin{array}{r} 547 \\ - 243 \\ \hline 304 \end{array}$$

Nauczyciel pisze: $745 - 245 = ?$ Uczniowie odejmują:

pamięciowo:
 2 s. od 7 s. 5 s.,
 4 dz. od 4 dz. nic,
 5 od 5 nic;
 reszta: 5 s. = 500.

na piśmie:
 745
 — 245
 ———
 500

Zadania.

347 — 217 = ? 894 — 354 = ? 978 — 368 = ? i t. d.
 574 — 372 = ? 698 — 295 = ? 873 — 772 = ? i t. d.
 524 — 324 = ?, 863 — 263 = ?, 947 — 447 = ? i t. d.

Nauczyciel pisze: 573 — 320 = ? Uczniowie odejmują:

pamięciowo:
 3 s. od 5 s. 2 s.,
 2 dz. od 7 dz. 5 dz.,
 i 3;
 reszta: 2 s. i 5 dz. i 3; czyli 253.

na piśmie:
 573 Uczniowie mó-
 — 320 wią: 0 od 3-ch
 ———
 253 3 i t. d.

Zad. 748 — 130 = ?, 567 — 203 = ?, 639 — 200 = ? i t. d

Nauczyciel pisze: 7485 — 5321 = ? i mówi: mamy tu od liczby 7485 odjąć liczbę 5321. W tym celu rozłożymy odjemną na takie dwie części, żeby jedna z nich była równa odjemnikowi. W odjemnej, t. j. w liczbie 7485, jest 7 t., a w jednej jej części jest 5 t.; ile więc tysięcy jest w 2-jej części? U. 2 t. N. Dlaczego? U. Bo 7 t. — 5 t. = 2 t. Podobnie rozumując, uczniowie znajdują, że w 2-jej części jest jeszcze: 4 s. — 3 s., czyli 1 s. 8 dz. — 2 dz., czyli 6 dz.; 5 — 1, czyli 4 jedności; a więc w reszcie są tu: 2 t. i 1 s. i 6 dz. i 4, czyli 2164 i napiszą:

$$7485 - 5321 = 2164.$$

Ten sam przykład uczniowie zrobią na piśmie:

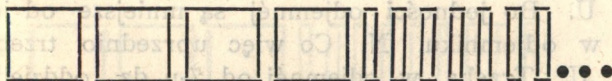
$\begin{array}{r} 7485 \\ - 5321 \\ \hline 2164 \end{array}$
 1 od 5 4; pod kręską piszę cyfrę 4
 na 1-m miejscu;
 2 dz. od 8 dz. 6 dz.; piszę cyfrę 6 na
 2-m miejscu; i t. d.

Zadania.

$3875 - 1413 = ?$	$5794 - 1684 = ?$	$2653 - 1240 = ?$
$4686 - 3175 = ?$	$4826 - 1625 = ?$	$3284 - 1102 = ?$
$7294 - 5183 = ?$	$5976 - 2954 = ?$	$5876 - 2054 = ?$
$9876 - 5341 = ?$	$8972 - 4572 = ?$	$7629 - 5100 = ?$
$8976 - 7124 = ?$	$6357 - 2354 = ?$	$8967 - 5006 = ?$ i t. d.

§ 109. ODEJMOWANIE LICZB TRZYCYFROWYCH. CYFRY
 W ODJEMNIKU BYWAJĄ WIĘKSZE OD ODPOWIEDNICH CYFR
 W ODJEMNEJ.

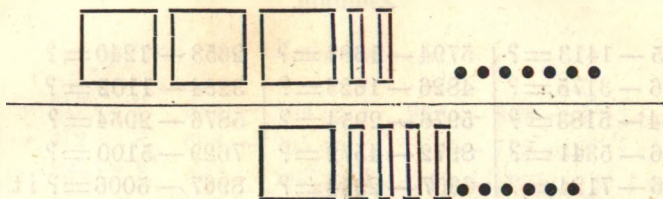
Nauczyciel pisze: $473 - 327 = ?$ i rysuje wizerunek
 odjemnej.



N. Dla znalezienia reszty potrzeba, jak wiecie,
 odjemną rozłożyć na takie 2 części, żeby jedna z nich
 była równa odjemnikowi. To można wprost uskute-
 czyć wtenczas tylko, gdy liczba setek, dziesiątków
 i jedności w odjemnej nie jest mniejsza od odpo-
 wiedniej liczby setek, dziesiątków i jedności w od-
 jemniku. W tym przykładzie liczba jedności w od-
 jemnej (3) jest mniejsza od liczby jedności w od-
 jemniku (7), więc uprzednio trzeba odjemną tak
 przekształcić, żeby liczba jej jedności nie była
 mniejsza od liczby 7. W tym celu rozmielimy jeden
 dziesiątek na jedności. Nauczyciel ścięra jedną ramkę
 podłużną i natomiast kręśli 10 kropek; powstaje stąd tu



umieszczona figura. N. Odjemna ma obecnie 4s., 6 dz. i 13 jedności; rozłóżcie ją teraz na 2 części. Uczniowie



rozkładają i wizerunki tych części kręcą jeden pod drugim, oddzielając je kręską. Dalej jak poprzednio. Więc:

$$473 - 327 = 146.$$

Należy zrobić ten sam przykład odejmowania bez pomocy rysunku. Nauczyciel pisze znowu na tablicy:

$$473 - 327 = ?$$

N. Czy można teraz odejmować? U. Nie. N. Dlaczego? U. Bo jedności odjemnej są mniejsze od jedności w odjemniku. N. Co więc uprzednio trzeba zrobić? U. Trzeba w odjemnej od 7-u dz. oddzielić 1 dz., ten 1 dz. rozmienić na jedności i dodać je do jedności. N. Gdy to już zrobicie, to z czego będzie się wtedy składała odjemna? U. Z 4s., 6 dz. i 13 jedności.

Odjemna	= 4s. + 6 dz. + 13	Nauczyciel pisze na tablicy odjemną w postaci sumy 3-ch wymienionych części, podpisuje odjemnik, również rozłożony na 3 części, i te sumy podkreśla.
odjemnik	= 3s. + 2 dz. + 7	
reszta	= 1s. + 3 dz. + 6	

Uczniowie odejmują, poczynając od setek albo od jedności, co tu jest już rzeczą obojętną, i wypadek piszą we wzorze zamiast znaku zapytania; więc:

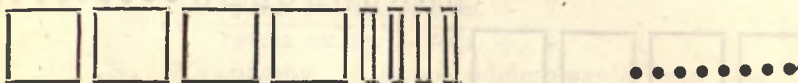
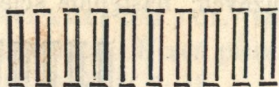
$$473 - 327 = 146.$$

Zad. $385 - 127 = ?$, $456 - 138 = ?$, $674 - 549 = ?$ i t. d.

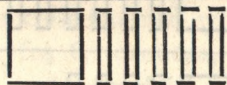
Nauczyciel pisze: $548 - 395 = ?$, i kręśli wizerunek



odjemnej. N. Czy można teraz odejmować? U. Nie. N. Dlaczego? U. Bo w odjemnej jest mniej dziesiątków niż w odjemniku. N. Rozmienimy jedną setkę



odjemnej na dziesiątki. Nauczyciel ścięra jedną ramkę kwadratową i zamiast nięj kręśli 10 ramek podłużnych. Uczniowie rozkładają teraz odjemną na część, równą odje-



mnikowi, i resztę, których wizerunki umieszczają odpowiednio nad i pod kręską. N. Więc: $548 - 395 = 153$.

Uczniowie powtórnie robią ten sam przykład odejmowania, ale już bez pomocy rysunku:

$$\text{Odjemna} = 4 \text{ s.} + 14 \text{ dz.} + 8$$

$$\text{odjemnik} = 3 \text{ s.} + 9 \text{ dz.} + 5$$

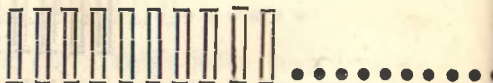
$$\text{reszta} = 1 \text{ s.} + 5 \text{ dz.} + 3, \text{ czyli } 153.$$

Zad. $526 - 284 = ?$, $619 - 378 = ?$, $927 - 650 = ?$ i t. d.

Nauczyciel pisze na tablicy: $523 - 376 = ?$ i obok kręśli odjemną. N. W tym przykładzie dziesiątki i je-

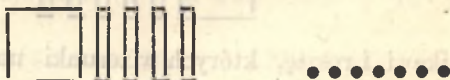


dności w odjemnej są mniejsze niż w odjemniku. Przed rozpoczęciem więc odejmowania, należy w odjemnej 1 s. rozmienić na dziesiątki; a 1 dz. na jedności. Nauczyciel ścięra jedną ramkę kwadratową i natomiast kręśli 10 ramek podłużnych; następnie ścięra jedną ramkę podłużną



i zamiast niej kręśli 10 kropek. N. Rozłóżcie teraz odjemną na takie 2 części, żeby jedna z nich była równa liczbie 376.

Uczniowie rozkładają:



4 s.	na 3 s. i 1 s.,
11 dz.	na 7 dz. i 4 dz.,
13 jedności	na 6 i 7.

Cała więc liczba 523 została rozłożona na 2 części: 376 i 147. Więc: $523 - 376 = 147$.

Uczniowie powtórnie wykonywają to samo odejmowanie bez pomocy rysunku:

$$\text{Odjemna} = 5 \text{ s.} + 2 \text{ dz.} + 3.$$

Po rozmienieniu 1 s. na dziesiątki i 1 dz. na jedności:

$$\text{Odjemna} = 4 \text{ st.} + 11 \text{ dz.} + 13$$

$$\text{odjemnik} = 3 \text{ st.} + 7 \text{ dz.} + 6$$

$$\text{reszta} = 1 \text{ st.} + 4 \text{ dz.} + 7, \text{ czyli } 147.$$

Zad. 524 — 178 = ?, 612 — 469 = ?, 725 — 457 = ? it.d.

Nauczyciel pisze: 983 — 527 = ?. N. Znajdźcie resztę bez pomocy rysunku. U. Ponieważ 3 (jedności w odjemnej) jest mniej niż 7 (jedności w odjemniku), więc przed rozpoczęciem odejmowania potrzeba w odjemnej od 8-u dz. oddzielić 1 dz., ten 1 dz. rozmienić na jedności i dodać je do jedności. Uczeń pisze na tablicy:

$$\text{Odjemna} = 9 \text{ s.} + 7 \text{ dz.} + 13$$

$$\text{odjemnik} = 5 \text{ s.} + 2 \text{ dz.} + 7$$

$$\text{reszta} = 4 \text{ s.} + 5 \text{ dz.} + 6,$$

N. Wykonamy to samo odejmowanie, nie rozkładając tak wyrażnie odjemnej i odjemnika na części.

$$\begin{array}{r} 983 \\ - 527 \\ \hline 456 \end{array}$$

Nauczyciel podpisuje odjemnik pod odjemną tak, żeby cyfry odpowiednie były jedne pod drugimi, i te liczby podkreśla. N.

Zacniemy od odejmowania jedności. Ponieważ 7 od 3 odjąć nie można, więc, jak wiecie, trzeba w odjemnej 1 dz. rozmienić na jedności i dodać do jedności. Nauczyciel kładzie króseczkę nad cyfrą 8. N. Króseczka, położona nad cyfrą 8, oznacza, żeśmy 1 dz. w tych 8-u dz. rozmienili na 10 jedności i dodali je do 3 jedności. W odjemnej jest więc teraz 13 jedności, a za to tylko 7 dz.; 7 od 13-u 6 cyfrę 6 piszę pod króską na 1-m miejscu; 2 dz. od 7 dz. 5 dz., cyfrę 5 piszę na 2-m miejscu; 5 s. od 9 s. 4 s., cyfrę 4 piszę na 3-m miejscu.

$$\begin{array}{r} 742 \\ - 589 \\ \hline 153 \end{array}$$

Nauczyciel pisze: 742 — 589 = ? Uczniowie podpisują odjemnik pod odjemną i podkreślają. U. 9 od 2 nie można; biorę z 4 dz. 1 dz. (uczeń kładzie króseczkę nad cy-

frą 4), rozmieniam go na jedności i dodaję te 10 jedności do 2 jedności, 9 od 12-u 3, cyfrę 3 piszę pod króską na 1-m miejscu. N. Ile dziesiątków pozostało w odjemnej? U. 3 dz. N. Dlaczego? U. Bo 1 dz. został rozmieniony na jedności. N. Czy można 8 dz. odjąć od 3 dz.? U. Nie można. N. Co więc trzeba zrobić? U. Trzeba w odjemnej od 7-u s. oddzielić 1 s., rozmienić tę 1 s. na dziesiątki i dodać je do 3-ch dziesiątków odjemnej (uczeń kładzie króseczkę nad cyfrą 7); 8 dz. od 13-udz. 5 dz., cyfrę 5 piszę pod króską na 2-m miejscu. N. Ile pozostało setek w odjemnej? U. 6 s. N. Dlaczego? U. Bo 1 s. została rozmieniona na dziesiątki. 5 s. od 6 s. 1 s., cyfrę 1 piszę pod króską na 3-m miejscu. Więc: $742 - 589 = 153$.

Zadania.

$$\begin{array}{r} 372 \\ - 128 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 457 \\ - 239 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 578 \\ - 295 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 825 \\ - 357 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 912 \\ - 645 \\ \hline \end{array} \text{ i t. d.}$$

§ 110. ODEJMOWANIE LICZB CZTEROCYFROWYCH WRAZIE, GDY NIEKTÓRE CZĘŚCI ODJEMNIKA SĄ WIĘKSZE OD ODPOWIEDNICH CZĘŚCI ODJEMNEJ.

Tu można ograniczyć się do piśmiennego tylko wykonywania odejmowania.

$$\begin{array}{r} 7592 \\ - 1247 \\ \hline 6345 \end{array}$$

U. 7-u od 2-u odjąć nie można. Biorę z 9-udz. 1 dz. (uczeń kładzie króseczkę nad cyfrą 9-u odjemnej), rozmieniam go na jedności i dodaję je do jedności.

Mam w odjemnej 12 jedności. 7 od 12-u 5. N. Ile jest teraz dziesiątków w odjemnej? U. 8 dz.; 4 dz. od 8 dz.; 4 dz., 2 s. od 5 s. 3 s.; 1 t. od 7 t. 6 t. Cyfry reszty

uczeń zaraz po ich wymienieniu pisze pod odpowiednimi cyframi odjemnej i odjemnika.

$\begin{array}{r} 3826 \\ - 2584 \\ \hline 1242 \end{array}$	U. 4 od 6-u 2, 8-u dz. od 2 dz. od- jąc nie można; biorę 1s. z 8-u s. (uczeń kładzie króseczkę nad cyfrą 8 w odjemnej), rozmieniam ją i t. d.
--	---

$\begin{array}{r} 5267 \\ - 3421 \\ \hline 1846 \end{array}$	U. 1 od 7-u 6; 2 dz. od 6 dz. 4 dz.; 4-chs. od 2-us. odjąć niemożna. N. Po- wiedzcie, cośmy robili, gdy jedności w odjemniku było więcej niż w odje- mnej? U. Rozmienialiśmy w odjemnej 1 dz. na je- dności i dodawaliśmy je do jedności. N. Cośmy ro- bili, gdy dziesiątków w odjemniku było więcej niż w odjemnej? U. Rozmienialiśmy w odjemnej 1s. na dziesiątki i dodawaliśmy je do dziesiątków. N. Otóż, gdy setek w odjemniku jest więcej niż w odjemnej, należy podobnie w odjemnej 1t. rozmienić na setki i dodać te setki do setek odjemnej. Uczeń kładzie krósecz- kę w odjemnej nad cyfrą 5 i mówi: mamy teraz w odje- mnej 12s. i 4t.; 4s. od 12s. 8s.; 3t. od 4-cht. 1t. Resztą więc jest liczba 1846.
--	--

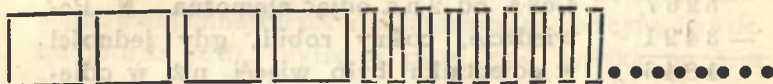
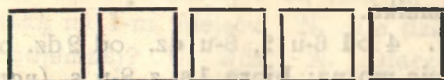
Zadania.

$\begin{array}{r} 3584 \\ - 1269 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4758 \\ - 2372 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5469 \\ - 3926 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6742 \\ - 2575 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 7258 \\ - 4674 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8371 \\ - 5628 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9234 \\ - 5768 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9112 \\ - 7385 \text{ i t. p.} \\ \hline \end{array}$

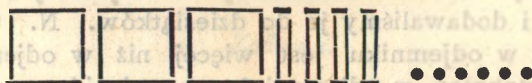
§ 111. ZERA W ODJEMNEJ.

Nauczyciel pisze: $500 - 346 = ?$ i kręśli wizerunek odjemnej. N. Trzeba odjemną rozłożyć na takie 2 czę-

ści, żeby jedną z nich była liczba 346. Ponieważ w odjemnej oprócz 5s. niema ani dziesiątków, ani jedności, więc aby wykonać odejmowanie, rozmienimy 1s. odjemnej na dziesiątki, a jeden z tych dziesiątków na jedności. Nauczyciel ścięra jedną ramkę kwadratową



i natomiast rysuje 10 ramek podłużnych; następnie ścięra jedną z narysowanych ramek podłużnych i zamiast niej kręśli 10 kropek. Wtedy dopiero uczniowie rozkładają: 4s.



na 3s. i 1s., 9dz. na 4dz. i 5dz., 10 jedności na 6 i 4 jedności; takim sposobem powstają wizerunki liczb 346 i 154, które są częściami liczby 500. Więc:

$$500 - 346 = 154.$$

Nauczyciel powtarza ten sam przykład odejmowania na piśmie bez pomocy rysunku. N. Ponieważ w odjemnej niema jedności, od których moglibyśmy odjąć 6 jedności, więc trzebaby w odjemnej 1 dz.

$$\begin{array}{r} 500 \\ - 346 \\ \hline 154 \end{array}$$

rozmienić na jedności; ale że w odjemnej niema także dziesiątków, więc z 5-u s. odjemnej biorę 1s. (nauczyciel kładzie kręseczkę nad cyfrą 5) i rozmieniam ją na dziesiątki. Mamy teraz w odjemnej 4 setki i 10 dziesiątków. Biorę z tych 10-u dz. 1 dz. (nauczyciel kładzie kręseczkę nad cyfrą 0, będącą

na 2-m miejscu w odjemnej) i rozmieniam go na jedności. Co mamy teraz w odjemnej? U. 4 s., 9 dz. i 10 jedności. N. Teraz odejmujcie. U. 6 od 10-u 4; 4 dz. od 9-u dz. 5 dz.; 3 s. od 4-ch s. 1 s. (uczniowie, otrzymując cyfry 4, 5, 1, podpisują je zaraz pod kręską na miejscach: 1-m, 2-m i 3-m).

Nauczyciel pisze: $4000 - 2362 = ?$

Uczniowie podpisują odjemnik pod odjemną, podkreślają te liczby i odejmują, poczynając od jedności. U. Ponieważ w odjemnej niema ani jedności ani dziesiątków, ani setek, więc z 4-ch t. odjemnej biorę 1 t. (uczeń kładzie kręseczkę nad cyfrą 4) i rozmieniam go na setki; mam 10 s. Biorę z nich 1 s. (uczeń kładzie kręseczkę nad zerem, które w odjemnej jest na 3-m miejscu) i rozmieniam ją nad dziesiątki; mam 10 dz. Biorę z nich 1 dz. (uczeń kładzie kręseczkę nad zerem, które w odjemnej jest na miejscu 2-m) i rozmieniam go na jedności; mam 10 jedności. N. Z czego się teraz składa odjemna? U. Z 3 t., 9 s., 9 dz. i 10 jedności. Uczniowie odejmują: 2 od 10-u 8; 6 dz. od 9-u dz. 3 dz.; 3 s. od 9-u s. 6 s.; 2 t. od 3-ch t. 1 t.; reszta jest 1638.

Zadania.

4780	5200	6000
— 2565	— 3946	— 4692
7508	8037	9007
— 4263	— 5396	— 2849 i t. d.

Nauczyciel pisze $372 - 58 = ?$ Uczniowie podpisują

odjemnik pod odjemną i odejmują. U. 8 od 372 12-u 4; 5 dz. od 6-u dz. 1 dz. N. Czy mamy co odjąć od 3-ch setek odjemnej. U. Od 3-ch setek nie mamy nic do odjęcia.

N. Więc te 3 s. pozostaną; w reszcie przeto będzie 3 s. (nauczyciel pisze pod króską cyfrę 3 na miejscu 3-m), 1 dz. i 4 jedności. Jaka jest reszta? U. 314.

Nauczyciel pisze: $4385 - 729 = ?$ Uczniowie odejmują: 9 od 15-u 6; 2 dz. od 7-u dz. 5 dz.; 7 s. od 13-u s. 6 s. Mamy w odjemnej 3 t., lecz od tych tysięcy nie mamy nic do odjęcia; więc w reszcie zostają 3 t.

$$\begin{array}{r} 4385 \\ - 729 \\ \hline 3656 \end{array}$$

Zadania.

$$\begin{array}{r} 789 \\ - 57 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 523 \\ - 49 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 4792 \\ - 658 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 8231 \\ - 79 \\ \hline \end{array} \text{ i t. d.}$$

§ 112. LICZBY OKRĄGŁE.

N. Pracowity rzemieślnik miał w kasie oszczędności 999 złotych i, żeby zaokrąglić oszczędzone przez siebie pieniądze, dodał do nich jeszcze 1 złoty. Ile złotych ma teraz rzemieślnik w kasie? U. $999 \text{ zł.} + 1 \text{ zł.} = 1000 \text{ zł.}$

N. Ogrodnik zebrał wszystkie jabłka z jednej jabłoni; było ich 247; żeby zaokrąglić ilość zebranych jabłek, zerwał jeszcze 3 jabłka z drugiej jabłoni. Ile ów ogrodnik ma teraz jabłek? U. $247 \text{ jab.} + 3 \text{ jab.} = 250 \text{ jabłek.}$

N. Z tych przykładów widzicie, że wyrażenie: zaokrąglić liczbę oznacza dodać do niej taką 2-gą liczbę, żeby suma miała jedno lub więcej niż jedno zero na końcu. Z tego powodu liczby, mające na końcu jedno lub więcej niż jedno zero, nazywać będziemy liczbami okrągłymi. I tak:

liczba 7000 jest liczbą okrągłą tysięcy,

„ 3800 „ „ „ setek,

„ 750 „ „ „ dziesiątków.

Wszystkie inne liczby są pośrednimi między liczbami okrągłymi. Naprzykład, między liczbami okrągłymi: 30 i 40 jest 9 liczb pośrednich, mianowicie: 31, 32,..., 39. Między liczbami okrągłymi: 800 i 900 jest liczb pośrednich 99, mianowicie: 801, 802, 803,..., 899. Między liczbami okrągłymi: 6000 i 7000 jest liczb pośrednich 999; mianowicie: 6001, 6002, 6003,..., 6999.

Nauczyciel pisze: $999 + 387 = ?$ N. Składnik 999 jest liczbą bliską liczby okrągłej 1000 i jest od niej mniejszy o 1 jedność. Dla znalezienia sumy możemy rozłożyć 2-i składnik na 2 części: 1 i 386 i te części pokolei dodać do pierwszego składnika:

$$999 + 1 = 1000, \quad 1000 + 386 = 1386.$$

Nauczyciel pisze: $2998 + 4785 = ?$ N. Co powiecie o składniku 2998? U. Składnik ten jest liczbą bliską liczby okrągłej 3000 i jest od niej mniejszy o 2 jedności. N. Aby pamięciowo wykonać to dodawanie, jak możemy rozłożyć 2-i składnik? U. Na 2 części: 2 i 4783. N. Wykonajcie teraz dodawanie. Uczniowie pamięciowo dodają:

$$2998 + 2 = 3000, \quad 3000 + 4783 = 7783.$$

Nauczyciel pisze: $7988 + 1812 = ?$ Uczniowie rozkładają składnik 1812 na 2 części: 12 i 1800 i dodają:

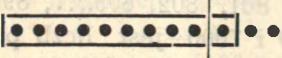
$$7988 + 12 = 8000, \quad 8000 + 1800 = 9800.$$

Zadania.

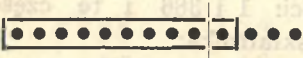
$99 + 78 = ?$	$1999 + 3745 = ?$	$522 + 1996 = ?$
$398 + 145 = ?$	$2995 + 4837 = ?$	$3262 + 5798 = ?$
$997 + 548 = ?$	$5047 + 2815 = ?$	i t. d.

Należy teraz pokazać uczniom odpowiedni sposób ułatwiony pamięciowego wykonywania odejmowania wrazie, gdy odjemnik jest liczbą bliską pewnej liczby okrągłej.

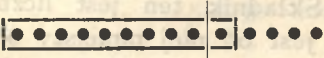
Upřednio jednak uczniowie powinni się dowiedzieć, że «jeżeli odjemną i odjemnik jednocześnie powiększymy o tę samą liczbę, to reszta pozostanie niezmienną». Tę prawdę należy wyprowadzić pogładowo w sposób następujący.

 Nauczyciel kręśli np. wizerunek liczby 12 i kręskę między kropkami 9-ą i 10-ą. N. Macie na tablicy liczbę 12, podzieloną na 2 części: 9 i 3; rysunek ten przedstawia nam odejmowanie:

$$12 - 3 = 9.$$

 Nauczyciel po 12-jej kropce dodaje jedną kropkę. N. Jakie odejmowanie przedstawia nam ten rysunek? U.

$$13 - 4 = 9.$$

 Nauczyciel po 13-jej kropce dodaje jeszcze jedną kropkę. N. A ten rysunek jakie przedstawia odejmowanie. U.

$$14 - 5 = 9.$$

N. A gdybym po 14-jej kropce narysował znów jedną kropkę, to wtedy rysunek jakie przedstawiałby odejmowanie? U.

$$15 - 6 = 9.$$

Nauczyciel pisze te odejmowania jedne pod drugimi:

$$12 - 3 = 9$$

$$13 - 4 = 9$$

$$14 - 5 = 9$$

$$15 - 6 = 9$$

N. Widzicie, że w 2-m odejmowaniu odjemna i odjemnik są o 1-ść większe od odjemnej i odjemnika w 1-m odejmowaniu; odjemna i odjemnik w 3-m odejmowaniu są o 2 większe od odjemnej i odjemnika w 1-m odejmowaniu; odjemna i odjemnik w 4-m odejmowaniu są o 3 większe od odjemnej i odjemnika

w 1-m odejmowaniu. We wszystkich zaś odejmowaniach reszta jest tąż samą liczbą 9.

Gdyby rysunek przedstawiał nam jakiekolwiek odejmowanie i gdybym nakreślił jeszcze z prawej strony ilekolwiek kropek, to przez to dodanie kropek odjemna i odjemnik powiększą się o jednakową liczbę reszta zaś zawsze pozostanie ta sama. Możemy więc wypowiedzieć prawdę następującą:

Jeżeli odjemną i odjemnik powiększymy o tę samą liczbę, to reszta pozostanie ta sama, co poprzednio.

Nauczyciel pisze: $2372 - 999 = ?$ N. Jakięj liczby okrągłej odjemnik jest bliski? U. Odjemnik 999 jest bliski liczby 1000. N. Co trzeba dodać do odjemnika, żeby suma była liczbą 1000? U. Trzeba dodać 1-ść. N. Powiększymy odjemną i odjemnik o 1-ść i znajdziemy resztę.

Nauczyciel pisze: $2373 - 1000 = 1373$.

N. Więc także: $2372 - 999 = 1373$.

Nauczyciel pisze: $8794 - 5998 = ?$ Uczniowie powiększają odjemną i odjemnik o 2:

$$8796 - 6000 = 2796.$$

$$8794 - 5998 = 2796.$$

Zadania.

$1378 - 999 = ?$	$8472 - 1998 = ?$	$6215 - 2980 = ?$
$2784 - 997 = ?$	$9724 - 8995 = ?$	i t. d.

§ 113. ZADANIA.



1. Z miasta A do miasta B prowadzą 2 drogi: jedna przez miasteczka: C, D, E, F i G; druga przez mia-

steczka: H, I, K i L.

Odległ. od A do C = 137 werst	Odległ. od A do H = 278 w.
" " C " D = 124 "	" " H " I = 296 "
" " D " E = 192 "	" " I " K = 166 "
" " E " F = 197 "	" " K " L = 145 "
" " F " G = 174 "	" " L " B = 198 "
" " G " B = 266 "	

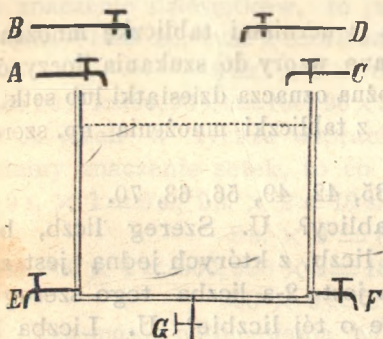
Która z tych dwu dróg jest krótsza i o ile werst krótsza od drugiej?

2. Cztery osoby: A, B, C i D chcą kupić na spółkę 2 place w Warszawie. Osoba A daje 2760 rubli; B daje 2575 rub.; C daje 1925 rub., D daje ? rub. Jeden plac kosztuje 4875 rub., a 2-i 4950 rub. Spółnikom brak jeszcze 825-u rub. Ile dała osoba D?

3. Ugodzono się z grabarzami o wykopanie studni 8 łokci głębokiej. Za 1-y łok. należy się im 385 kop.
 " 2-i " więcej niż za 1-y o 245 "
 " 3-i " " " 2-i " 245 "
 " 4-y " " " 3-i " 245 "

i t. d. Dano im z góry 850 kop. Ile im się jeszcze będzie należeć po ukończeniu roboty?

4. Mamy zbiornik wody, opatrzone 7-u rurami: A, B, C, D, E, F, G z kranami. Rurami: A, B, C i D woda wlewa się do zbiornika, rurami zaś: E, F i G woda się z niego wylewa. W zbiorniku było wody 3875 kwart, a wszystkie krany były zamknięte. Otworzyliśmy jednocześnie wszystkie krany i po upływie jednej minuty również jednocześnie wszystkie zamknęliśmy. Jeżeli w ciągu



tego czasu

rurą A wlało się 379 kwart,

„ B „ „ 287 „

„ C „ „ 463 „

„ D „ „ 384 „

rurą E wylało się 483 kwart,

„ F „ „ 472 „

„ G „ „ 396 „

to ile jest teraz wody w tym zbiorniku po zamknięciu kraków?

5. Na początku tygodnia było w kasie 3775 rub.

W poniedziałek włożono 379 rub., wybrano 483 rub.;

we wtorek „ 287 „ „ 176 „

we środę „ 456 „ „ 512 „

we czwartek „ 316 „ „ 264 „

w piątek „ 417 „ „ 384 „

w sobotę „ 475 „ „ 363 „

Ile rubli jest w kasie w końcu tygodnia?

§ 114. MNOŻENIE. MNOŻNIK JEDNOCYFROWY.

Nauczyciel powtarza z uczniami tabliczkę mnożenia (§ 92) i stosuje wyprowadzane wzory do szukania iloczynów w tym przypadku, gdy mnożna oznacza dziesiątki lub setki.

Nauczyciel wypisuje z tabliczki mnożenia np. szereg 7-y liczb:

7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70.

N. Co macie na tablicy? U. Szereg liczb, będących iloczynami dwu liczb, z których jedną jest zawsze liczba 7. N. Jaka jest 2-a liczba tego szeregu? U. 14. N. Co powiecie o tej liczbie? U. Liczba 14 jest iloczynem dwu liczb: 2 i 7. N. Wyraźcie to na piśmie, pisząc naprzód liczbę 7.

Uczniowie piszą: $7 \times 2 = 14$.

N. W tym wzorze, jak wiecie, jedności mnożnej mogą przybierać znaczenie jakichkolwiek jednostek; Naprzykład:

$7 \text{ fun.} \times 2 = 14 \text{ fun.}$, $7 \text{ gr.} \times 2 = 14 \text{ gr.}$, $7 \text{ mil} \times 2 = 14 \text{ mil}$ i t. d. Przypuśćmy, że jednostką mnożnej jest dziesiątek; wówczas:

$7 \text{ dz.} \times 2 = 14 \text{ dz.}$, czyli $70 \times 2 = 140$.

Podobnie, jeżeli jednostką mnożnej jest setka, to:

$7 \text{ s.} \times 2 = 14 \text{ s.}$, czyli $700 \times 2 = 1400$.

Taksamo rozumując, nauczyciel wyprowadzi wzory:

$70 \times 3 = 210$, $70 \times 4 = 280$, $70 \times 5 = 350$, i t. d., $70 \times 9 = 630$.
 $700 \times 3 = 2100$, $700 \times 4 = 2800$, i t. d., $700 \times 9 = 6300$.

Weźmy jeszcze z tabliczki mnożenia szereg 9-y:

9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90.

N. Napiszcie iloczyny, które przedstawiają te liczby, pisząc w nich naprzód liczbę 9.

Uczniowie piszą:

$$9 \times 1 = 9, 9 \times 2 = 18, 9 \times 3 = 27, \text{ i t. d.}, 9 \times 9 = 81.$$

N. Jeżeli w tych wzorach jednościom mnożnej nadamy znaczenie dziesiątków, to jakie otrzymamy wzory?

$$\text{U. } 9 \text{ dz.} \times 1 = 9 \text{ dz.}, 9 \text{ dz.} \times 2 = 18 \text{ dz.}, 9 \text{ dz.} \times 3 = 27 \text{ dz.}, \text{ i t. d.},$$

$$9 \text{ dz.} \times 9 = 81 \text{ dz.}$$

$$\text{albo: } 90 \times 1 = 90, 90 \times 2 = 180, 90 \times 3 = 270, \text{ i t. d.}, 90 \times 9 = 810.$$

N. A jeżeli w tychże wzorach jednościom mnożnej nadamy znaczenie setek, to co otrzymamy?

$$\text{U. } 9 \text{ s.} \times 1 = 9 \text{ s.}, 9 \text{ s.} \times 2 = 18 \text{ s.}, 9 \text{ s.} \times 3 = 27 \text{ s.}, \text{ i t. d.},$$

$$9 \text{ s.} \times 9 = 81 \text{ s.}$$

$$\text{albo: } 900 \times 1 = 900, 900 \times 2 = 1800, 900 \times 3 = 2700, \text{ i t. d.},$$

$$900 \times 9 = 8100.$$

Ten sposób postępowania należy zastosować i do pozostałych szeregów tabliczki mnożenia

/ Nauczyciel pisze: $89 \times 6 = ?$ N. Mamy 89 pomnożyć przez 6, czyli: mamy znaleźć iloczyn, w którym mnożną jest liczba 89, a mnożnikiem liczba 6.

Wiecie, że iloczynem nazywa się suma równych składników, więc jak powiecie inaczej: co mamy znaleźć?

U. Sumę równych składników. N. Ile jest tych składników i jaką liczbą jest każdy z nich? U. Składników jest 6, a każdy z nich jest liczbą 89. N. Wicie,

że sumę możemy znaleźć dwoma różnymi sposobami; więc i ten iloczyn również możemy znaleźć 2-ma sposobami.

N. Iloczyn, którego szukamy, jest sumą 6-u równych składników; każdy z nich ma po 8 dz. i 9 jedności, więc w iloczynie jest 6 razy po 8 dz. i 6 razy po 9 jedności. Nauczyciel pisze:

$$8 \text{ dz.} \times 6 = 48 \text{ dz.}, \text{ czyli } 480 \text{ jedności,}$$

$$9 \times 6 = 54 \text{ jedności.}$$

N. Liczby: 480 i 54 są częściami szukanego iloczynu; połączymy je w jedną całość. Nauczyciel pisze:

$$480 + 54 = 534.$$

N. Więc: $89 \times 6 = 534$. Ten sposób wykonywania mnożenia jest pamięciowy.

N. Jak na piśmie szukaliście [sumy kilku składników? U. Podpisywaliśmy składniki dane tak, żeby cyfry odpowiednie były jedne pod drugimi i dodawaliśmy je poczynając od jedności. N. Ile tu mamy składników i jakie one są. Mamy 6 składników ró-

89 wnych, z których każdy jest liczbą 89.

89 N. Znajdźcie więc zapomocą dodawania

89 iloczyn 89×6 . Uczniowie podpisują skła-

89 dniki jedne pod drugimi i dodają. U. 9,

89 i 9, 18, i 9 27, i 9 36, i 9 45, i 9

89 54. N. Pamiętacie tabliczkę mnożenia.

534 Jak można to krócej powiedzieć? U. 6 razy 9 jest 54. N. Cóż teraz należy zrobić? U. Napiszę pod kręską cyfrę 4 na 1-m miejscu, a 5 dziesiątków dodam do dziesiątków. N. Zachowajcie tymczasem te 5 dziesiątków w pamięci. Powiedzcie odrazu krótko, jaka będzie suma dziesiątków, wypisanych składników. U. 6 razy 8 dz. jest 48 dz. N. Co jeszcze do tych dziesiątków macie dodać? U. 5 dz., otrzymane z dodawania jedności. N. Dodajcie je. U. 48 dz. i 5 dz. 53 dz., czyli 5 s. i 3 dz., cyfry 3 i 5 piszę pod kręską na miejscach 2-m i 3-m.

Ponieważ składniki są równe, więc dla oszczędzenia miejsca i czasu pisze się zwykle jeden tylko składnik (mnożna), a pod nim liczba (mnożnik), oznaczająca ile jest składników. Przed mnożnikiem kładzie się

89 znak mnożenia. Uczniowie te liczby pod-

$\times 6$ kręslają i odbywają mnożenie powtórnie. N.

534 Tak wykonywamy mnożenie na piśmie.

Nauczyciel pisze: $375 \times 5 = ?$ Uczniowie wykonywają to mnożenie 2-ma sposobami:

$$\begin{aligned} 3s. \times 5 &= 15s., \text{ czyli } 1500, \\ 7\text{z.} \times 5 &= 35\text{z.} \quad ,, \quad 350, \\ 5 \times 5 &= 25; \end{aligned}$$

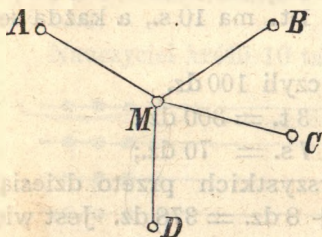
$$1500 + 350 + 25 = 1875$$

więc: $375 \times 5 = 1875.$

375	króćej:
375	375
375	$\times 5$
375	
375	1875
1875	

Zadania.

1. $63 \times 4 = ?$, $72 \times 8 = ?$, $87 \times 8 = ?$, $97 \times 6 = ?$ i t. d.
2. Znaleść i wypisać iloczyny każdej z liczb: 12, 15, 24, 25, 32, 36, 48, 54, 64, 72, 75, 84, 96 przez wszystkie liczby jednocyfrowe.
3. $147 \times 3 = ?$, $254 \times 4 = ?$, $387 \times 7 = ?$, $458 \times 9 = ?$ i t. d.
4. Miasto M jest połączone linijami kolei żelaznej



z fabrykami: A, B, C i D. Odległość MA (od M do A) = 73 wiorst, MB = 67 wiorst, MC = 64 wiorst, MD = 66 wiorst. Dyrektor tych fabryk, mieszkający w mieście M, jeździł: do fabryki A 3 razy, do B 2 razy, do C 4 razy, a do D

jeden raz, i obecnie jest w mieście M Ile zrobił drogi podczas tych wszystkich przejazdów?

(5) Gospodyni wiejska sprzedała w mieście: 7 indyków po 145 kop. sztuka, 8 gęsi po 96 kop. i 9 kaczek po 45 kop. Za otrzymane ze sprzedaży pieniądze kupiła: 2 głowy cukru po 476 kop. każda; 3 funty herbaty po 175 kop. funt i samowar. Ile kosztuje samowar, jeżeli po zapłaceniu za kupione rzeczy pozostało jég 67 kop.?

§ 115. MNOŻNIK 10.

Nauczyciel pisze na tablicy $378 \times 10 = ?$ Uczniowie wykonywają mnożenie na piśmie:

$$\begin{array}{r} 378 \\ \times 10 \\ \hline 3780 \end{array}$$
 U. $8 \times 10 = 80$ jedności; piszę pod kręską cyfrę 0 na 1-m miejscu, a 8 dz. dodam do dziesiątków; 7 dz. $\times 10 = 70$ dz.; 70 dz. + 8 dz. = 78 dz., czyli 7 s. + 8 dz.; cyfrę 8 piszę na 2-m miejscu, a 7 s. dodam do setek; 3 s. $\times 10 = 30$ s. + 7 s. = 37 s., czyli 3 t. + 7 s.; cyfry 7 i 3 piszę na miejscach: 3-m i 4-m. Więc:

$$378 \times 10 = 3780.$$

N. Przeczytajcie iloczyn. U. 3780.

N. Tysiące i setki iloczynu rozmieńcie na dziesiątki, dodajcie dziesiątki i powiedzcie, ile wypadnie wszystkich dziesiątków? U. 1 t. ma 10 s., a każda setka ma 10 dz.; więc:

$$1 \text{ t.} = 10 \text{ dz.} \times 10, \text{ czyli } 100 \text{ dz.}$$

Ponieważ 1 t. = 100 dz., więc 3 t. = 300 dz.;

$$,, \quad 1 \text{ s.} = 10 \text{ dz.}, \quad ,, \quad 7 \text{ s.} = 70 \text{ dz.};$$

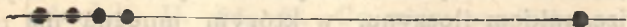
nadto mamy jeszcze 8 dz.; wszystkich przeto dziesiątków będzie: 300 dz. + 70 dz. + 8 dz. = 378 dz. Jest więc w iloczynie 378 dz. N. A ile w mnożnej jest jedności? U. 378. N. Widzicie więc, że w tym przykładzie w iloczynie jest tyle dziesiątków, ile jedności w mnożnej.

Nauczyciel daje 2-i przykład na mnożenie, w którym

$$\begin{array}{r} 564 \\ \times 10 \\ \hline 5640 \end{array}$$
 mnożnikiem jest znowu liczba 10. Uczniowie po wykonaniu mnożenia spostrzegają, że i w tym przykładzie w iloczynie jest tyle dziesiątków, ile jedności w mnożnej. N. Co powiecie o tych dwu przykładach. U. W obu przykładach

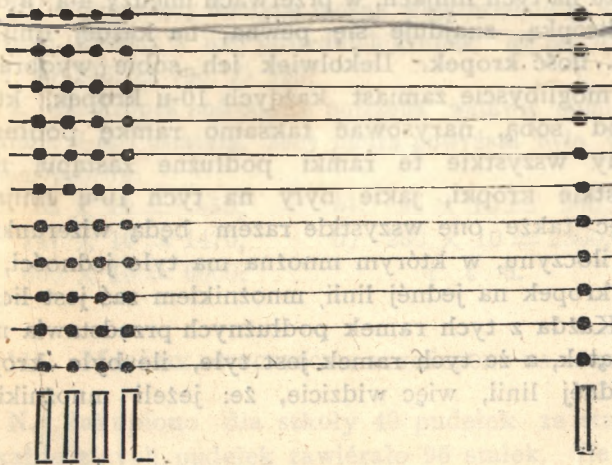
mnożnikiem jest liczba 10 i w iloczynie jest tyle dziesiątków ile w mnożnej jest jedności.

Nauczyciel kręśli na tablicy linią i umieszcza na je-



dnym jęj końcu (od ręki lewój) kilka kropek, naprzykład 4, na 2-m zaś końcu jedną kropkę. N. Ponieważ kropka, jak wiecie, jest wizerunkiem jedności, więc ta linija wraz z kropkami wyobraża liczbę. Narysowałem wam tylko: 1-ą, 2-ą, 3-ą, 4-ą i ostatnią kropkę; widzicie, że pomiędzy kropkami: 4-ą i ostatnią jest przerwa; otóż w tęg przerwie możecie sobie wyobrazić jakąkolwiek liczbę kropek pośrednich. Jeżeli tych pośrednich kropek wyobrazicie sobie np. 12, to kropki na linii przedstawiają liczbę 17; jeżeli pośrednich kropek wyobrazicie sobie 27, to te kropki na linii przedstawiają liczbę 32, i t. d.

Nauczyciel kręśli 10 takięj samęj długości linii z tyłuż



kropkami. N. Mamy obecnie na tablicy 10 linii; przypuśćmy, że na każdej z nich pomiędzy kropkami: 4-ą i ostatnią jest jednakoowa ilość kropek pośrednich; w takim razie wszystkie kropki na tych 10-u liniach są wizerunkiem iloczynu, w którym mnożna ma tyle jedności, ile jest kropek na jednej linii, mnożnikiem zaś jest liczba 10. Przedstawimy inaczej ten iloczyn.— Mamy 10 linii; ile jest kropek, zajmujących pierwsze miejsce (od ręki lewej) na tych liniach? U. Tyle, ile linii, to jest 10. N. Połączymy je w jedną całość (nauczyciel ścięra te kropki i zamiast nich kręśli podspodem ramkę podłużną). N. Ile jest kropek, zajmujących na liniach 2-gie miejsce? U. Także 10. N. Połączymy je również w jedną całość (nauczyciel ścięra te kropki i natomiast kręśli 2-ą ramkę podłużną). Tak postępując dalej, nauczyciel zamiast kropek, zajmujących 3-e i 4-e miejsce na liniach, nakręśli 3-ą i 4-ą ramkę podłużną. Ostatnia ramka podłużna utworzy się z 10-u kropek, które zajmują na liniach miejsce ostatnie. N. Wyobraziliście sobie, że na tych liniach, w przerwach między 4-ą, a ostatnią kropką, znajduje się pewna, na każdej linii też sama ilość kropek. Ilekolwiek ich sobie wyobraziliście, moglibyście zamiast każdych 10-u kropek, które są pod sobą, narysować taksamo ramkę podłużną. Wtedy wszystkie te ramki podłużne zastąpią nam wszystkie kropki, jakie były na tych 10-u liniach, a więc także one wszystkie razem będą wizerunkiem tego iloczynu, w którym mnożna ma tyle jedności, ile było kropek na jednej linii, mnożnikiem zaś jest liczba 10. Każda z tych ramek podłużnych przedstawia nam dziesiątek, a że tych ramek jest tyle, ile było kropek na jednej linii, więc widzicie, że: jeżeli mnożnikiem

jest liczbą 10, to w iloczynie jest tyle dziesiątków, ile jest jedności w mnożnej.

Nauczyciel pisze: $24 \times 10 = ?$ N. Jaka liczba jest tu mnożnikiem? U. Liczba 10. N. Ile w mnożnej jest jedności? U. 24. N. Co więc powiecie o iloczynie? U. W iloczynie mieć będziemy 24 dziesiątki. N. Napiszcie tę liczbę zamiast znaku zapytania. Powstaje w ten sposób wzór: $24 \times 10 = 240$. N. Widzicie więc, że: aby liczbę pomnożyć przez 10, należy do niej z prawej strony dopisać jedno zero.

N. Powiedzcie teraz, liczba 350 jakich 10-u równych składników może być sumą? U. 10-u składników 35. N. Ile w liczbie 350 jest dziesiątków? U. 35. N. Widzicie więc, że: jeżeli liczba kończy się na zero, to ona jest sumą 10 równych składników; w każdym z tych składników jest tyle jedności, ile w sumie jest dziesiątków.

Zadania.

1. Jakie wzory iloczynu można wyprowadzić z figury powyższej, kręśląc w niej pośrednich kropek: a) 68, b) 75, c) 173, d) 246, e) 795, f) 995?

2. Ile kropek pośrednich potrzeba wstawić pomiędzy kropkami: 4-tą i ostatnią, żeby figura powyższa była wizerunkiem wzorów:

a) $85 \times 10 = 850$,

b) $90 \times 10 = 900$,

c) $147 \times 10 = 1470$,

d) $280 \times 10 = 2800$,

f) $600 \times 10 = 6000$?

i t d.

§ 116. MNÓŻNIK DWUCYFROWY ZAKOŃCZONY NA ZERO.

N. Zakupiono dla szkoły 40 pudełek ze stalkami; każde z tych pudełek zawierało 96 stalek. Ile ku-

piono stalek? Uczniowie powtarzają zadanie. N. Co macie znaleźć? U. Liczbę kupionych stalek. N. Z ilu i jakich części składa się ta liczba? U. Ta liczba składa się z 40-u części równych. N. Więc ta liczba jest iloczynem. Co w tym iloczynie jest mnożną, a co mnożnikiem? U. Mnożną jest liczba 96, mnożnikiem zaś 40. Nauczyciel pisze:

$$96 \times 40 = ?$$

N. Wiecie, że: $10 \times 4 = 40$, więc liczbę 40 można przedstawić w postaci 4-ch ró-



wnych szeregów, w każdym po 10 kropek. Jeżeli każda kropka wyobraża pudełko ze stalkami, to ta

figura jest wizerunkiem 40-u pudełek. Należy policzyć stalki zawarte w tych pudełkach, a to można wykonać 2-ma sposobami.

1). W pierwszym szeregu podłużnym jest 10 pudełek; a że w każdym pudełku jest 96 stalek, więc w tym szeregu jest stalek:

$$96 \times 10 = 960.$$

Czy trzeba szukać, ile jest stalek w pozostałych szeregach podłużnych? U. Nie trzeba. N. Dlaczego? U. Bo wiemy, że w każdym z tych szeregów jest także po 960 stalek. N. Ile mamy szeregów podłużnych? U. 4. N. Więc wszystkich stalek jest:

$$960 \times 4 = 3840.$$

2). W pierwszym szeregu poprzecznym są 4 pudełka; a że w każdym pudełku jest 96 stalek, więc w tym szeregu jest stalek:

$$96 \times 4 = 384.$$

Czy trzeba szukać, ile jest stalek w pozostałych szeregach poprzecznych? U. Nie trzeba. N. Dlaczego? U. Bo wiemy, że w każdym z tych szeregów jest także po 384 stalek. N. Ile mamy szeregów poprzecznych? U. 10. N. Więc wszystkich stalek jest:

$$384 \times 10 = 3840.$$

N. W każdym z tych dwu sposobów przed znalezieniem iloczynu, t. j. sumy szukanej, łączyliśmy uprzednio ję składniki w równe sumy częściowe. Ponieważ:

$$10 \times 4 = 40 \text{ i } 4 \times 10 = 40,$$

więc składniki dały się ułożyć:

1). w 4 grupy po 10 składników w każdej, albo

2). „ 10 grup „ 4 składniki „

Przypuśćmy teraz, że, zamiast 40-u, kupiono pudełek 70. Wiecie, że $10 \times 7 = 70$; jak więc znajdziecie liczbę kupionych stalek?....

Nauczyciel pisze: $73 \times 90 = ?$ N. Iloczyn szukany jest sumą 90-u równych składników; znajdźcie ten iloczyn przy pomocy sum częściowych. U. Ponieważ $10 \times 9 = 90$, więc 90 składników szukanego iloczynu można uszykować w 9 grup, po 10 składników w każdej grupie. Suma składników jednej grupy jest:

$$73 \times 10 = 730.$$

N. Jest to jedna suma częściowa. A ile jest takich sum częściowych? U. Takich sum częściowych jest 9; więc cała suma, czyli iloczyn szukany, jest:

$$730 \times 9 = 6570.$$

N. Znajdźcie ten sam iloczyn inaczej, na zasadzie, że $9 \times 10 = 90$

N. Znaleźliśmy trzy iloczyny:

$$96 \times 40 = 3840, 96 \times 70 = 6720, 73 \times 90 = 6570.$$

W każdym z tych iloczynów mnożnikiem jest liczba dwucyfrowa, a pierwsze miejsce w niej zajmuje cyfra zero. Iloczyny te obliczyliśmy dwoma sposobami. Obliczając je jednym sposobem, naprzód mnożyliśmy mnożną przez 10, a wypadek stąd otrzymany mnożyliśmy następnie przez cyfrę dziesiątków mnożnika. Obliczając zaś te iloczyny drugim sposobem, naprzód mnożyliśmy mnożną przez cyfrę dziesiątków mnożnika, a wypadek stąd otrzymany mnożyliśmy następnie przez

10, t. j. do wypadku z pomnożenia mnożnej przez cyfrę dziesiątków dopisywaliśmy z prawej strony cyfrę zero. Zwykle się używa tego drugiego sposobu.

Nauczyciel pisze: $17 \times 30 = ?$ N. Znajdźcie iloczyn. U. $17 \times 3 = 51$; dopisuję z prawej strony 0; mam liczbę 510; więc $17 \times 30 = 510$.

Zadania.

$18 \times 40 = ?$	$23 \times 60 = ?$	$73 \times 30 = ?$
$16 \times 50 = ?$	$37 \times 80 = ?$	$85 \times 90 = ?$
$19 \times 70 = ?$	$47 \times 20 = ?$	$98 \times 70 = ?$

§ 117. MNOŻNIK DWUCYFROWY.

Nauczyciel pisze: $38 \times 24 = ?$ Mamy znaleźć sumę 24-ch składników, z których każdy jest liczbą 38. Znajdziemy tę sumę zapomocą sum częściowych. Ponieważ $20 + 4 = 24$, więc dane składniki można rozłożyć na 2 grupy; jedną, mającą 20 składników 38, i 2-gą, mającą ich 4. Znajdźcie sumę składników pierwszej grupy.

U. $38 \times 20 = 760$.

N. Znajdźcie sumę składników 2-jej grupy.

U. $38 \times 4 = 152$.

N. Liczby 760 i 152 są sumami częściowymi; znajdźcie całą sumę.

U. $760 + 152 = 912$.

N. Więc: $38 \times 24 = 912$.

N. Rozumując w podobny sposób, uczniowie znajdą iloczyny następujące:

$47 \times 13 = ?$	$56 \times 15 = ?$	$63 \times 18 = ?$
$36 \times 23 = ?$	$45 \times 27 = ?$	$58 \times 32 = ?$
$73 \times 34 = ?$	$82 \times 46 = ?$	$98 \times 51 = ?$ i t. d.

Nauczyciel pisze: $89 \times 67 = ?$ Uczniowie wykonywają działanie pamięciowo i zapisują wypadki:

$$89 \times 60 = 5340; 89 \times 7 = 623; 5340 + 623 = 5963.$$

Więc: $89 \times 67 = 5963.$

N. Opowiedzcie, w jaki sposób wykonaliście to mnożenie? U. Naprzód pomnożyliśmy mnożną przez dziesiątki mnożnika, następnie pomnożyliśmy mnożną przez jedności mnożnika i te iloczyny dodaliśmy do siebie.

N. Tak zwykle postępujemy, gdy mnożenie wykonywamy pamięciowo. Możemy jednak rozpocząć działanie od mnożenia mnożnej przez jedności mnożnika.

89

$\times 67$

623

534

5963

Nauczyciel podpisuje mnożnik pod mnożną, kładzie przed mnożnikiem znak mnożenia i te liczby podkreśla. N. Mnóźcie naprzód przez 7. U. 7 razy 9 jest 63, czyli: 6 dz. i 3 jedności; cyfrę 3 piszę na 1-m miejscu pod króską; 7 razy 8 dz. jest 56 dz.; 56 dz. i 6 dz. 62 dz., czyli 6 s. i 2 dz.; cyfry 2 i 6 piszę pod króską na miejscach 2-m i 3-m. N. Co teraz trzeba zrobić? U. Trzeba 89 pomnożyć przez 60. N. Jakże to można wykonać? U. 2-ma sposobami; albo trzeba pomnożyć 89 przez cyfrę dziesiątków 6 i do wypadku z prawej strony dopisać 0; albotóż trzeba 89 pomnożyć przez 10, a wypadek otrzymany pomnożyć przez 6. N. 10 razy 89 jest 890, czyli 89 dz.; pomnożcie teraz 89 dz. przez 6. U. 6 razy 9 dz. jest 54 dz., czyli 5 s. i 4 dz. N. Gdzie należy podpisać cyfrę 4? U. Na 2-im miejscu pod liczbą 623. N. Dlaczego? U. Bo cyfra 6 oznacza dziesiątki (uczeń pisze cyfrę 4 pod cyfrą 2 liczby 623). N. Mielicie 89 dz. pomnożyć przez 6. Pomnożyliście już 9 dz. przez 6; co jeszcze trzeba zrobić? U. Trzeba 80 dz., czyli 8 s., po

mnożyć przez 6. N. Pomnożcie więc. U. 6 razy 8 s. jest 48 s.; 48 s. i 5 s. to 53 s., czyli 5 t. i 3 s. (uczeń pisze cyfrę 3 na 3-m miejscu pod liczbą 623, a cyfrę 5 na 4-m miejscu). Co przedstawia liczba 623? U. Wypadek z pomnożenia mnożnej przez cyfrę jedności mnożnika. N. Jaką drugą liczbę otrzymaliśmy. U. 534 dz., czyli 5340. N. Co trzeba z tymi dwiema liczbami zrobić? U. Dodać je do siebie. N. Dodajcie je do siebie. Uczniowie dodają. N. Więc:

$$89 \times 67 = 5963.$$

N. Zrobiliśmy ten przykład 2-ma sposobami. Poprzednio pomnożyliśmy mnożną naprzód przez jedności mnożnika, a następnie przez dziesiątki mnożnika i te iloczyny do siebie dodaliśmy; tego sposobu, jak mówiłem, używamy, wykonywając mnożenie pamięciowo. Teraz zaś pomnożyliśmy mnożną naprzód przez jedności mnożnika, a następnie przez dziesiątki mnożnika; tego sposobu używamy, wykonywając mnożenie na piśmie.

Zadania.

76	85	87	123	289
<u>× 45</u>	<u>× 73</u>	<u>× 98</u>	<u>× 37</u>	<u>× 27</u> i t. d.

Każde z tych zadań uczniowie wykonają sposobem piśmiennym.

a) Kupiono 24 łokcie sukna szaraczkowego po 125 kopiejek i 29 łokci sukna czarnego po 136 kopiejek za łokieć. Ile zapłacono?

b) Właściciel dwupiętrowego domu pobiera miesięcznie komornego: za mieszkanie na dole 197 rubli, za 1-sze piętro 359 rubli, za 2-gie piętro 189 rubli. Ile on ma czystego rocznego dochodu z tego domu, jeżeli podatki wraz z inny-

ni wydatkami wynoszą 287 rubli na kwartał? (kwartał ma 3 miesiące).

§ 118. MNOŻNIK: 100, 200, 300, 400, ..., 900.

N. W pewnej fabryce pracuje 100 robotników; każdemu płać dziennie po 73 kop. Ile oni wszyscy razem pobierają dziennie? Uczniowie powtarzają zadanie. N. Liczba, którą mamy znaleźć, składa się ze 100-u równych części, każda po 73 kop. Co więc powiecie o tej liczbie? U. Liczba ta jest iloczynem, w którym mnożną jest 73 kop., a mnożnik ma tyle jedności, ile jednostek jest w liczbie 100 robotników.

Nauczyciel pisze na tablicy: $73 \text{ kop.} \times 100 = ?$

N. Macie znaleźć sumę 100-u równych składników; wiecie, że $10 \times 10 = 100$; jak więc tę sumę można znaleźć zapomocą sum częściowych? U. Można każde 10 składników skupić w oddzielną grupę, tak iż mieć będziemy 10 równych grup, w każdej po 10 składników. N. Znajdźcie sumę jednej takiej grupy składników. U. $73 \text{ kop.} \times 10 = 730 \text{ kop.}$ N. Czy potrzebujecie szukać sumy składników każdej z pozostałych grup? U. Nie. N. Dlaczego? U. Bo wiemy, że one są wszystkie równe sobie, a więc każda jest liczbą 730 kop. N. Ponieważ grup jest 10, więc i sum częściowych jest także 10; a że każda z nich jest liczbą 730 kop., przeto cała suma jest: $730 \text{ kop.} \times 10 = 7300 \text{ kop.}$ Więc:

$$73 \text{ kop.} \times 100 = 7300 \text{ kop.}$$

Nauczyciel może dojść do tego wypadku tą drogą, jakiej używał przy szukaniu iloczynu, gdy mnożnikiem była liczba 10 (§ 115). N. Wyobraźmy sobie dzienną płacę robotnika, czyli liczbę 73 kop., w postaci kropek i uszykujmy te

kropki w jednym rzędzie podłużnym; co będziemy mieli w tym rzędzie? U. 73 kropki. N. Postępując tak samo z płacą każdego robotnika, otrzymamy 100 rzędów podłużnych, po 73 kropki w każdym. Jeżeli te rzędy podłużne będą się znajdowały jedne pod drugimi, to ile w téj figurze będzie rzędów poprzecznych? U. 73. N. Po ile kropek będzie w każdym rzędzie poprzecznym? U. Po 100 kropek. N. Jeżeli 100 kropek każdego rzędu poprzecznego wyobrazimy sobie zastąpione przez ramkę kwadratową, to ile będziemy mieli tych ramek? U. 73. N. Otóż te 73 ramki kwadratowe będą wtedy wizerunkiem szukanego iloczynu.

Widzicie, że ramek kwadratowych jest tyle, ile było kropek w jednym rzędzie podłużnym. Że zaś każda ramka kwadratowa oznacza setkę, a każda kropka oznacza jedność, więc: jeżeli mnożnikiem jest liczba 100, to w iloczynie jest tyle setek, ile jedności w mnożnej. Z tego także to wypada, że: aby liczbę pomnożyć przez 100, należy dopisać do niej z prawej strony 2 zera. Nawzajem: liczbę, mającą 2 zera na końcu (t. j. na miejscach: 1-m i 2-m), możemy uważać jako sumę 100-u równych składników; w każdym z takich składników jest tyle jedności, ile w sumie jest setek. Np. 1800 jest sumą 100-u składników, z których każdy jest liczbą 18.

Zad. $37 \times 100 = ?$ $89 \times 100 = ?$ $94 \times 100 = ?$ i t. d.

N. W pewnej fabryce pracuje 500 (pięciuset) robotników; każdemu płacą dziennie 9 złotych; ile oni wszyscy pobierają razem dziennie? Rozumując podobnie, jak na początku poprzedniego przykładu, nauczyciel dochodzi do tego, że dla rozwiązania tego zadania należy 9 złotych pomnożyć przez 500.

Nauczyciel pisze na tablicy: $9 \text{ zł.} \times 500 = ?$ N. Wiecie, że $5 \times 100 = 500$, czyli: 500 jest sumą 100-u ró-

wnych składników, każdy po 5 jedności. Więc nawzajem, liczbę 500 można rozłożyć na 100 równych części, a każda z nich będzie miała po 5 jedności. I tak na przykład: 500 kwart mleka można zlać do 100 naczyń, nalévając do każdego po 5 kwart; 500 (pięciuset) żołnierzy można uszykować w 100 szeregów, stawiając w każdym szeregu po 5-u żołnierzy. Wogóle, mając 500 jakichkolwiek przedmiotów jednakowych, można z nich ułożyć 100 równych grup, umieszczając po 5 tych przedmiotów w każdej grupie.

Dla rozwiązania naszego zadania o zapłacie dziennej 500 robotnikom, mamy znaleźć sumę 500 składników, z których każdy jest liczbą 9. Ułożmy uprzednio z tych składników 100 równych grup. Ponieważ w każdej grupie jest 5 składników, więc ich suma jest $9 \text{ zł.} \times 5 = 45 \text{ zł.}$ Ponieważ zaś grup jest 100, a w każdej jest po 45 zł., więc cała suma jest $45 \text{ zł.} \times 100 = 4500 \text{ zł.}$ Uczniowie powtarzają to rozumowanie.

Nauczyciel pisze: $100 \times 5 = 500$. N. Co powiecie teraz o liczbie 500? U. 500 jest sumą 5-u składników, z których w każdym jest 100 jedności. N. Gdybyśmy więc mieli 500 jednakowych przedmiotów, to ileby z nich na zasadzie tego wzoru można było ułożyć równych grup? U. 5 grup po 100 przedmiotów w każdej. N. Zarobek dzienny tych 500 robotników jest sumą 500 równych składników; ułóżcie z tych składników 5 równych grup, znajdźcie sumę składników każdej grupy i te sumy częściowe połączcie w sumę ostateczną. U. W jednej grupie jest 100 składników; więc suma ich jest: $9 \text{ zł.} \times 100 = 900 \text{ zł.}$ A że takich grup jest 5, więc cała suma jest $900 \text{ zł.} \times 5 = 4500 \text{ zł.}$

Nauczyciel pisze: $9 \text{ zł.} \times 500 = 4500 \text{ zł.}$

N. Ilu sposobami znaleźliśmy ten iloczyn? U. 2-ma sposobami. N. Opowiedzcie pierwszy sposób.

U. Mnożyliśmy mnożną (9 zł.) przez cyfrę setek mnożnika (5) i do wypadku dopisaliśmy z prawej strony 2 zera. N, Opowiedzcie teraz drugi sposób. U. Do mnożnej (t. j. do ilości jedności w liczbie 9 zł.) dopisaliśmy z prawej strony 2 zera, a wypadek pomnożyliśmy przez cyfrę setek mnożnika (5). N. A co robimy z liczbą, dopisując do niej z prawej strony 2 zera? U. Mnożymy tę liczbę przez 100. N. Z tych dwu sposobów, któreście opisali, używamy zwykle tylko pierwszego.

N. Znajdźcie teraz sami dzienną zapłatę robotników, jeżeli ich jest 800, a każdy pobiera dziennie po 7 złotych. Uczniowie pod kierunkiem nauczyciela powtarzając powyższe rozumowania, dochodzą do wniosku, że dzienny zarobek wszystkich robotników jest iloczynem, w którym mnożną jest liczba 7 zł., a w mnożniku jest tyle jedności, ile w liczbie mianowanej 800 robotników jest jednostek, i t. d.

Zadania.

1. Rozmienić na sztuki 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700 i 800 tuzinów.
2. Rozmienić na sztuki 100, 200, 300, 400, 500 i 600 mendli.
3. Ile jest werst w 100, 200, 300, i t. d., 900 milach?
4. Ile jest arkuszy papieru w 100, 200, 300, 400 li-brach.)
5. Rozmienić na garnce 100, 200 i 300 korcy.
(Nauczyciel dobięra zawsze takie zadania, w których wypadek działania nie jest większy od liczby 10000).

§ 119. MNOŻNIK TBZYCYFROWY.

N. Korzec żyta kosztuje 9 rubli; znaleźć wartość 876-u korcy. Zapomocą znanego rozumowania, którego już tu nie powtarzamy, uczniowie dochodzą do wniosku, że wartość 876-u korcy jest iloczynem, w którym mnożną jest cena jednego korca (9 rub.), w mnożniku zaś jest tyle jedno-
ści, ile jest jednostek w liczbie 876 korcy.

Nauczyciel pisze: $9 \times 876 = ?$ N. Iloczyn szuka-
ny jest sumą 876-u składników równych. Znajdziemy
ją zapomocą sum częściowych. Ponieważ:

$$876 = 800 + 70 + 6,$$

więc dane składniki można skupić w 3 grupy: 1-a gru-
pa będzie miała 800 składników, 2-a 70 składników,
a 3-a 6 składników.

Suma składników 1-jej grupy jest: $9 \times 800 = 7200$

„ „ 2-jej „ „ $9 \times 70 = 630$

„ „ 3-jej „ „ $9 \times 6 = 54$

cała suma, czyli iloczyn szukany, jest: 7884

Wiecie, że jednostką każdego składnika (mnożnej) jest
rubel, a więc i jednostką sumy (iloczynu) jest także
rubel; zatem:

$$9 \text{ rub.} \times 876 = 7884 \text{ rub.},$$

czyli wartość 876-u korcy żyta jest 7884 rubli.

N. Opowiedzcie, jakieście wykonali to mnożenie?

U. Pomnożyliśmy mnożną pokolei przez: setki, dzie-
siątki i jednostki mnożnika i te iloczyny częściowe do-
daliśmy do siebie.

N. Można znaleźć iloczyn, wykonywając mnoże-
nie w porządku odwrotnym, to jest zaczynając od mno-
żenia mnożnej przez jednostki mnożnika.

9 Nauczyciel pisze mnożnik pod mnożną,
 $\times 876$ przed mnożnikiem kładzie znak mnożenia i te
54 liczby podkręśla. Uczniowie mnożą.

63 $9 \times 6 = 54$; liczbę 54 piszę pod kręską.

72 $9 \times 70 = 630$, czyli 3 dz. i 6 s.; w 2-m rze-
7884 dzie pod kręską piszę cyfry 3 i 6 na 2-m
i 3-m miejscu.

$9 \times 800 = 7200$, czyli 2 s. i 7 t.; w 3-m rzędzie pod krę-
ską piszę cyfry 2 i 7 na miejscach: 3-m i 4-m. N. Ile
otrzymaliście iloczynów? U. 3. N. Przeczytajcie je.
U. 54, 630 i 7200. N. Dodajcie je do siebie. Ucznio-
wie dodają i otrzymują sumę 7884.

N. Opowiedzcie, jakieście teraz wykonali to mno-
żenie. U. Pomnożyliśmy mnożną pokolei przez je-
dności, dziesiątki i setki mnożnika i te iloczyny czę-
ściowe dodaliśmy do siebie.

N. Poprzedniego sposobu używamy wtedy, kie-
dy pamięciowo wykonywamy mnożenie; tego zaś spo-
sobu, którym teraz znajdowaliście iloczyn, używamy
wtedy, kiedy wykonywamy mnożenie na piśmie.

Uczniowie wykonają dwoma sposobami:

Zadania.

$$3 \times 496 = ?$$

$$8 \times 689 = ?$$

$$9 \times 573 = ?$$

$$12 \times 325 = ?$$

$$15 \times 497 = ?$$

$$24 \times 268 = ?$$

N. Do składu szkła przywieziono z huty 748 tu-
zinów szklanek. Ile przywieziono szklanek? Uczniowie
powtarzają zadanie. N. Co to jest tuzin? U. 12 sztuk.
N. Więc tuzin szklanek jestto 12 szklanek. Ile razy więcéj
niż 12 szklanek przywieziono do składu. U. 748 razy.
N. Co więc powiecie o szukanéj ilości szklanek? U. Li-
czba ta jest iloczynem, w którym mnożną jest liczba
12 szk., a w mnożniku jest tyle jedności, ile jest jedno-

stek w liczbie 748 tuzinów. Nauczyciel pisze: $12 \text{ szk.} \times 748 = ?$ Uczniowie szukają iloczynu 2-ma sposobami:

$$\begin{array}{r} 1) \quad 12 \times 700 = 8400 \\ \quad 12 \times 40 = 480 \\ \quad 12 \times 8 = 96 \\ \hline \quad \quad 8976 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad 12 \\ \quad \times 748 \\ \hline \quad 96 \\ \quad 48 \\ \quad 84 \\ \hline 8976 \end{array}$$

Więc: $12 \text{ szk.} \times 748 = 8976 \text{ szk.}$

N. Ile więc szklanek przywieziono do składu? U. 8976 szklanek.

N. Wróćmy jeszcze do naszego zadania. Przypuszczam, że w tym składzie jest długi stół. Ustawmy na nim przywiezione szklanki w równe rzędy, po 12 szklanek w każdym. Ile będziemy mieli rzędów? U. Tyle, ile jest tuzinów, to jest: 748. N. Będziemy teraz te szklanki zbierali ze stołu i przestawiali do szaf sklepowych; weźmy naprzód z każdego rzędu po jednej szklance i przeniesmy je do szafy; ile szklanek postawimy w szafie? U. 748 szklanek. N. Po ile szklanek zostało na stole w każdym rzędzie? U. Po 11. N. Bierzymy powtórnie z każdego rzędu po jednej szklance i te szklanki stawiamy w szafie; ile szklanek postawiliśmy tym razem w szafie. U. Znowu 748 szklanek. N. Po ile szklanek pozostało teraz na stole w każdym rzędzie? U. Po 10 szklanek. N. Jeżeli po raz 3-ci weźmiemy z każdego rzędu po jednej szklance i te szklanki również postawimy w szafie, to ile znowu przybędzie szklanek do szafy i po ile ich zostanie na stole w każdym rzędzie? U. Do szafy przybędzie jeszcze 748 szklanek, a w każdym rzędzie na stole pozostanie po 9 szklanek. N. Ile razy wzięliśmy z każdego rzędu po jednej szklance? U. 3 razy. N. Ile razy postawiliśmy w szafie po 748 szkla-

nek? U. Także 3 razy. N. Ile jeszcze razy możemy z każdego rzędu na stole wziąć po jednej szklance? U. 9 razy. N. Ile więc razy postawimy jeszcze w szafie po 748 szklanek? U. Jeszcze 9 razy. N. Ile więc razy mieć będziemy teraz w szafie po 748 szklanek? U. 12 razy. N. Co pozostało na stole? U. Nic. N. Mamy w szafie 12 razy po 748 szklanek. Co więc powiecie o ilości tych szklanek? [U. Liczba ta jest iloczynem, w którym mnożną jest liczba 748 szklanek, a w mnożniku jest tyle jedności, ile razy przenosiliśmy szklanki ze stołu do szafy; to jest: 12 jedności. Nauczyciel pisze:

$$748 \text{ szk.} \times 12 = ?$$

Uczniowie wykonywają działanie 2-ma sposobami:

$$\begin{array}{r} 1) \quad 748 \times 10 = 7480 \\ 748 \times 2 = 1496 \\ \hline 8976 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad 748 \\ \times 12 \\ \hline 1496 \\ 748 \\ \hline 8976 \end{array}$$

Więc: $748 \text{ szk.} \times 12 = 8976 \text{ szk.}$

N. Widzicie, że liczba szklanek przywiezionych do składu, dała się przedstawić w postaci iloczynu 2-ma sposobami. Gdyśmy te szklanki liczyli na stole, to ich liczba była: $12 \text{ szk.} \times 748$; po przeniesieniu ich do szafy, ta sama liczba stała się iloczynem $748 \text{ szk.} \times 12$. Widzimy więc, że te dwa iloczyny są równe, czyli:

$$12 \text{ szk.} \times 748 = 748 \text{ szk.} \times 12.$$

N. a) Przed świętami Wielkiejnocy przywieziono do miasta na rynek 579 mendli jaj; ile przywieziono jaj? (W mendlu jest 15 sztuk).

b) W papieżni zakupiono do drukarni 386 liber papieru; ile zakupiono arkuszy? (Libra papieru drukarskiego ma 25 arkuszy.)

Każde z tych dwu zadań nauczyciel rozwiąże, na wzór zadania o szklankach, 2-ma sposobami. Po rozwiązaniu tych 3-ch zadań nauczyciel wypisze na tablicy następujące 3 wzory:

$$12 \text{ szkl.} \times 748 = 748 \text{ szk.} \times 12$$

$$15 \text{ jaj} \times 579 = 579 \text{ jaj} \times 15$$

$$25 \text{ ark.} \times 386 = 386 \text{ ark.} \times 25.$$

Zadania.

$5 \times 573 = ?$ $8 \times 679 = ?$ $9 \times 873 = ?$ i t. d.
Każde z tych zadań uczniowie zrobią 2-ma sposobami.

$$\begin{array}{r} 1) \qquad \qquad 5 \\ \times 573 \\ \hline 15 \\ 35 \\ 25 \\ \hline 2865 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \qquad \qquad 573 \\ \times 5 \\ \hline 2865 \end{array}$$

I t. d.

Kupiec miał: 479 papierków 3-rublowych, 278 5-rublowych i 147 25-rublowych. Kupił 149 ćwierci nasienia koniczyzny po 27 rubli i 186 korcy pszenicy po 9 rubli za korzec. Ile mu pozostało rubli po zapłaceniu za kupione zboże?

§ 120. MNOŻNIK 1000.

Nauczyciel pisze: $7 \times 1000 = ?$

N. Mamy 7 pomnożyć przez 1000, to jest: mamy znaleźć sumę 1000-a składników, z których każdy jest liczbą 7. Ponieważ $1000 = 100 \times 10$, więc składniki szukanej sumy można ułożyć w 10 równych grup, w każdej po 100 składników. Suma składników każdej grupy jest:

$$7 \times 100 = 700.$$

Grup mamy 10, więc i sum częściowych jest 10, a że te sumy są równe i każda jest liczbą 700, więc cała suma jest 700×10 czyli 7000. Przeto:

$$7 \times 1000 = 7000.$$

Stąd widzimy, że jeżeli mnożnikiem jest liczba 1000, to w iloczynie jest tyle tysięcy, ile jedności w mnożnej; a więc: ażeby liczbę pomnożyć przez 1000, należy dopisać do niej z prawej strony 3 zera. Nawzajem, liczba, mająca 3 zera na końcu (to jest na miejscach: 1-m, 2-m i 3-m), jest sumą 1000 równych składników; z których w każdym jest tyle jedności, ile w sumie jest tysięcy. Np. liczba 5000 jest sumą 1000 składników, z których każdy jest liczbą 5.

§ 121. DZIELENIE. — DZIELNIK JEDNOCYFROWY. — SPOSÓB PAMIĘCIOWY SZUKANIA ILOBAZU.

Możemy, rozpoczynając naukę dzielenia, wziąć takie przykłady, w których dzielną jest liczba, powstająca z iloczynu dwu liczb jednocyfrowych przez dopisanie jednego albo dwu zer na końcu. Przypuśćmy, że przedmiotem pogadanki z uczniami jest dzielenie, w którym dzielnikiem jest liczba 6.

6	60	600	Nauczyciel pisze z tabliczki mnożenia szereg 6-y. N. Co jest na tablicy? U. Iloczyn dwu liczb, z których jedną jest liczba 6. N. Jeżeli każda z tych liczb pomnożymy przez 10, to jakie liczby otrzymamy jako iloczyny? U. 60, 120, 180, i t. d., 540, 600. Nauczyciel wypisuje te iloczyny obok poprzednich. N. A jeżeli każdą z liczb pierwszego
12	120	1200	
18	180	1800	
24	240	2400	
30	300	3000	
36	360	3600	
42	420	4200	
48	480	4800	
54	540	5400	
60	600	6000	

szeregu pomnożymy przez 100, to jakie liczby otrzymamy jako iloczyny? U. 600, 1200, 1 800, i t. d., 5400, 6000. Nauczyciel wypisuje znowu te iloczyny obok poprzednich.

N. Macie na tablicy 3 szeregi liczb; będziemy te liczby wymierzać liczbą 6. Ale poprzednio powiedzcie, o co nam idzie, gdy chcemy wymierzyć liczbą 6 liczbę daną? U. Idzie nam o to, aby znaleźć, ile razy liczba 6 mieści się w danej liczbie; albo: liczbę daną rozłożyć na części równe 6 jednościom. (Porów. str. 39.)

N. Pierwszy szereg liczb, będących na tablicy wymierzcie liczbą 6 i napiszcie odpowiednie wzory. U. $6:6=1$, $12:6=2$, $18:6=3$, i t. d. $54:6=9$, $60:6=10$.

N. O pierwszej liczbie 2-go szeregu wiemy już, że $60=6 \times 10$; więc $60:6=10$. Weźmy teraz liczbę 120. Nauczyciel pisze:

$$120:6=?$$

N. Wiecie, że dzielna 120 jest iloczynem liczby 12 przez 10. Inaczej: liczba 120 jest sumą 10-u składników, z których każdy jest liczbą 12. Jeżeli więc liczbę 120 rozłożymy na równych części 10, to jaką będzie każda taka część? U. Liczbą 12. N. Liczba 6 w każdej z tych części mieści się 2 razy, a więc w całości, czyli w liczbie 120, liczba 6 mieści się 10 razy po 2 razy, to jest 20 razy. A więc: $120:6=20$.

N. Wymierzcie teraz sami liczbę 180 liczbą 6. U. Rozkładamy naprzód 180 na 10 równych części; każda część jest liczbą 18. Ponieważ 6 w 18-tu mieści się 3 razy, więc w 180-u mieści się 10 razy po 3 razy, czyli 30 razy. Stąd: $180:6=30$.

Rozumując w podobny sposób, uczniowie wyprowadzą wzory:

$$240:6=40, 300:6=50, \text{ i t. d., } 540:6=90, 600:6=100.$$

N. Jak otrzymaliście liczbę 1200? U. Mnożąc 12 przez 100. N. Liczba więc 1200 jest iloczynem liczby 12 przez 100, czyli jest sumą 100-u składników, z których każdy jest liczbą 12. Wymierzcie teraz każdy składnik liczbą 6 i powiedzcie, ile razy 6 mieści się w sumie. U. Ponieważ 6 w 12-tu mieści się 2 razy, więc w 1200-u mieści się 100 razy po 2 razy, czyli 200 razy. To jest $1200 : 6 = 200$.

W taki sam sposób dadzą się wyprowadzić wzory:

$$1800 : 6 = 300, 2400 : 6 = 400, \text{ i t. d.}, 6000 : 6 = 1000.$$

W czasie przerabiania z uczniami następujących ustępów (A—D) nauczyciel pozostawia na tablicy wypisane na początku tego paragrafu szeregi liczb.

A). N. Znajdźcie 2 liczby: jedną, w której 6 mieści się 20 razy, i drugą, w której 6 mieści się 7 razy. U. 120 i 42. N. Dodajcie je do siebie. U. 120 i 42 jest 162. N. Napiszcie, coście powiedzieli. Uczniowie piszą: $120 + 42 = 162$. N. Wymierzcie tę sumę liczbą 6. U. 162 składa się z dwu części: 120 i 42; ponieważ 6 w jednej części mieści się 20 razy, a w 2-jej 7 razy, więc w całości, czyli w liczbie 162, mieści się 27 razy. N. Napiszcie wzór tego ilorazu. Uczniowie piszą:

$$162 : 6 = 27.$$

Nauczyciel zastosowuje ten wzór do zadań:

Ile jest sążni w 162 stopach polskich?

Jabłko kosztuje 6 groszy; ile jabłek można kupić za 162 grosze?

Ile jest ławek w szkole, jeżeli na każdej ławce siedzi 6-u uczniów, a wszystkich uczniów jest 162? I t. d.

Po rozwiązaniu każdego z tych zadań, uczniowie powinni do niego zastosować wzór dzielenia, napisany na tablicy. Mianowicie pod wzorem powyższym napiszą:

$$162 \text{ stopy} : 6 \text{ stóp} = 27$$

$$162 \text{ gr.} : 6 \text{ gr.} = 27$$

$$162 \text{ ucz.} : 6 \text{ ucz.} = 27. \text{ I t. d.}$$

N. Urzędnik złożył w kasie oszczędności 6-tą część swego miesięcznego zarobku. Ile on złożył w kasie, jeżeli miesięczny jego zarobek wynosi 162 ruble?

Staś ma 162 książki i 6-tą ich część oddał do oprawy; ile książek dał on do oprawy? I t. d.

Uczniowie rozwiązują te zadania i piszą:

$$162 \text{ rub.} : 6 = 27 \text{ rub.}, \quad 162 \text{ ks.} : 6 = 27 \text{ ks. i t. d.}$$

B). Nauczyciel pisze na tablicy: $534 : 6 = ?$

Czy którakolwiek z liczb, wypisanych w tych szeregach, które są na tablicy, jest liczbą 534, która jest teraz dzielną? U. Nie. N. Wymieńcie z napisanych na tablicy dwie po sobie następujące liczby, między którymi znajduje się dzielna 534. U. 480 i 540. N. Odejmijcie od dzielnej liczbę 480 i powiedzcie, co pozostanie. U. 534 bez 480, pozostanie 54. N. Napiszcie ten wzór. Uczniowie piszą: $534 - 480 = 54$. N. Na ile części rozłożyliście dzielną 534 i jakie są te części? U. Na 2 części: 480 i 54. N. Napiszcie wzór odpowiedni. Uczniowie piszą: $480 + 54 = 534$. N. Wymierzcie te części liczbą 6 i powiedzcie, ile razy 6 mieści się w całości. U. 6 w 480-u mieści się 80 razy w 54-ch 9 razy, więc w liczbie 534 mieści się 89 razy. N. Napiszcie wzór. Uczniowie piszą:

$$534 : 6 = 89.$$

N. Pociąg pospieszny kolei żelaznej przebiega na godzinę 6 mil; w ciągu ilu godzin on przebieży 534 mile?

Handlarz owoców sprzedaje za złoty 6 jabłek ile on złotych otrzyma ze sprzedaży 534 jabłek?

We wsi jest 534 mieszkańców; 6-ta ich część trudni się rybołówstwem; ilu jest w tej wsi rybaków?

C). N. Z każdego szeregu liczb, napisanych na tablicy, wybierzcie po jednej i dodajcie je do siebie. Uczniowie wybierają naprzykład liczby: 2400, 180 i 36 i piszą wzór: $2400 + 180 + 36 = 2616$. N. Z ilu i jakich części składa się liczba 2616? U. Z 3-ch części: 2400, 180 i 36. N. Znajdźcie, ile razy 6 mieści się w całości, czyli w liczbie 2616. U. 6 w 2400 mieści się 400 razy, w 180-u 30 razy, w 36-u 6 razy; przeto w ich sumie mieści się 436 razy. A więc:

$$2616 : 6 = 436.$$

N. Ilu robotnikom wypłacono 2616 rubli, jeżeli każdy z nich dostał po 6 rubli?

6 łokci sukna kosztuje 2616 kopiejek. Ile kosztuje łokieć tego sukna? I t. d.

D). Nauczyciel pisze: $1788 : 6 = ?$

N. Pośród liczb napisanych na tablicy znajdźcie dwie po sobie następujące, między którymi znajduje się liczba 1788. U. 1200 i 1800. N. Odejmijcie 1200 od 1788 i powiedzcie, co zostanie. U. 1788 bez 1200 jest 588. Uczniowie piszą: $1788 - 1200 = 588$. N. Znajdźcie teraz dwie liczby po sobie następujące, między którymi znajduje się reszta 588. U. 540 i 600. N. Odejmijcie 540 od 588, powiedzcie, co zostanie, i napiszcie wzór odpowiedni. U. $588 - 540 = 48$. N. Na ile części rozłożyliście dzielną i jakiego są części? U. Na 3 części: 1200, 540 i 48. Uczniowie piszą:

$$1200 + 540 + 48 = 1788.$$

N. Znajdźcie, ile razy liczba 6 mieści się w dzielnej. U. 6 w 1200 mieści się 200 razy, w 540-u 90 razy, w 48-u 8 razy; więc w całości liczba 6 mieści się 298 razy. $1788 : 6 = 298$.

N. W składzie mebli sprzedano krzeseł za 1788 rubli; ile sprzedano krzeseł, jeżeli cena każdego jest 6 rubli?

N. Pewna osoba zobowiązała się wypłacić należność wynoszącą 1788 rubli w 6-u równych miesięcznych ratach; jak wielką ma być rata miesięczna?

Zupełnie taksamo, wychodząc z innych szeregów liczb w tabliczce mnożenia, nauczyciel przerabia z uczniami dzielenie przez inne jednocyfrowe liczby.

Zadania.

$$\begin{array}{l}
 138 : 2 = ? \quad 228 : 3 = ? \quad 316 : 4 = ? \quad 195 : 5 = ? \quad 312 : 6 = ? \\
 176 : 2 = ? \quad 174 : 3 = ? \quad 272 : 4 = ? \quad 285 : 5 = ? \quad 474 : 6 = ? \\
 192 : 2 = ? \quad 252 : 3 = ? \quad 384 : 4 = ? \quad 345 : 5 = ? \quad 552 : 6 = ? \\
 252 : 7 = ? \quad 216 : 8 = ? \quad 504 : 9 = ? \\
 329 : 7 = ? \quad 392 : 8 = ? \quad 702 : 9 = ? \\
 644 : 7 = ? \quad 496 : 8 = ? \quad 855 : 9 = ? \quad \text{I t. d.}
 \end{array}$$

§ 122. DZIELNIK JEDNOCYFROWY.—PIŚMIENNY SPOSÓB SZUKANIA ILORAZU.

8(*)	3752	Nauczyciel pisze na
16	— 3200 : 8 = 400	tablicy: 3752 : 8 = ?
24	552	i na boku odpowiedni,
32	— 480 : 8 = 60	t. j. 8-my szereg z ta-
40	72	bliczki mnożenia.
48	— 72 : 8 = 9	N. Czy można
56	0 469	każdą liczbę tego(*)
64		szeregu odjąć od
72		dzielną 3752? U. Mo-
80		żna. N. Dlaczego?

U. Bo każda z nich jest mniejsza od liczby 3752. N. Jeżeli każdą liczbę tego (*) szeregu pomnożymy przez 10, t. j. dopiszemy do każdej z prawej strony jedno

zero, to czy można będzie każdy z tych iloczynów odjąć od dzielnej? U. Można. N. A jeżeli liczby tego (*) szeregu pomnożymy przez 100, t. j. dopiszemy do każdej z nich 2 zera, to czy można będzie każdy z tych iloczynów odjąć od dzielnej? Uczniowie po namyśle odpowiadają, że można odjąć następujące tylko iloczyny: 800, 1600, 2400 i 3200. N. Odejmijcie największy z nich Uczniowie od liczby 3750 odejmują 3200 i otrzymują resztę 552. N. Które liczby z zerem na końcu można odjąć od reszty 552. U. 80, 160, 240, 320, 400 i 480. N. Odejmijcie największą z nich. Uczniowie od liczby 552 odejmują 480 i otrzymują 2-ą resztę 72. N. Którą liczbę tego (*) szeregu można odjąć od 2-jej reszty? U. 9-tą liczbę, to jest 72. Uczniowie odejmują i jako resztę piszą 0. N. Ile razy wykonaliście odejmowanie? U. 3 razy. N. Jakie liczby odejmowaliście? U. 3200, 480 i 72. N. Co zostało? U. Nic. N. Dzielna więc 3752 została rozłożona na 3 części, mianowicie: 3200, 480 i 72. Szukajcie teraz ilorazu. Uczniowie dowiadują się, ile razy 8 mieści się w każdej części dzielnej i otrzymane częściowe ilorazy dodają do siebie. Więc:

$$3752 : 8 = 469.$$

$$\begin{array}{r} 4235 \\ - 4200 : 7 = 600 \\ \hline 35 \\ - 35 : 7 = 5 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 600 \\ 605 \end{array}$$

Nauczyciel pisze:

$$4235 : 7 = ?$$

N. Powiedzcie z tabliczki mnożenia szereg 7-y. U. 7, 14, 21, i t. d., 70. N. Powiedzcie, jakie otrzymacie ilo-

czyny, jeżeli te liczby pomnożycie przez 10? U. 70, 140, 210, i t. d., 700. N. A jakie otrzymacie iloczyny, mnożąc owe liczby przez 100? U. 700, 1400, 2100 i t. d., 7000. N. Jaką największą z wyliczonych liczb można odjąć od dzielnej 4235? U. 4200. N. Odejmijcie ją od liczby 4235 i powiedzcie, jaką otrzymacie

resztę? U. 35. N. Co możecie od niej odjąć? U. 35. W taki sposób uczniowie rozłożyli dzielną na 2 części: 4200 i 35, a znajdując następnie, ile razy 7 mieści się w każdej z tych części, dowiadują się, że:

$$4235 : 7 = 605.$$

$$\begin{array}{r} 5340 \\ - 4800 : 6 = 800 \\ \hline 540 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 540 : 6 = 90 \\ \hline 0 \quad \quad 890 \end{array}$$

Nauczyciel pisze:

$$5340 : 6 = ?$$

Uczniowie wyliczają liczby

3-go szeregu z tabliczki mnożenia, oraz iloczyny tych liczb przez 10 i przez 100; następnie,

zapomocą dwukrotnego odejmowania, rozkładają dzielną na 2 części: 4800 i 540, a wykazawszy, ile razy w każdej z tych części mieści się liczba 6, znajdują na koniec, że:

$$5340 : 6 = 890.$$

Zadania.

$$2268 : 3 = ?$$

$$812 : 2 = ?$$

$$6960 : 8 = ?$$

$$3948 : 4 = ?$$

$$2428 : 4 = ?$$

$$5180 : 7 = ?$$

$$1985 : 5 = ?$$

$$6345 : 9 = ?$$

$$4410 : 9 = ?$$

Każdy z otrzymanych tu wzorów uczniowie zastosują do odpowiednio dobranych zadań.

§ 123. DZIELENIE PIŚMIENNE PRZEZ LICZBĘ JEDNOCYFROWĄ (CIĄG DAJSZY).

Nauczyciel pisze na tablicy $4923 : 9 = ?$ Chcąc oznaczyć liczbę cyfr ilorazu, nauczyciel pisze na tablicy dwie liczby: 900 i 9000 i zawiązuje z uczniami taką pogadankę.

Liczba 900 ma na końcu 2 zera; co więc o nią możecie powiedzieć? U. 900 jest sumą 100 składni-

ków 9. N. Ile więc razy 9 mieści się w liczbie 900? U. 100 razy. N. Porównajcie dzielną 4923 z liczbą 900 i powiedzcie, która z nich jest większa? U. Dzielną 4923. N. Więc 9 w dzielnej 4923 mieści się więcej niż 100 razy; powiedzcie to inaczej. U. Iloraz, którego szukamy, jest większy od 100. N. A co powiecie o liczbie 9000? U. 9000 jest sumą 1000-ca składników 9. N. Ile więc razy 9 mieści się w liczbie 9000? U. 1000 razy. N. Porównajcie dzielną 4923 z liczbą 9000 i powiedzcie, która z tych liczb jest mniejsza? U. Dzielną 4923 jest mniejsza od liczby 9000. N. Więc 9 w dzielnej 4923 mieści się mniej niż 1000 razy. Jak to inaczej powiecie? U. Iloraz którego szukamy, jest mniejszy od 1000. N. Iloraz więc, którego szukamy, jest zawarty między liczbami 100 i 1000. Wiecie, że wszystkie liczby, pośrednie między tymi liczbami krańcowymi, są trzycyfrowe; co więc powiecie o ilorazie szukanym? U. Iloraz szukany jest liczbą trzycyfrową, to jest złożoną z setek, dziesiątków i jedności.

Nauczyciel we wzorze, będącym na tablicy, ścięra znak zapytania i znak równości, a zamiast znaku dzielenia prowadzi króskę pionową, nieco na dół przeciągniętą, i mówi: ta króska oddzieli dzielnik od dzielnej i ilorazu. Następnie pod dzielnikiem prowadzi króskę poziomą, a pod nią

4923	9	
— 45	547	
— 42		...
— 36		
— 63		
— 63		
— 0		

umieszcza trzy kropki, mówiąc: pod króską będziemy pisali iloraz; przeto ta króska oddzieli dzielnik od ilorazu. Wiecie, że iloraz szukany jest liczbą trzycyfrową; niechaj te miejsca, na których będziemy pisali cyfry setek, dziesiątków i jedności ilorazu, będą oznaczone tymi trzema kropkami.

N. Znajdziemy naprzód cyfrę setek ilorazu. W dzielnej, jak widzicie, są 4 tysiące i 9 setek; otóż, rozmieńcie te 4 tysiące na setki, dodajcie 9 setek i powiedzcie, jaką otrzymacie sumę? U. $4t. = 40s., 40s. + 9s. = 49s.$, czyli 4900. N. Wiecie, że liczba 4900 jest sumą 100 równych składników; więc jeżeli ją rozłożymy na 100 równych części, to jaka będzie każda część? U. 49 jedności. N. Powiedzcie iloczyn dzielnika przez jedno cyfrowe liczby. U. 9, 18, 27, i t. d., 81. N. Między którymi z tych liczb znajduje się liczba 49? U. Między liczbami: 45 i 54? N. O ile jedności liczba 49 jest większą od 45-u? U. O 4 jedności. N. Wiecie, że 9 mieści się w 45-u 5 razy, czyli 9 można odjąć od 45-u 5 razy; ile więc razy można odjąć 9 od 49-u? U. Także 5 razy, ale pozostanie jeszcze 4. N. Otóż uważcie: 49 setek dzielnej rozłożyliśmy na równych części 100, z których każda jest liczbą 49 jedności; jeżeli od każdej z tych części odejmiemy 5 razy po 9, to ile razy odejmiemy liczbę 9 od wszystkich 49-u setek? U. 100 razy po 5, to jest 500 razy (nauczyciel pisze w ilorazie na 3-m miejscu cyfrę 5). N. 500 razy 9 jest 4500, czyli 45 s. Odejmiemy 45 s. od 49 s. (nauczyciel pod liczbą 49, oznaczającą setki dzielnej podpisuje 45 i odejmuje: zostaje 4).

N. Zostały w dzielnej 4 setki. Rozmieńcie je na dziesiątki i dodajcie 2 dziesiątki dzielnej. U. $4s. = 40dz., 40dz. + 2dz. = 42dz.$ (nauczyciel z prawej strony reszty 4 dopisuje cyfrę 2).

N. Liczba 42 dz., czyli 420, jest sumą 10-u składników 42. Wiecie, że 9 w 42 mieści się 4 razy; jeżeli więc od każdego składnika 42 odejmiemy 4 razy po 9, to ile razy odejmiemy liczbę 9 od 42 dz.? U. 10 razy po 4, to jest 40 razy (nauczyciel pisze w ilorazie na 2-m miejscu cyfrę 4).

N. 40 razy 9 jest 360, czyli 36 dz. (nauczyciel pod liczbą 42, oznaczającą dziesiątki reszty, podpisuje 36 i odejmuje: pozostaje 6).

N. Zostało 6 dziesiątków. Rozmieńcie je na jedności i dodajcie 3 jedności dzielnej. U. 6 dz. = 60, $60 + 3 = 63$ jedności (nauczyciel z prawej strony 2-jej reszty 6 dopisuje cyfrę 3).

N. Ile razy 9 mieści się w liczbie 63? U. 7 razy (nauczyciel pisze w ilorazie na 1-m miejscu cyfrę 7).

N. 7 razy 9 jest 63 (nauczyciel pod liczbą 63, oznaczającą jedności 2-jej reszty, podpisuje iloczyn 63, odejmuje, i dla wyraźnego oznaczenia, że nic nie pozostało, pisze zamiast reszty cyfrę 0, co wyjaśnia uczniom).

Uczniowie pod kierunkiem nauczyciela powtarzają powyższe rozumowanie na innych liczbach. Np.

$$\begin{array}{r|l} 6152 & 8 \end{array}$$

N. Czego się naprzód trzeba dowiedzieć? U. Ile jest cyfr w ilorazie. N. Powiedzcie liczby, w których się dzielnik 8 mieści: 10 razy, 100 i 1000 razy. U. 80, 800 i 8000. N. Mędzy którymi z tych liczb znajduje się dzielna? U. Pomiędzy liczbami 800 i 8000. I t. d. (uczniowie tak, jak poprzednio, dowiadują się, że iloraz będzie trzycyfrowy).

N. Któręj z tych cyfr będziemy naprzód szukali? U. Cyfry setek. N. Ile dzielna ma wszystkich setek? U. 61 s. N. Dlaczego? U. Bo 6 t. = 60 s.; 60 s. + 1 s. = 61 s. N. Szukajcie setek ilorazu tak, jak to robiliśmy w przykładzie poprzednim. U. Jeżeli 61 s. rozłożymy na równych części 100, to w każdej będzie 61 jedności; 8 w 61 mieści się 7 razy; więc od liczby 61 można liczbę 8 odjąć 7 razy; nadto pozostanie 5. Jeżeli od każdej części, to jest od każdej liczby 61, odej-

miemy dzielnik 7 razy, to od 61 s. odejmiemy dzielnik 700 razy.

N. Króćej tak zwykle mówimy: ponieważ 8 w 61 mieści się 7 razy, więc cyfra setek ilorazu jest 7; napiszę tu cyfrę 7 na 3-m miejscu. 700 razy 8 jest 5600, czyli 56 s., podpisuję 56 s. pod 61 s.; odejmuję; zostaje 5 s. Cóż teraz należy zrobić? U. Należy rozmienić 5 s. na dziesiątk i dodać 5 dziesiątków; 5 s. = 50 dz.; 50 dz. + 5 dz. = 55 dz.

$$\begin{array}{r|l}
 61\ 55 & 8 \\
 - 56 & 769 \\
 \hline
 55 & \dots \\
 - 48 & \\
 \hline
 72 & \\
 - 72 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

(uczeń z prawej strony reszty 5 dopisuje cyfrę 5). Liczbę 55 dz. rozkładałam na 10 równych części; w każdej z tych części, to jest w liczbie 55, dzielnik 8 mieści się 6 razy. Jeżeli od każdej części odejmiemy 6 razy dzielnik 8, to od 55 dz. dzielnik będzie odjęty 60 razy. N. Jak to powiecie króćej? U. Ponieważ 8 w 55 mieści się 6 razy, więc cyfrą dziesiątków w ilorazie jest 6 (uczeń pisze w ilorazie na 2-m miejscu cyfrę 6).

U. 60 razy 8 jest 480, czyli 48 dz. (uczeń podpisuje 48 pod 55 i odejmuję). Zostało 7 dz. Rozmieniam je na jedności i dodaję 2 jedności; 7 dz. = 70; 70 + 2 = 72, (uczeń z prawej strony reszty 7 dopisuje cyfrę 2).

U. 8 w 72 mieści się 9 razy (uczeń pisze w ilorazie na 1-m miejscu cyfrę 9), 9 razy 8 jest 72 (uczeń podpisuje 72 pod liczbą 72 i odejmuję).

N. Ile razy wykonaliście odejmowanie? U. 3 razy. N. Przez to trzykrotne odejmowanie, na ile i na jakie części dzielna została rozłożona? U. Na 3 części: 56 s., 48 dz. i 72. N. Odejmując od dzielnej pierwszą część, to jest 56 s., ile razy odjęliście dzielnik 8? U. 700 razy. N. Odejmując 2-gą i 3-cią część, to jest: 48 dz. i 72, ileście razy odjęli dzielnik 8? U. 60

razy i 9 razy. N. Więc ostatecznie, ile razy dzielnik 8 został odjęty od dzielnej? U. 768 razy. N. Ile więc razy 8 mieści się w liczbie 6152? U. 768 razy. Liczba więc 768 jest szukanym ilorazem. Ponieważ z ostatniego odejmowania nie otrzymaliśmy reszty, więc mówimy, że liczba 8 mieści się w liczbie 6152 768 razy bez reszty.

Zadania.

$2895 : 3 = ?$	$4295 : 5 = ?$	$3976 : 7 = ?$
$2572 : 4 = ?$	$4788 : 6 = ?$	$7864 : 8 = ?$
$8883 : 9 = ?$	i t. d.	

Uczniowie oznaczają naprzód ilość cyfr ilorazu, a następnie przy wynajdywaniu tych cyfr, powtarzają szczegółowo powyższe rozumowanie.

§ 124. WYNAJDYWANIE POŁOWY, TRZECIEJ CZĘŚCI I T. D.

N. Koncert, dany w Warszawie na cel dobroczynny, przyniósł dochodu 4374 ruble. Z tego dochodu ofiarowano: 1) połowę na ochrony, 2) 6-tą część na szpital dziecienny, 3) 9-tą część na czytelnie bezpłatne, i 4) resztę tego dochodu na osady rolne. Ile rubli dostała każda z tych instytucyj dobroczynnych?

Uczniowie, jak zwykle, powtarzają zadanie i, przy pomocy stosownej pogadanki, dochodzą do wniosku, że dla rozwiązania zadania należy liczbę 4374 rub. rozłożyć na takie 4 części, żeby jedna była połową téj całości (liczby 4374 rub.), 2-ga 6-tą jęj częścią, 3-cia 9-tą jęj częścią, a wtedy reszta będzie ostatnią jęj częścią. N. Co mamy znaleźć naprzód? U. Połowę liczby 4374 rub. N. Powiedzcie: jeden rubel jest połową ilu rubli? U. Połową 2 ru-

bli. N. Dowiedźcie się, ile razy liczba 2 mieści się w liczbie 4374.

Uczniowie dzielą:

N. Ile razy liczba 2 mieści się w liczbie 4374?

$$\begin{array}{r}
 4374 \quad | \quad 2 \\
 - 4 \quad | \quad 2187 \\
 \hline
 3 \\
 - 2 \\
 \hline
 17 \\
 - 16 \\
 \hline
 14 \\
 - 14 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

U. 2187 razy. N. Ile więc razy od 4374 rub. można odjąć po 2 ruble? U. 2187 razy. N. Jeżeli za każdym razem, odjąwszy 2 ruble, oddzielimy połowę tych 2-u rubli, t. j. 1 rubel, to odejmując 2 rub. od 4374 rub. 2187 razy, oddzielimy wszystkiego 2187 rubli. A więc połową liczby 4374 rub. jest 2187 rub. Uczniowie powtarzają powyższe rozumowanie.

N. Liczbę 4374 można także rozłożyć na 2 równe części, czyli rozłożyć ją na połowy, nie dowiadując się uprzednio, ile razy liczba 2 mieści się w liczbie 4374. Nauczyciel pisze na tablicy:

$$4373 \text{ rub.} : 2 = ?$$

N. Przeczytajcie, co jest napisane na tablicy? U. Liczbę 4374 rub. rozłożyć na 2 równe części. N. Powiedźcie to inaczej. U. Znaleść połowę liczby 4374 rub. N. Ile macie tysięcy? U. 4 t. N. Połowa 4-ch tysięcy jest 2 t. (nauczyciel ścięra we wzorze znak zapytania i, oznaczywszy 4 kropki, pisze w ilorazie na 4-m miejscu cyfrę 2). N. Ile mamy setek? U. 3 s. N. 3-ch s. nie można tak rozłożyć na 2 równe części, ażeby każdą z tych części stanowiły całe setki. Dlatego bierzemy tylko 2 s. i dzielimy je na połowy. Połowa 2 s. jest 1 s. (nauczyciel pisze w ilorazie na 3-m miejscu cyfrę 1). N. Została 1 s.; rozmieńcie ją na dziesiątki i dodajcie dziesiątki dzielnej. U. 1 s. = 10 dz.; 10 dz. + 7 dz. = 17 dz. N. Czy liczbę 17 możecie podzielić

bez reszty na połowy? U. Nie. N. Wymieńcie liczby mniejsze od 17, które się dzielą bez reszty na połowy. U. 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 i 16. N. Z tych liczb najbliższą 17-u jest liczba 16; połowa 16-u jest 8; więc połowa 16 dz. jest 8 dz. (nauczyciel pisze w ilorazie na 2-m miejscu cyfrę 8). N. Ile jeszcze zostało dziesiątków nierozłożonych? U. 1 dz. N. Rozmieńcie go na jedności i dodajcie jedności dzielnej. U. 1 dz. = 10; $10 + 4 = 14$. N. Połowa 14-tu jest 7 (nauczyciel pisze w ilorazie na 1-m miejscu cyfrę 7). N. Jaka więc liczba jest połową liczby 4374r.? U. 2187 rub. N. Co ta liczba oznacza w zadaniu, które wam na początku powiedziałem? U. Jest to ilość rubli, ofiarowanych na ochrony.

N. Jaką część dochodu z koncertu ofiarowano na szpital dziecinny? U. 6-tą część. N. Będziemy jej szukali. Powiedzcie: jeden rubel jest 6-tą częścią ilu rubli? U. 6-u rub. N. Dowiedzcie się, ile razy 6 mieści się w 4374.

Uczniowie dzielą.

$$\begin{array}{r|l}
 4374 & 6 \\
 - 42 & 729 \\
 \hline
 17 & \\
 - 12 & \\
 \hline
 54 & \\
 - 54 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

N. Ile więc razy od 4374 rub. można odjąć po 6 rub. U. 729 razy. N. Jeżeli za każdym razem po odjęciu 6-u rubli oddzielimy 6-tą część tych 6-u rub., t. j. 1 rubel, to oddzielimy wszystkiego 729 rubli. A więc 6-tą częścią

liczby 4374 jest 729 rub. N. Liczbę 4374 można rozłożyć na 6 równych części, nie dowiadując się uprzednio, ile razy liczba 6 mieści się w liczbie 4374. Nauczyciel pisze na tablicy:

$$4374 \text{ rub.} : 6 = ?$$

N. W 6-jej części 4-cht. nie będzie całych tysięcy; dlatego rozmieńcie te 4t. na setki i dodajcie setki dziel-

něj. U. $4t. = 40s.$; $40s. + 3s. = 43s.$ N. Wymieńcie wszystkie liczby, mniejsze od 60-ciu, które dają się bez reszty podzielić na 6 równych części. U. 6, 12, 18, 24, 30, 35, 42, 48, 54. N. Liczba 43 nie znajduje się w tym szeregu liczb; jaka z liczbli tego szeregu, mniejsza od 43-ch, jest najbliższa 43-ch? U. 42. N. Jaka jest 6-ta część liczby 42? U. 7. N. Więc 6-ta część 42-u setek jest 7 s.; otóż, od 43 setek odejmujemy 42 s. i dzielimy je na równych części 6; w każdej z tych części jest 7s. (nauczyciel we wzorze ścięra znak zapytania i, oznaczywszy trzy kropki, pisze na 3-m miejscu cyfrę 7). N. Ile zostało setek niepodzielonych? U. 1s. N. Powiedzcie teraz sami: jak znaleźliśmy cyfrę setek ilorazu? U. O4 43s. odjęliśmy 42 s. i podzieliliśmy je na 6 równych części; otrzymaliśmy w ilorazie 7s. i została jeszcze niepodzielona 1 setka. N. Króć się tak mówi: 6-tą część 45-u setek jest 7s., a nadto zostaje reszta 1s. — Znajdźcie teraz sami cyfrę dziesiątków ilorazu. U. Rozmieniamy 1s. na dziesiątki i dodajemy dziesiątki dzielnej: $1s. = 10dz.$; $10dz. + 7dz. = 17dz.$ Od 17 dz. odejmujemy 12dz i dzielimy je na 6 równych części; na każdą część przypada po 2dz., a pozostaje niepodzielonych 5dz. N. Jak to króćej powiecie? U. 6-ta część 17-u dziesiątków jest 2dz., a nadto zostaje reszta 5 dz. (nauczyciel pisze w ilorazie na 2-m miejscu cyfrę 2). — N. Znajdźcie teraz sami cyfrę jedności ilorazu. U. $5dz. = 50$, $50 + 4 = 54$; 6-ta część 54-ch jest 9 bez reszty, (nauczyciel pisze w ilorazie na 1-m miejscu cyfrę 9). N. Więc:

$$4374rub. : 6 = 729rub.$$

N. Co ta liczba oznacza w zadaniu? U. Są to pieniądze, ofiarowane z koncertu na szpital dziecienny.

N. Czego się teraz trzeba dowiedzieć? U. Ile rubli ofiarowano na czytelnie bezpłatne. N. Co po-

wiedzano w zadaniu o tej ilości rubli? U. Ta ilość rubli jest 9-tą częścią całego dochodu z koncertu. N. Wiecie, że cały dochód z koncertu wynosi 4374 rub. Będziemy więc szukali 9-ej części tej liczby. Przy szukaniu tej 9-ej części liczby 4374 rubli można, jak poprzednio, albo naprzód dowiedzieć się, ile razy liczba 9 mieści się w liczbie 4374, albo odrazu rozkładać pokolei tysiące, setki, dziesiątki i jedności danej liczby na równych części 9. Otóż, znajdźcie iloraz tym ostatnim sposobem.

Nauczyciel pisze na tablicy.

$$4374 \text{ rub.} : 9 = ?$$

U. Ponieważ w 9-ej części 4-cht. nie będzie całych tysięcy, więc rozmieniamy je na setki i dodajemy setki dzielnej: 4t. = 40 s.; 40 s. + 3 s. = 43 s. N. Wymienicie liczby, mniejsze od 43-ch, które się dają podzielić bez reszty na 9 równych części. U. 9, 18, 27 i 36 N. Jaka jest 9-ta część 36-u? U. 4. N. Jaka jest więc 9-ta część 43-ch setek? U. 9-ta część 43 s. jest 4 s., a nadto zostaje reszta 7 s. (uczeń ścięra znak zapytania i w ilorazie, oznaczywszy uprzednio 3 kropki, na 3-m miejscu pisze cyfrę 4). N. Szukajcie cyfry dziesiątków ilorazu. U. 7 s. = 70 dz.; 70 dz. + 7 dz. = 77 dz.; 9-ta część 77 dz. jest 8 dz., a nadto zostanie reszta 5 dz. (uczeń pisze w ilorazie na 2-m miejscu cyfrę 8). U. 5 dz. = 50; 50 + 4 = 54. 9-ta część 54-ch jest 6 (uczeń pisze w ilorazie na 1-m miejscu cyfrę 6). Więc:

$$4374 \text{ rub.} : 9 = 486 \text{ rub.}$$

U. Na czytelnie bezpłatne ofiarowano 486 rub.

N. Czy zadanie nasze jest już zupełnie rozwiązane? U. Nie. N. Dlaczego? U. Bo nie wiemy jeszcze, ile otrzymają osady rolne. N. Znajdźcie to sami. (Uczniowie dodają liczby: 2187 rub., 729 r. i 486 r. i tę sumę odejmują od liczby 4374 r.)

Zadania.

5732 funty; 2==?	2785 pud. : 5==?	2952 jabł. : 8==f
7496 mil : 2==?	7830 pud. : 5==?	5976 funt. : 8==?
7707 rubli : 3==?	5256 korcy: 6==?	9872 kwar. : 8==?
5715 arku. : 3==?	8538 cent. : 6==?	3573 sążnie : 9==?
2936 godz. : 4==?	6475 cali : 7==?	8883 minuty : 9==?
9592 łokcie: 4==?	9996 złot. : 7==?	9756 dni : 9==?

I t. d.

Rozwiązując wszystkie te zadania, uczniowie wykonywają działania na pamięć i piszą tylko wypadki.

§ 125. DZIELNIK JEST WIĘKSZY OD 10-U.

N. Mieszkańcy wsi zebrali pomiędzy sobą 8856 gr. na założenie przy szkółce czytelní bezpłatnej dla dzieci. Ilu mieszkańców brało udział w tej składce, jeżeli każdy z nich dał po 24 gr.?

Uczniowie powtarzają zadanie i, przy stosownej z nauczycielem pogadance, dochodzą do wniosku, że dla rozwiązania zadania należy liczbę 8856 rozdzielić na takie części, iżby każda była równa liczbie 24, i dowiedzieć się, ile jest tych części; inaczej trzeba się dowiedzieć, ile razy liczba 24 gr. mieści się w liczbie 8856 gr.

Nauczyciel pisze na tablicy: $8856 \text{ gr.} : 24 \text{ gr.} = ?$

Przed rozpoczęciem dzielenia uczniowie układają tabliczkę iloczynów dzielnika przez liczby jednocyfrowe, t. j. szereg iloczynów, w których mnożną jest zawsze dzielnik 24, a mnożnik rośnie stopniowo od 1 do 9-u, któreto iloczyny nauczyciel wypisuje na tablicy. Następnie uczniowie dowiadują się, jak poprzednio, ile będzie cyfr w ilorazie.

N. Ile tysięcy jest w dzielnej? U. 8 tysięcy.

N. Rozmieńcie je na setki i dodajcie setki dzielnej.
U. $8t. = 80s.$; $80s. + 8s. = 88s.$ N. Rozłóżcie te 88s.

24	8856	24
48	— 72	369
72	<u>165</u>	
96	— 144	
120	<u>216</u>	
144	— 216	
168	<u>0</u>	
192		
216		

na 100 równych części i powiedzcie, jaka jest każda część? U- 88 jedności. N. Czy liczba 88 jest w szeregu iloczynów, napisanym na tablicy? U. Nie. N. Znajdźcie w tym szeregu najbliższą liczbę, mniejszą od 88.

U. 72. N. Ile razy 24 mieści się w 72? U. 3 razy. N. A ile razy 24 mieści się w 88? U. Także 3 razy, ale pozostanie reszta. N. Liczbę 88s. rozłożyliśmy na 100 części, równych liczbie 88 jedności; jeżeli od każdej z tych części odejmiemy 3 razy po 24, to od liczby 88s. liczba 24 zostanie odjęta 100 razy po 3, to jest 300 razy. Przypomnijcie sobie, jak to można krócej powiedzieć? U. Ponieważ 24 w 88-u mieści się 3 razy, więc cyfra setek w ilorazie jest 3 (uczeń pisze w ilorazie na 3-m miejscu cyfrę 3). N. Od dzielnej odejmijcie 300 razy dzielnik 24. U. 300 razy 24 jest 7200, czyli 72s. (uczeń pod liczbą 88s. podpisuje 72s. i odejmuje; pozostaje 16s.). N. Co pozostało? U. 16s. N. Co trzeba z nimi zrobić? U. Potrzeba te 16s. rozmieścić na dziesiątki i dodać 5 dziesiątków dzielnej. $16s = 160dz.$; $160dz. + 5dz. = 165dz.$ (uczeń z prawej strony reszty 16 dopisuje cyfrę 5). N. Czego teraz będziecie szukali? U. Cyfry dziesiątków ilorazu. N. Jak jój będziecie szukali? U. Rozłożymy 165 dz. na 10 równych części i dowiemy się, ile razy dzielnik 24 mieści się w jednej takiej części. N. Jaka jest

10-ta część liczby 165 dz.? U. 165 jedności. N. Ile razy 24 mieści się w 165 dz.? U. 6 razy. N. Dlaczego? U. Bo największa liczba w wypisanej tabliczce iloczynów dzielnika, którą można odjąć od 165-u, jest 144, a 24 w 144-ch mieści się 6 razy. N. Jaka więc jest cyfra dziesiątków ilorazu? U. 6 (uczeń pisze w ilorazie na 2-m miejscu cyfrę 6). N. Co teraz zrobicie? U. Od 165 dz. odejmę 60 razy dzielnik 24; 60 razy 24 jest 1440, czyli 144 dz. (uczeń pod liczbą 165 dz. podpisuje 144 dz. i odejmuje). U. Pozostało 21 dz.; rozmieniam je na jedności i dodaję 6 jedności dzielnej; 21 dz. = 210; $210 + 6 = 216$. N. Czy jest w tabliczce iloczynów dzielnika liczba 216? U. Jest. N. Ile się razy w niej mieści dzielnik 24? U. 9 razy. N. Ile więc jedności jest w ilorazie? U. 9 jedności (uczeń pisze w ilorazie na 1-m miejscu cyfrę 9). U. 9 razy 24 jest 216 (uczeń pod liczbą 216 podpisuje 216 i odejmuje). U. Czy co pozostało? U. Nic. N. Trzy razy wykonywaliście odejmowanie; przez to trzykrotne odejmowanie dzielna 8856 została rozłożona na 3 części: 72 s., 144 dz. i 216. Ponieważ dzielnik 24 mieści się w 1-jej części 300 razy, w 2-jej części 60 razy, a w 3-jej części 9 razy, przeto w całości, to jest w liczbie 8856, dzielnik 24 mieści się 369 razy. Liczba więc 369 jest ilorazem szukanym. Ilu więc mieszkańców wsi złożyło po 24 gr. na czytelnia? U. 369 mieszkańców.

Zadania.

Według powyższego wzoru, mając przed oczyma tabliczkę iloczynów dzielnika przez liczby jednocyfrowe, uczniowie rozwiążą zadania następujące:

1. 9888 cali ileto łokci?
2. 6672 arkusze ileto liber?

3. 4632 garnce ileto korcy?

Następnie zaś, dla nabrania wprawy w wykonywanie dzielenia, przerobią następujące zadania (wypisawszy uprzednio przed rozpoczęciem każdej grupy trzech ćwiczeń, po sobie tu następujących, tabliczkę iloczynów odpowiedniego dzielnika przez liczby jednocyfrowe):

5844 : 12 = ?	5355 : 15 = ?	5984 : 16 = ?
8316 : 12 = ?	7275 : 15 = ?	9984 : 16 = ?
6588 : 12 = ?	9405 : 15 = ?	6048 : 16 = ?
3288 : 24 = ?	3375 : 25 = ?	6272 : 32 = ?
5880 : 24 = ?	6425 : 25 = ?	8576 : 32 = ?
6552 : 24 = ?	9175 : 25 = ?	9964 : 32 = ?
6048 : 36 = ?	4656 : 48 = ?	
8748 : 36 = ?	4128 : 48 = ?	i t. d.
9252 : 36 = ?	6864 : 48 = ?	

Nie bez pożytku dla uczniów będą ćwiczenia w rodzaju następujących:

N. Napiszcie tabliczkę iloczynów liczby 36 przez liczby jednocyfrowe. Uczniowie piszą na tablicy (wynajdując iloczyny pamięciowo):

36, 72, 108, 144, 180, 216, 252, 288, 324.

N. Znajdźcie i wypiszcie liczby, w których 36 mieści się: 200 razy, 70 razy i 4 razy i dodajcie je do siebie. Uczniowie piszą i dodają:

	N. Ile razy 36 mieści się w liczbie: 9864? U.
	274 razy. N. Dlaczego? U. Liczba 9864
7200	składa się z 3-ch części; 7200, 2520 i 144;
2520	ponieważ 36 mieści się w 1-jej części 200
144	razy, w 2-jej 70 razy, a w 3-jej części 4 ra-
9864	zy; więc w całości, czyli w liczbie 9864,
	liczba 36 mieści się 274 razy. N. Ile łokci

łócni płótna można kupić za 9764 kor., jeżeli łokieć ko-

sztuje 36 kop.? Jeżeli za 36 koni, kupionych dla wojska, zapłacono 9864 rub., to ile płacono za jednego konia? I t. d. N. Znajdźcie liczby, w których 36 mieści się: 187 razy, 196 razy, 48 razy, 85 razy, 76 razy, 93 razy, i t. d., i wypadki sprawdźcie.

W podobny sposób uczniowie będą układali w tabliczki iloczyny liczb: 19, 21, 23, 27, 28, 35, 42, 45, 54, 56 i t. d., przez liczby jednocyfrowe i, mając je przed sobą, wykonywać będą odpowiednie ćwiczenia, nader ważne, ze względu na wykonywanie dzielenia.

§ 126. WZORY I ZADANIA ZŁOŻONE.

N. Staś na oprawę książek, które ma w swojej biblijotece, odkłada tygodniowo po 45 kop.; ile kopiejek zebrał w ciągu 13 tygodni? Uczniowie powtarzają zadanie, rozwiązują je i piszą na tablicy wzór:

$$45 \text{ kop.} \times 13 = 585 \text{ kop.}$$

Ponieważ zebrane przez Stasia 585 kop. nie wystarczały na opłacenie oprawy książek, więc ojciec Stasia dołożył brakujące 140 kop. Ile kosztuje oprawa książek? Uczniowie rozwiązują to zadanie i piszą na tablicy wzór:

$$585 \text{ kop.} + 140 \text{ kop.} = 725 \text{ kop.}$$

N. Jakiego działania wypadkiem jest składnik 585 kop. w 2-m wzorze? U. Jest wypadkiem mnożenia? N. Z czego to można widzieć? U. Z pierwszego wzoru, napisanego na tablicy. N. Napiszemy 2-gi wzór tak, żeby i z niego można było widzieć, że składnik 585 kop. jest wypadkiem mnożenia (iloczynem). Nauczyciel w 2-m wzorze ścięra liczbę 585 kop., a na jej miejscu pisze w nawiasie 43 kop. $\times 13$, stąd powstaje wzór:

$$(43 \text{ kop.} \times 13) + 140 \text{ kop.} = 725 \text{ kop.}$$

N. Te dwa łuki, pomiędzy którymi napisałem iloczyn, nazywają się nawiasem. Nawias ten ostrzega, w jakim porządku mają się odbywać działania dla otrzymania liczby 725 kop. W tym wzorze mianowicie należy naprzód wykonać mnożenie i dopiero do otrzymanego iloczynu dodać składnik 140 kop.

N. Oprawa książek Stasia kosztuje 725 kop. Ile mu oprawiono książek za te pieniądze, jeżeli oprawa każdej książki kosztuje 25 kop.? Uczniowie rozwiązują to ostatnie zadanie i piszą na tablicy wzór:

$$725 \text{ kop.} : 25 \text{ kop.} = 29.$$

N. Jakich działań wypadkiem jest dzielna 725 kop.?

U. Dzielna 725 kop. jest wypadkiem dwu działań: mnożenia i dodawania, jak to widać z poprzedniego wzoru. N. Napiszemy wzór ostatni tak, żeby można było widzieć, że dzielna 725 kop. jest wypadkiem tych działań. Nauczyciel w ostatnim wzorze ścięra liczbę 725 kop., zamiast niej pisze sumę $(45 \text{ kop.} \times 13) + 140 \text{ kop.}$ i tę sumę zamyka w 2-gi nawias; stąd powstaje wzór:

$$[(45 \text{ kop.} \times 13) + 140 \text{ kop.}] : 25 \text{ kop.} = 29.$$

N. Trzy zadania [proste, któreśmy rozwiązali, są częściami następującego zadania złożonego. «Stas na oprawę książek, które ma w swojej biblijotece, odkładał tygodniowo po 45 kop.; po 13 tygodniach ojciec Stasia dodał do zebranych pieniędzy jeszcze 140 kop.; ile oprawiono książek za te wszystkie pieniądze, jeżeli oprawa każdej książki kosztuje 25 kopiejek? Uczniowie powtarzają zadanie.

N. Dla rozwiązania tego zadania złożonego, potrzeba było wykonać 3 działania; ostatni wzór, który tu macie na tablicy, wskazuje, jakie to były działania i w jakim porządku należało je wykonać. Patrząc się na ten wzór, opowiedzcie, jak rozwiązaście to zadanie? U.

Naprzód liczbę 45 kop. pomnożyliśmy przez 13. N. Pociście to robili? U. Żeby dowiedzieć się, ile kopiejek Staś zebrał w ciągu 13 tygodni. N. Ciście później zrobili? U. Do otrzymanego iloczynu dodaliśmy 140 kop. N. Jaki znak wskazuje, że dopiero po wykonaniu mnożenia należy wykonać dodawanie? U. Nawias, w którym iloczyn jest zamknięty. N. W jakim celu do iloczynu, zamkniętego w nawiasie, dodaliście 140 kop.? U. Żeby wiedzieć, ile kosztuje oprawa wszystkich książek. N. Jakie działanie wykonaliście na końcu? U. Dzielenie. N. Co jest dzielną w tym dzieleniu? U. Otrzymana przez nas suma dwu składników. N. Jaki znak wskazuje, że dzielną jest otrzymana suma? U. 2-gi nawias, w którym ta suma jest zamknięta. N. Dlaczego wykonaliście dzielenie? Żeby się dowiedzieć, ile książek oprawiono za zebrane pieniądze.

N. Wzór: $[(45 \text{ kop.} \times 13) + 140 \text{ kop.}] : 25 \text{ kop.} = 29$ nazywa się wzorem złożonym; on nam wskazuje, jakie działania i w jakim porządku trzeba wykonać na liczbach, danych w ostatnim zadaniu złożonym, dla otrzymania liczby szukanej. Każde zadanie złożone prowadzi do odpowiedniego wzoru złożonego.

N. Za 2652 kop. kupiono: 6 funt. herbaty, 15 fun. kawy i głowę cukru. 1 funt herbaty kosztuje 195 kop., a 1 funt kawy 54 kop. Ile funtów waży głowa cukru, jeżeli funt cukru kosztuje 24 kop.? Nauczyciel, jak poprzednio, rozkłada to zadanie złożone na zadania proste i poleca uczniom, wmiarę ich rozwiązania, zapisać wzory:

6 f. herbaty kosztuje $195 \text{ kop.} \times 6 = 1170 \text{ kop.};$
 15 f. kawy kosztuje $54 \text{ kop.} \times 15 = 810 \text{ kop.};$
 herbata i kawa kosztują razem:

$$(195 \text{ kop.} \times 6) + (54 \text{ kop.} \times 15) = 1980 \text{ kop.};$$

głowa cnkru kosztuje:

$$2652 \text{ kop.} - [(195 \text{ kop.} \times 6) + (54 \text{ kop.} \times 15)] = 672 \text{ kop.}$$

Cukru kupiono tyle funtów, ile jedności otrzymamy, wykonawszy działania:

$$2652 \text{ kop.} - [(195 \text{ k.} \times 6) + (54 \text{ kop.} \times 15)] : 24 \text{ kop.} = 28.$$

W podobny sposób uczniowie, pod kierunkiem nauczyciela, będą mogli rozwiązywać następujące zadania złożone i napisać odpowiednie wzory złożone:

1. Ogrodnik zebrał z ogrodu 2592 gruszki. Do 15-u koszów wsypał po 64 gruszki; do 13-u mniejszych koszów po 48 gruszek, a pozostałe gruszki do najmniejszych koszów, po 36 gruszek do każdego. Ile najmniejszych koszów nappełnił on gruszkami?

2. Sprzedano: 8 pak po 93 szklanki w każdej pace i 15 pak po 88 szklanek. Za ile złotych sprzedano te szklanki, jeżeli tuzin sprzedawano po 9 złotych?

3. Rozdano ubogim następującą ilość kaszy:

8 worków po 15 funt.

12 „ „ 16 „

16 „ „ 21 „

24 „ „ 28 „

Ilu ubogim rozdano tę kaszę, jeżeli każdy dostał po 24 funty?

4. Introligator oprawił:

18 kajetów po 16 arkuszy w każdym	Ile kosztuje papier,
28 „ „ 12 „ „	użyty na te kajety,
30 „ „ 8 „ „	jeżeli libra kosztuje
36 „ „ 6 „ „	25 kop.?
40 „ „ 3 „ „	

5. Z 7290 korcy pszenicy połowę sprzedano na miejscu, 3-cią część posłano na sprzedaż do miasta, 15-tą część zachowano na zasiów; resztę zaś posłano do młyna. Ile korcy pszenicy posłano do młyna?

6. Utrzymujący skład materyjałów piśmiennych miał dochodu w jednym tygodniu 6720 groszy. Za kajety dostał 12-tą część tych pieniędzy, za obsadki 15-tą ich część, za pióra 16-tą ich część. Resztę dochodu miał ze sprzedaży papieru. Ile liber papieru sprzedał, jeżeli za libré płacono mu po 28 groszy?

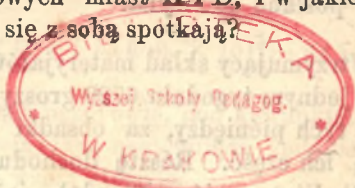
7. W fabryce wyrobów żelazny h z 7560 funtów żelaza użyto: 7-mą część na gwoździe, 5-tą część na obręcze do kół, a 8-mą część na okucia do okien. Ile piecyków żelaznych zrobiono z pozostałego żelaza, jeżeli na każdy piecyk użyto 27 funtów?

8. Miasto jest rozłożone po obu brzegach rzeki; na prawym brzegu jest 5863 mieszkańców, na lewym o 2222 mieszkańców mniej. Na utrzymanie straży ogniowej każdy z 36-ciu mieszkańców płaci rocznie po 1 rublu. Ile wszyscy płacą rocznie na utrzymanie straży ogniowej?

9. Do składu nafty przywieziono: 27 beczek po 128 garncy, 12 beczek po 120 garncy i 8 beczek po 126 garncy. W pierwszym tygodniu sprzedano połowę téj nafty, w 2-m tygodniu 3-cią część, a w 3-m tygodniu 4-tą część. Ile garncy jeszcze zostało do sprzedania?

10. Linija kolei żelaznej przechodzi przez miasta: A, B, C i D. Odległość od A do B jest 321 werst, od B do C 519 werst, a od C do D 378 werst. Z miast A i D jedno-

częśnie wychodzą naprzeciw siebie 2 pociągi: osobowy z miasta A z prędkością 27 werst na godzinę, a z D towarowy z prędkością 15 werst na godzinę. Za ile godzin, licząc od chwili ich wyjścia z owych miast A i D, i w jakiej od nich odległości te pociągi się z sobą spotkają?



KONIEC.

Redaktor i wydawca czasopisma «Bibl. mat.-fiz.»,

Dr. Maryjan A. Baraniecki.

Z ZAPOMÓG, UDZIELONYCH PRZEZ

KASĘ POMOCY

DLA OSÓB, PRACUJĄCYCH NA POLU NAUKOWYM,

do dnia 1-go stycznia r. 1884-go

oprócz pięciu tomów «Biblioteki matematyczno-fizycznój», wymienionych
obok tytułu,

WYDANE ZOSTAŁY DZIEŁA NASTĘPUJĄCE:

KRZYSZTOFA WARSZEWICKIEGO niewydane pisma, listy do znakomych ludzi, tudzież inne dokumenty, odnoszące się do jego życia i działalności, wraz ze spisem dzieł tegoż autora, dotąd drukiem ogłoszonych, zebrał i wydał *Teodor Wierzbowski*. Warszawa, 1883, w 8-ce, str. VII, VII, 276. Cena rs. 2.

T. H. HUXLEY. Wykład biologii praktycznej. Za upoważnieniem autora przełożył z angielskiego *August Wrzeźniowski*, Prof. Uniwersytetu. Warszawa, 1883, w 8-ce, str. X, 271. Cena rs. 1.

SPRAWOZDANIA z piśmiennictwa naukowego polskiego w dziedzinie nauk matematycznych i przyrodniczych. Rok I. 1882. Warszawa, 1883, w 8-ce, str. VIII, 187. Cena rs. 1.

WYBÓR GRECKICH i ŁACIŃSKICH AUTORÓW pod redakcją *K. Kaszewskiego* i *A. Mierzyńskiego*. KORNELIUSA NEPOSA Żywoty znakomych mężów, przekładał i objaśnienia historyczne dodał *A. Mierzyński*. Warszawa, 1883, w 8-ce, str. 361. Cena kop. 80.

Na rzecz Kasy Pomocy Naukowej sprzedają się:

Boberski W. POWSTAWANIE GÓR I ŁĄDÓW. Warszawa, 1883, w 8-ce, str. 168. Cena kop. 25.

Wierzbowski Teodor. JAKÓB SOBIESKI KRÓLEWICZ. Dyaryusz wyprawy wiedeńskiej w 1683 r., w 200 jej rocznicę wydał w przekładzie i objaśnił. Warszawa, 1883, w 8-ce, str. VIII, 22. Cena kop. 50.

Skład główny powyższych dzieł w księgarni E. Wendego i sp.

[illegible]A blank, lined page from a notebook. The page is cream-colored with horizontal ruling lines. A vertical margin line is present on the right side. A small piece of light-colored tape is visible near the center of the page. The page is slightly tilted.

Wyciąg z Ustawy Kasy pomocy dla osób, pracujących na polu naukowym, imienia Józefa Mianowskiego.

§ 1. Kasa pomocy Józefa Mianowskiego ma na celu udzielanie zapomóg pieniężnych, jednorazowych lub peryjodycznych, oraz pożyczek osobom pracującym na polu naukowym lub też osobom, które już poprzednio w tej dziedzinie dały się poznać ze swoich prac naukowych. Zadaniem Kasy może być również udzielanie takim osobom środków lub też pożyczek na cele naukowe.

§ 3. Fundusze Kasy stanowią: a) wkłady założycieli, b) jednorazowe i coroczne wnioski członków Kasy, c) dobrowolne ofiary na zasilenie Kasy, d) wpływy z publicznych prelekcji, koncertów i widowisk, urządzanych w celu powiększenia funduszy Kasy.

§ 7. Członkowie Kasy dzielą się na honorowych i rzeczywistych. Za honorowych członków uważają się ci, którzy ofiarują jednorazowo dla Kasy przynajmniej sto rubli. Do rzeczywistych zaś członków zaliczają się osoby, wpłacające corocznie do Kasy przynajmniej pięć rubli.

§ 9. Członkami Komitetu mogą być tylko osoby posiadające stopień naukowy.

§ 10. Komitet składa się z 12-u członków i wybiera ze swego łona większością głosów na lat dwa swego Prezesa i Vice-Prezesa.

§ 18. Komitet drukuje corocznie sprawozdanie z czynności Kasy...

§ 19. Kapitał obrotowy Kasy, przeznaczony na zapomogi jednorazowe i peryjodyczne oraz na pożyczki, składa się: a) z wniosków rzeczywistych członków Kasy, b) z połowy jednorazowych ofiar członków honorowych Kasy i jej założycieli, c) z procentów od wszystkich depozytów Kasy i d) z wpływów z prelekcji publicznych, koncertów i widowisk.

§ 21. Wpływy, wskazane w punkcie c § 3, zaliczają się do kapitału obrotowego lub zapasowego, zgodnie z życzeniem ofiarodawcy.

§ 22. Wysokość zapomogi, jednorazowo lub też peryjodycznie w ciągu roku do dwóch rąk z kapitału obrotowego wydawaną, nie może przekroczyć 1/3 części kapitału obrotowego z poprzedniego roku.

Tymczasowe pomieszczenie Kasy: dla zgłaszających się z Warszawy w biurze Vice-Prezesa Kasy, St. Kronenberga (Mazowiecka, 18); zgłoszenia się z listowne z prowincyi przyjmuje Członek Komitetu, Kasjer instytucji, Karol Deike (ul. hr. Berga, 3).