MINISTERSTWO
WYZNAŃ RELIGIJNYCH I OŚWIECENIA PUBLICZNEGO.
SEKCJA SZKOLNICTWA ŚREDNIEGO.

PROGRAM
GIMNAZJUM PAŃSTWOWEGO

GIMNAZJUM NIŻSZE.

MATEMATYKA.

(PRZEDRUK WYDANIA Z R. 1919).

WARSZAWA. MCMXX.
KSIĄŻNICA POLSKA TOWARZ. NAUCZYCIELI SZKÓŁ WYŻSZYCH.

DO NABYCIA W KSIĄŻNICY POLSKIEJ
TOWARZYSTWA NAUCZYCIELI SZKÓŁ WYŻSZYCH

WARSZAWA: NOWY-ŚWIAT 59.
LWÓW: MAŁECKIEGO 5.

Drukarnia i Litografja p. f. „JAN COTTY" w Warszawie, Kapucyńska 7.

PRZEDMOWA.

Zeszyt niniejszy stanowi część opracowywanego przez Ministerstwo W. R. i O. P. przy współudziale nauczycielstwa programu szczegółowego gimnazjów państwowych. Program ten w pierwszem wydaniu wychodzi częściami. Każda z nich zawiera jeden przedmiot lub grupę przedmiotów nauczania — na razie w zakresie kursu t. zw. gimnazjum niższego, czyli klas: wstępnej, I, II i III.

Opracowanie programu dla tych klas nie przesądza bynajmniej przyszłego ustroju szkolnictwa i nie stoi w sprzeczności z projektem siedmioletniej szkoły powszechnej i pięcioletniej szkoły średniej.

Wydając program dla gimnazjum niższego, Ministerstwo toruje drogę do opracowania programu odpowiednich oddziałów szkoły powszechnej, a zarazem czyni zadość palącej potrzebie istniejących obecnie szkół średnich.

W rzeczy samej, aczkolwiek państwowe szkoły średnie, według projektów, o których urzeczywistnieniu rozstrzygnie niebawem władza ustawodawcza, mają być w przyszłości pięcioletnie, to znaczy obejmować tylko t. zw. „gimnazjum wyższe“— to jednak Ministerstwo nie może pozostawić bez programów i wskazówek metodycznych klas niższych, skoro one istnieją obecnie we wszystkich szkołach średnich i tylko stopniowo mogą być zwijane [1]). Wydanie programu dla tych właśnie klas jest tem niezbędniejsze, że Ministerstwo w myśl poglądów, wyłuszczonych w wydawnictwie swojem p. t. „Program naukowy szkoły średniej“ (Warszawa, 1919 r.), przeprowadza zasadniczą reformę zarówno programów, jak sposobów nauczania w szkolnictwie średniem. Rzecz jasna, że reforma taka musi się rozpocząć przedewszystkiem od najniższych klas dzisiejszej szkoły średniej,—ewentualnie sięgnąć do odpowiednich oddziałów szkoły powszechnej, — aby po stworzeniu w ten sposób mocnego fundamentu u dołu, stopniowo sięgać do klas coraz wyższych. Jednem z naczelnych zadań programu niniejszego jest właśnie takie torowanie drogi zamierzonej reformie przyszłej szkoły średniej.

W jaki sposób i w jakim stopniu szkoły średnie państwowe i prywatne mają się stosować do programów Ministerstwa,— wyjaśnia to przytoczony poniżej okólnik Sekcji szkolnictwa średniego.

MINISTERSTWO
WYZNAŃ RELIGIJNYCH
I OŚWIECENIA PUBLICZNEGO

Sekcja Szkolnictwa Średniego.
№ 6329.19. S. II.
W sprawie programów naukowych.

Dnia 17-go maja 1919 r.

Do
Dyrekcyj wszystkich szkół średnich na terenie b. Królestwa Polskiego.

Z początkiem roku szkolnego 1919/20 mają być we wszystkich państwowych szkołach średnich byłego Królestwa Kongresowego wprowadzone nowe programy naukowe, ogłoszone w wydanej przez Ministerstwo w roku 1919 książce p. t.: „Program naukowy szkoły średniej, projekt, wypracowany przez Sekcję Szkolnictwa Średniego“. Książka ta zawiera tylko najogólniejsze zarysy programu. Programy szczegółowe, oraz wskazówki metodyczne są w opracowaniu; część odnosząca się do klas

[1]) Uwzględniono przytem również klasy wstępne ze względu na to, że one istnieją dotychczas prawie przy wszystkich szkołach średnich prywatnych Królestwa Kongresowego. Zwijanie ich w gimnazjach państwowych dopiero się rozpoczęło.

niższych jest już w druku i ukaże się niebawem. Wobec tego, iż wprowadzenie do szkół istniejących nowych programów z reguły odbywać się będzie stopniowo i obejmie na razie przedewszystkiem klasy niższe, ta część programów, która ukaże się w druku przed początkiem nowego roku szkolnego, będzie w przeważnej części wypadków wystarczającą na rok najbliższy podstawą zamierzonej reorganizacji szkoły. Tam, gdzie i w klasach wyższych okazałoby się skutecznem całkowite lub częściowe wprowadzenie nowego programu, winna szkoła tymczasowo wprowadzić własny program szczegółowy i przedłożyć go Ministerstwu.

Nowa organizacja szkolnictwa średniego przewiduje cztery typy szkoły średniej: matematyczno-przyrodniczy, humanistyczny, humanistyczny z łaciną, klasyczny. Według którego z tych typów mają być zreorganizowane poszczególne państwowe szkoły średnie, rozstrzyga Ministerstwo po wysłuchaniu opinji szkoły. Sprawy uprawnień, jakie posiadać mają absolwenci poszczególnych typów, na razie się nie przesądza, zostanie ona rozstrzygnięta przez władze ustawodawcze w ustawie o szkolnictwie średniem; do tego czasu stan dzisiejszy pozostanie bez zmiany.

Szkolnictwo prywatne nie jest obowiązane do przyjmowania nowych programów. Posiada ono duży stopień swobody indywidualnego kształtowania swej pracy zarówno pod względem programowym, jak metodycznym. Ponieważ jednak programy wszystkich prawie naszych szkół są zbudowane bardzo wadliwie, grzesząc przedewszystkiem wielkiem rozdrobnieniem i przeładowaniem, zmuszającem do pośpiechu, werbalizmu i powierzchowności, zaleca się dokładne przestudjowanie wymienionego na początku wydawnictwa Ministerstwa, zawierającego zarówno krytyczną ocenę programów obecnych, jak i zasadnicze wskazania reformy, oraz przystąpienie do ulepszenia programów w myśl tych wskazań. Należy przytem przyjąć zasadę, iż na odrębne programy naukowe wysilać się powinny tylko te szkoły, które za swe zadanie postawiły sobie oryginalną twórczość na polu pedagogicznem i czują się dość silne do rozwinięcia tej twórczości. Szkoły, które, przy najwyższych choćby aspiracjach do stania się ważnemi placówkami wychowania narodowego, nie wytknęły sobie wogóle, czy narazie, celu torowania nowych dróg wychowawczych, winny raczej przyjąć wypracowane przez Ministerstwo z udziałem nauczycielstwa programy, rozwinąć usilną pracę celem jak najlepszego ich wykonania i osiągnięcia w ich ramach możliwie najwyższego poziomu; gdy to się stanie, wtedy na podstawie zdobytego doświadczenia będą mogły, czy to we współpracy z Ministerstwem, czy drogą zupełnie samodzielnej inicjatywy, podjąć próby dalszych reform i udoskonaleń.

Zakres wymagań przy egzaminach dojrzałości nie ulegnie w najbliższych latach wogóle żadnym zasadniczym zmianom. Jedyna zmiana będzie polegała na ograniczeniu tego egzaminu do jednego tylko języka obcego; ograniczenie to wejdzie w życie już przy egzaminach, które się odbędą w wiosennym terminie r. szk. 1919/20. Każdy abiturjent będzie miał prawo wybrać sobie jeden z nauczanych w szkole języków nowożytnych i z niego tylko będzie egzaminowany. O ile szkoła prywatna zechce wobec tego swój program naukowy ograniczyć do obowiązkowej nauki jednego tylko języka nowożytnego, może to uczynić od początku przyszłego roku szkolnego, przyczem powinna rozważyć, czy dla klas, które już naukę drugiego języka rozpoczęły, nie byłoby wskazanem utrzymanie tej nauki aż do chwili ukończenia przez nie szkoły, czy też dla zmniejszenia przeciążenia młodzieży lepiej będzie odrazu ją od nauki drugiego języka uwolnić. Usunięcie zupełne drugiego języka powinnoby jednak nastąpić tylko w pewnej liczbie klas niższych. Uczniom, którzy już dłuższy czas dwóch języków się uczą, należałoby dać możność kontynuowania tej nauki aż do końca szkoły. To też w przyszłym roku szkolnym i te szkoły, które zasadniczo chcą ograniczyć się do obowiązkowej nauki jednego języka nowożytnego, powinnyby dla uczniów kl. VI, VII i VIII pozostawić naukę obu dotąd uprawianych języków, a każdemu pojedynczemu uczniowi pozostawić swobodę albo wybrania jednego z nich, albo uczęszczania nadal na naukę obu. Po upływie roku urządzenie to ograniczy się do kl. VII i VIII, w rok później już tylko do kl. VIII, aż w końcu w całej szkole pozostanie obowiązkowy tylko jeden język. W każdym razie pożądane jest, aby szkoły, uprawiające naukę obowiązkową jednego tylko języka, dawały młodzieży możność wyboru między dwoma przynajmniej językami światowego znaczenia. Zaznacza się nakoniec, że Ministerstwo przystąpi niebawem do wypracowania programu szkoły średniej, której podstawa wychowawcza zawierać będzie naukę dwóch języków nowożytnych; szkoły więc prywatne, chcące dwa języki zachować, będą mogły na tym programie się wzorować. Szkoła, ucząca jednego tylko języka, powinna uwzględnić koniecznie albo język angielski, albo francuski, lub niemiecki; jeden z tych tylko języków bowiem będzie objęty wymaganiami egzaminu dojrzałości.

Szkołom, które zechcą wypracowany przez Ministerstwo program u siebie zastosować, zwraca się uwagę, że wprowadzenie go powinno się zacząć od jednej lub kilku klas najniższych.

Dla klas wyższych musi zostać wypracowany program przejściowy, dostosowany do tych programów, według których młodzież tych klas dotąd się uczyła; przy jego pomocy da się w ciągu paru lat i w klasach wyższych przejść do nowych programów.

Zwraca się wreszcie uwagę, iż ogłoszone dotąd ogólne programy stanowią tylko ramy zewnętrzne zamierzonej reformy. Istota reformy polega na głębokich zmianach metody nauczania, a zmiany programu mają za cel jedynie tę zmianę metody umożliwić. W jakim duchu winny być zmienione metody, zaznacza wyraźnie zacytowana publikacja Ministerstwa. Te tylko szkoły zdołają istotnie zainicjowaną przez Ministerstwo reformę podjąć, które rozporządzają wystarczającemi urządzeniami i pomocami naukowemi, a przedewszystkiem siłami nauczycielskiemi, zdolnemi do zastosowania nowych metod. Dążenie do zdobycia tych warunków i sił nauczycielskich jest obowiązkiem każdej szkoły. O ile nie zdoła ona tego osiągnąć odrazu w całości, może wprowadzać reformy częściowo, połowicznie. Ministerstwo uwzględni okoliczność, iż wiele szkół potrzebować będzie pewnego czasu dla zastosowania się do nowych wymagań, żądać jednak będzie stanowczo energicznych wysiłków i ciągłych postępów w tym kierunku, a z biegiem czasu nie uzna prawa do bytu tych szkół, które wyznaczonego poziomu osiągnąć nie zdołają.

Minister

Jan Łukasiewicz.

Pierwsze wydanie niniejszego Programu pojawia się w ilości egzemplarzy, obliczonej na potrzeby roku szkolnego 1919/20. Po upływie roku przewiduje się drugie wydanie już w postaci jednolitej książki. Ministerstwo pragnęłoby, aby to drugie wydanie mogło być doskonalsze od pierwszego. W znacznym stopniu zależeć to będzie od współudziału w tej sprawie sił nauczycielskich, które ten Program będą realizowały. Ministerstwo zwraca się do wszystkich osób, nauczających w szkołach średnich, aby zechciały w ciągu roku 1919/20 nadsyłać pod adresem Sekcji Szkolnictwa średniego Ministerstwa W. R. i O. P. uwagi i spostrzeżenia, poczynione przy wykonywaniu niniejszego programu. Wszystkie te głosy będą rozważone przy ponownem redagowaniu Programu.

Zwraca się uwagę na to, że wszelkie wskazówki, dotyczące podręczników szkolnych, lektury, oraz pomocy naukowych zostały oddzielone od programów poszczególnych przedmiotów i związanych z niemi uwag metodycznych. Szukać ich należy w osobnem wydawnictwie Ministerstwa, pod tytułem: *Spis książek i pomocy szkolnych dla państwowego gimnazjum niższego na rok szkolny 1919/1920.*

MATEMATYKA

(ARYTMETYKA I PROPEDEUTYKA GEOMETRJI).

PROGRAM.

KLASA WSTĘPNA.

(5 godzin tygodniowo).

1) Tworzenie zbiorów konkretnych (pierwszy dziesiątek) przez dołączanie i wyłączanie.
2) Dołączanie i wyłączanie zbioru punktów.
   Ilustracja praw przemienności i łączności.
3) Samodzielne układanie zbiorów punktów.
   Dołączanie i wyłączanie zbiorów.
   Ilustracja praw przemienności i łączności.
4) Grupowanie zbiorów po 2 punkty, po 3 punkty i t. d.

1) Monografja pierwszego dziesiątka liczb, względnie pierwszych 20 liczb.
2) Dodawanie i odejmowanie.
   Prawo przemienności.
   Prawo łączności.
3) Rozszerzenie zakresu liczb do 100 (lub 200).
   Dodawanie i odejmowanie.
   Prawo przemienności i łączności.
4) Rachunek pamięciowy, dodawanie i odejmowanie kompletami.

5) Ilustracja tabeli mnożenia na zbiorach punktów, ułożonych na polach prostokątów.

Ilustracja prawa przemienności i prawa rozdzielności.

5) Mnożenie jako wynik dodawania. (Mnożenie jako zastępstwo dodawania).

Prawo przemienności $ab = ba$.

Prawo rozdzielności $(a + b)\ c = ac + bc$.

Sposoby rachunku pamięciowego, wynikające z tych praw, np. $7 \times 19 = 19 \times 7 = (20 - 1) \times 7 = 20 \times 7 - 1 \times 7 = 140 - 7$.

6) Ilustracja możliwych rozkładów zbioru $c = a \times b$ punktów na polach prostokąta.

Prostopadłościan, sześcian, prostokąt, kwadrat.

6) Mieszczenie (dzielenie), jako odwrócenie tabeli mnożenia.

Liczby parzyste. Liczby, składające się z trójek, piątek i t. d.

Uwaga. Ćwiczenia konkretne już można oprzeć na najprostszych liczbach mianowanych.

7) Rozszerzenie zakresu liczb do 1000 (lub 2000).
   a) Dodawanie, odejmowanie (piśmienne).
      Prawo łączności i przemienności.
   b) Mnożenie i dzielenie.
      Prawo przemienności mnożenia.
      Prawo rozdzielności.
      Prawo łączności mnożenia $(ab)\ c = a\ (bc) = b\ (ac)$.

Rachunek pamięciowy.
   a) Kwadraty liczb 1 — 20.
   b) Sześciany liczb 1 — 10.

Ćwiczenia konkretne.

8) Łączne dodawanie i odejmowanie; prawo sum algebraicznych $a - b + c - d = (a + c) - (b + d)$.

Sposoby rachunku pamięciowego z tego prawa wynikające
np. 1) $153 - 86 = 153 - (53 + 33) =$
$= (153 - 53) - 33 = 100 - 33.$
2) $177 - 89 = 177 - (100 - 11) =$
$= (177 - 100) + 11 = 77 + 11.$

Wprowadzenie nawiasów (dodaw. i odejm.).

Ćwiczenia konkretne: uczeń winien najpierw objaśnić ustnie lub piśmiennie, jak będzie rozwiązywał zadanie, poczem dopiero winny nastąpić działania w odpowiedniej, zapowiedzianej w objaśnieniu, kolejności.

9) Łączne mnożenie i dzielenie;
prawa: $(a : b) \times c = (a . c) : b$
$(a : b) : c = a : (bc)$ i t. d.

Rozwiązywanie nawiasów.

Zmiany sum, różnic, iloczynów i ilorazów w zależności od zmian elementów odp. działań.

Ćwiczenia konkretne.

Uwaga. W ćwiczeniach konkretnych należy stopniowo rozszerzać zakres wiadomości ucznia o mierzeniu. Uwzględnić należy specjalnie zagadnienia, dotyczące czasu (przeciąg czasu, wyznaczanie daty), mierzenia linjowego, ważenia i oceniania wartości przedmiotów za pomocą pieniędzy. Praktycznie byłoby ćwiczenia te prowadzić cyklami, wskazanemi w uwagach metodycznych.

KLASA I.

(6 godzin tygodniowo).

1) Rozszerzanie zakresu liczbowego poza 1000 (nie przekraczając jednak 10000).
   a) Nazywanie i pisanie liczb w systemie pozycyjnym dziesiętnym.
   b) Układanie liczb według ich kolejnej wielkości; znaki mniejszości, większości i równości.
   c) Liczby jedno-, dwu-, trój-, czterocyfrowe; „suma cyfr“ danej liczby.

2) Dodawanie pamięciowe i piśmienne w rozszerzonym zakresie liczbowym. Typy zagadnień, dających się rozwiązać za pomocą dodawania.
   a) Prawo przemienności i łączności.
   b) Zmiany sumy w związku ze zmianą składników.
   c) Ćwiczenia konkretne na liczbach wielorakich (podwójnie mianowanych).

   W ćwiczeniach konkretnych należy uwzględnić: rachunek czasu, miary liczbowe (najprostsze m. metryczne i polskie), miary wagi i objętości (litr).

3) Odejmowanie pamięciowe i piśmienne w rozszerzonym zakresie. Zmiany różnicy.

   Ćwiczenia konkretne. Typ zagadnień, dających się rozwiązać za pomocą odejmowania.

4) Mnożenie pamięciowe i piśmienne w rozszerzonym zakresie liczbowym.
   a) Prawa przemienności i rozdzielności.
   b) Zmiany iloczynu.
   c) Ćwiczenia konkretne (typ zagadnienia).

5) Dzielenie pamięciowe i piśmienne w rozszerzonym zakresie liczbowym; dzielenie niedokładne — związek między elementami.
   a) Prawo rozdzielności.
   b) Zmiany ilorazu.
   c) Dwa typy zagadnień: dzielenie przez liczbę oderwaną i dzielenie liczby mianowanej przez liczbę tak samo mianowaną (mierzenie).
   d) Ćwiczenia konkretne na dwa typy zagadnień.

6) Ćwiczenia konkretne na cztery działania.

   Rachunek przybliżony. Tak zwane zadania na „regułę trzech".

Uwaga. Łącznie z ćwiczeniami konkretnemi na cztery działania należy rozpocząć systematyczne zaprawianie do mierzenia, związane z poglądową nauką geometrji (propedeutyką geometrji).

7) Bryły. Opis brył: wierzchołki, krawędzie, ściany.
   a) Sześcian.
   b) Graniastosłup kwadratowy.
   c) Prostopadłościan.
   d) Graniastosłup sześciokątny.
   e) Walec.
   f) Stożek obrotowy.
   g) Kula.

   Siatki wymienionych wielościanów; klejenie z kartonu.

8) Linja prosta i linja krzywa.

   Odcinek. Odcinek większy, mniejszy, równy danemu odcinkowi. Porównywanie odcinków za pomocą nitki, miarki, cyrkla. Mierzenie odcinków przez mieszczenie w nich innego (małego) odcinka, przyjętego za jednostkę. Ciąg odcinków, odpowiadający ciągowi naturalnemu liczb.

9) Powierzchnia płaska i powierzchnia krzywa.

   Porównywanie powierzchni (pól) kwadratów i prostokątów. Mierzenie pól kwadratów i prostokątów za pomocą jednostki kwadratowej czyli pola dowolnie obranego (małego) kwadratu. Ciąg pól czyli powierzchni płaskich, odpowiadający ciągowi naturalnemu liczb.

10) Objętość (zawartość) sześcianów i prostopadłościanów.

    Porównywanie objętości brył. Mierzenie objętości sześcianów i prostopadłościanów za pomocą jednostki sześciennej czyli objętości dowolnie obranego (małego) sześcianu. Ciąg naturalny objętości.

11) Wzajemne położenie krawędzi opisanych brył.

    Pojęcie kierunku. Proste prostopadłe, proste równoległe, proste pochyłe. Kąt prosty.

U w a g a. Opracowanie punktów 7, 8, 9, 10 i 11 ma na celu okazanie różnorodności zagadnień, dotyczących mierzenia. Oprócz wymienionych rodzajów mierzenia trzeba omówić z uczniami porównywanie wagi różnych przedmiotów oraz porównywanie przeciągów czasu. Z tego porównania wynika ciąg naturalny dowolnie przyjętych jednostek wagi i ciąg naturalny jednostek czasu.

12) Odmierzanie w jednostkach metrycznych i polskich (zamiana polskich na metryczne).

a) Odmierzanie odcinków.

Dodawanie, odejmowanie i uwielokrotnianie odcinka.

Skala. Odmierzanie odcinków w skali.

b) Budowa kwadratów i prostokątów.

Odmierzanie kwadratów i prostokątów w pewnej skali.

Plan i skala.

Przystawanie odcinków i figur.

c) Obwody kwadratów i prostokątów.

Ćwiczenia konkretne.

12) System (pozycyjny) miar linjowych.

a) System miar metrycznych.

b) System miar polskich (nowopolskich).

c) Zamiana miar polskich na metryczne i odwrotnie.

Stosunki przybliżone np. 4 m. = 7 łok. i t. d.

d) cztery działania z liczbami mianowanemi linjowemi.

13) Odmierzanie kątów w stopniach zapomocą kątomierza.

a) Kąty ostre; kąty rozwarte.

Kąt prosty. Kąt półpełny. Kąt pełny.

Kąty przyległe.

Kąty wierzchołkiem przeciwległe.

Przystawanie kątów.

13) System miar kątowych.

Kąt prosty ma 90^0.

b) Trójkąt. Klasyfikacja trójkątów.

Równość trójkątów.

Konstrukcja trójkąta z danych dwóch boków i kąta między nimi zawartego.

Konstrukcja trójkąta z trzech danych boków (za pomocą cyrkla).

Mierzenie trójkątów w pewnej skali.

c) Ćwiczenia w kreśleniu figur: kwadratów, prostokątów, trójkątów, równoległoboków.

Ćwiczenia konkretne.

14) Pola figur płaskich:

a) Pole kwadratu.

b) Pole prostokąta.

Odmierzanie i kreślenie prostokątów, mających dane pola.

c) Równoważność figur.

d) Zamiana trójkąta na równoważny mu prostokąt (modele z kartonu). Pole trójkąta.

e) Równoległobok. Zamiana równoległoboku na równoważny mu prostokąt.

f) Powierzchnia całkowita brył: sześcianu, prostopadłościanu, grania-

14) System miar powierzchni.

a) System miar metrycznych. Kwadraty liczb.

b) System miar polskich: cal kw.; łok. kw.; pręt kw.; morga; włóka.

c) Zamiana jednych miar na drugie.

Stosunki przybliżone np. 1 morga = 56 arów i t. p.

d) Cztery działania z liczbami mianowanemi kwadratowemi.

e) Ćwiczenia konkretne, oparte na materjale geometrycznym, geostosłupa kwadratowego, graniastosłupa trójkątnego prostego.

g) Odczytywanie długości z planu.

Odczytywanie powierzchni z planu.

h) Obliczanie pól wielokątów przez rozkładanie na trójkąty.

graficznym i przyrodniczym.

15) Objętość brył:

a) Sześcianu.

b) Prostopadłościanu.

c) Graniastosłupa kwadratowego.

d) Siatki tych brył.

Klejenie brył, mających dane objętości.

15) System miar objętości (sześciennych).

a) System miar metrycznych.

Sześciany liczb.

b) System miar polskich: st.^{3}; łok.^{3}; sąż.^{3}; kwarta-litr; garniec; beczka-hektolitr.

c) Stosunki przybliżone przy zamianie jednych miar na drugie.

Ćwiczenia konkretne.

16) Objętość i ciężar ciał fizycznych.

16) System miar wagi.

a) System miar metrycznych.

b) System, używany w niektórych dzielnicach Polski (łut, funt, pud).

Uwaga. Ćwiczenia konkretne na tematy przyrodnicze: ciążar właściwy pospolitych ciał stałych, płynów oraz gazów (powietrza, gazu świetlnego, tlenu, azotu).

17) Rozszerzenie zakresu liczbowego poza 10000.
Cztery działania z liczbami całkowitemi rozszerzonego zakresu.
Rachuba czasu.
Ćwiczenia konkretne, zaczerpnięte co do swej treści z życia praktycznego i z nauk przyrodniczych.

Uwaga. Pożądanem jest przyzwyczajać uczniów do ujmowania typów zagadnień przez uogólnienia zadań poszczególnych i wzbudzać w nich potrzebę liczb ogólnych przez zastępowanie danych liczb naprzód przez nazwy, potem przez skrócone nazwy — litery.

18) Mierzenie.

a) Zdejmowanie planów pokoju szkolnego, podwórza, ogrodu (w porozumieniu z nauczycielem geografji).
b) Odczytywanie siatek z danych brył.
c) Liczbowy opis danej bryły (długość krawędzi, powierzchnia, objętość).
d) Odczytywanie rzeczywistych długości (odległości) z planu i z mapy.
e) Odczytywanie powierzchni z planu i z mapy.

Uwaga 1. Ćwiczenia w mierzeniu winny mieć charakter praktyczny; uczeń samodzielnie robi pomiary, które stanowią materjał liczbowy do zadań.

Uwaga 2. Przy pomiarach i obliczeniach uczeń niejednokrotnie sam będzie używał nazwy: połowa, czwarta część i t. d. Naturalnem będzie zatem wprowadzenie ułamka, jako części jedności i części wielkości rozciągłych.

19) Podział odcinka na równe części (empirycznie zapomocą cyrkla lub miarki).

19) Pojęcie liczby ułamkowej. jako części jedności.
a) Licznik i mianownik ułamka.

Ilustracja ułamków na utworach geometrycznych: część odcinka; część pola; część objętości bryły.

b) Ułamki właściwe; ułamki niewłaściwe; ułamki pozorne ($\frac{2}{2}$; $\frac{4}{2}$; i t. p.).

c) Ćwiczenia na obliczanie części danej jednostki miary.

KLASA II.

(4 godziny tygodniowo).

A) Arytmetyka.

1) Ułamek jako część jedności. Przekształcenie.
   a) Skracanie ułamka.
   b) Dzielnik danej liczby; wspólny dzielnik danych liczb.
   c) Liczby pierwsze; rozkład liczb na czynniki pierwsze; cechy podzielności przez 2, 3, 5, 4, 9.
   d) Największy wspólny dzielnik i najmniejsza wspólna wielokrotna.
   e) Dodawanie i odejmowanie ułamków.

   Ćwiczenia pamięciowe i piśmienne.

2) Iloraz całkowity. Iloraz niedokładny.

   Wyjaśnienie na przykładach związków o postaci:

$$\text{a)} \begin{cases} a : b = q \\ a = b \,.\, q \\ b = a : q \end{cases} \qquad \text{b)} \begin{cases} a : b = q + \dfrac{r}{b} \\ a = b \,.\, q + r \end{cases}$$

   Typowe zagadnienie mierzenia.

3) Dzielenie dokładne.
   a) Iloraz dokładny, jako ułamek; definicja ułamka jako ilorazu dokładnego.
   b) Stwierdzenie tożsamości tej definicji z definicją ułamka, jako części jedności.
   c) Ułamki właściwe, niewłaściwe i pozorne.
   d) Liczby mieszane; wyłączanie całości z ułamka i włączanie całości w ułamek.

   Ćwiczenia pamięciowe i piśmienne.

4) Przekształcanie ułamków w świetle nowej definicji ułamka.

a) Przekształcanie ułamków, w szczególności — skracanie.

b) Porównywanie wielkości ułamków.

Ćwiczenia techniczne, mające na celu sprawność rachunkową.

5) Dodawanie i odejmowanie ułamków.

Stwierdzanie praw przemienności i łączności.

Łączne dodawanie i odejmowanie ułamków.

Ćwiczenia konkretne.

6) Ułamki dziesiętne jako sposób pisania ułamków o mianownikach 10^n.

a) Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych.

b) Łączne dodawanie i odejmowanie ułamków zwyczajnych i dziesiętnych.

c) Zamiana ułamków zwyczajnych na dziesiętne.

Zamianę należy uskuteczniać tylko w przypadku możliwym — co należy nauczyć przewidywać — aby uniknąć ułamków okresowych.

d) Przybliżona wartość ułamka, pisanego w postaci dziesiętnej.

7) Mnożenie i dzielenie liczby ułamkowej przez liczbę całkowitą.

a) Rozszerzenie pojęcia mnożenia na przypadki, w których mnożna jest liczbą jakąkolwiek (całkowitą lub ułamkową).

b) Dzielenie ułamka przez liczbę całkowitą, jako zagadnienie odwrotne względem zagadnienia a).

8) Mnożenie przez ułamek.

Mnożenie pewnej wielkości a przez ułamek (np. $\frac{2}{3}$) jest utworzeniem części (w danym przykładzie $\frac{2}{3}$) wielkości a.

To tworzenie pewnej części danej wielkości włączamy do zakresu pojęcia mnożenia ze względu na stałość typu zagadnienia.

7) Równoważność figur prostolinjowych (modele).
   a) Zamiana trójkąta na równoważny prostokąt.
   b) Zamiana trapezu na równoważny prostokąt.
   c) Zamiana dowolnego czworokąta na równoważny mu prostokąt.

   Obliczanie pól figur prostolinjowych.
   Podział pól figur na *n* równych części.

8) a) Powierzchnia całkowita graniastosłupa — siatki; odczytywanie siatki z bryły.
   b) Obwód koła. Użycie wartości $\pi = \frac{22}{7}$, jako sposób praktyczny określania długości okręgu. Pole koła, sposób praktyczny obliczania.
   c) Powierzchnia całkowita walca prostego — siatka; odczytywanie siatki i bryły.
   d) Ostrosłupy proste; ich powierzchnie i siatki.
   e) Ostrosłupy proste ścięte; ich powierzchnie i siatki.
   f) Stożek prosty.

9) Objętość brył: graniastosłupów prostych, walca prostego.
10) Objętość i ciężar brył fizycznych.

KLASA III.

(4 godziny tygodniowo).

A) Arytmetyka.

1) Powtórzenie kursu klas poprzednich w celu osiągnięcia biegłości w posługiwaniu się łącznem liczbami całkowitemi i ułamkowemi.
2) Systematyczne wprowadzenie symboli literowych w celu oznaczenia liczb. Sformułowanie zasadniczych praw arytmetyki. Najprostsze przekształcenia algebraiczne. Użycie nawiasów. Obliczanie wartości liczbowych wyrażeń algebraicznych.
3) Wielkości zmienne. Przykłady zależności pomiędzy zmiennemi, zaczerpnięte z dziedziny fizyki, życia gospodar-

czego, geometrji i t. d. Pojęcie funkcji. Najprostsze zależności analityczne: proporcjonalność prosta i odwrotna (ewent. zależność linjowa, proporcjonalność jednej zmiennej do kwadratu drugiej).

4) Pojęcie równania. Układanie i rozwiązywanie łatwych równań linjowych. Przykłady praktyczne.

B) Propedeutyka geometrji.

1) Powtórzenie kursu lat poprzednich (przypomnienie kształtów brył i figur płaskich i podstawowych pojęć, związanych z temi figurami). Poznanie kilku nowych brył (np. wielościany foremne, bryły krystalograficzne) i konstrukcja ich siatek.

2) Przekroje płaskie brył. Zmiana kształtu przekroju w zależności od położenia płaszczyzny tnącej (obrót i przesunięcie równoległe). Odtwarzanie kształtu bryły na podstawie szeregu przekrojów równoległych. Zastosowanie: linje poziomu na mapach topograficznych. Ćwiczenia.

Rzut prostopadły punktu, odcinka, wielokąta na płaszczyznę. Rzuty brył. Rzut koła. Najprostsze zadania. Pojęcie o rzutach na dwie płaszczyzny.

3) Zależności geometryczne. Symetrja środkowa, osiowa i płaszczyznowa. Podobieństwo na płaszczyźnie i w przestrzeni. Zależność pomiędzy bokami, obwodami, polami i t. d. figur podobnych.

Ćwiczenia praktyczne na zastosowanie podobieństwa i zależności proporcjonalnej (np. powiększanie i zmniejszanie figur w danym stosunku). Zastosowania skali; obliczanie wysokości przedmiotów za pomocą długości cienia; podział odcinka w danym stosunku i t. p.

UWAGI METODYCZNE.

CEL NAUKI.

Celem nauczania arytmetyki w gimnazjum niższem, poza ogólnem ćwiczeniem w myśleniu logicznem, jest wytworzenie w umyśle dziecka rzetelnego pojęcia liczby — liczby naturalnej, liczby całkowitej i liczby ułamkowej.

Poszczególnemi etapami na drodze do osiągnięcia tego celu są:

1) Zapoznanie dziecka z liczbą naturalną i całkowitą; unaocznienie jej znaczenia jako narzędzia do opisu przejawów życia; nauczenie władania tem narzędziem (sprawność w rachunkach), zaprawienie do samodzielnego posługiwania się liczbą.

2) Ugruntowanie pojęcia liczby całkowitej, jako cechy ogólnej wszelkich zbiorów przedmiotów, a więc zapoznanie z liczbą jako pojęciem oderwanem od natury rzeczy konkretnych.

3) Rozszerzenie pojęcia liczby (liczby ułamkowe) zgodnie z zasadą zachowania praw zasadniczych (zasada permanencji).

4) Stwierdzenie praw ogólnych, rządzących liczbami (początki arytmetyki na liczbaah ogólnych — literach); zaprawienie ucznia do samodzielnego wykrywania praw ogólnych, do wyznaczania tych praw w postaci czynności (działań) analitycznych (wstęp do algebry).

Poza ogólnem ćwiczeniem w myśleniu logicznem i wyrabianiem zmysłu przestrzennego, celem bliższym nauki wstępnej geometrji w klasach niższych szkoły średniej jest zapoznanie dziecka z kształtem, jako cechą każdej wielkości rozciągłej, eclem dalszym zaś — przygotowanie do systematycznego badania utworów geometrycznych w klasach wyższych.

Poszczególnemi etapami na drodze do tego celu są:

1) Zapoznanie z pojęciem kształtu ciała geometrycznego przez analizowanie kształtów ciał fizycznych; osiągnięcie pewnej biegłości w odtwarzaniu kształtów figur płaskich (kreślenie figur).

2) Zapoznanie z istotą i rodzajami mierzenia; wyrobienie sprawności w mierzeniu i zaprawienie do samodzielnego wykonywania pomiarów.

3) Oderwanie pojęcia kształtu od natury ciał fizycznych; stwierdzenie najprostszych cech utworów geometrycznych płaskich.

4) Ustalenie odpowiedniości między liczbą i rozciągłością utworów geometrycznych.

UWAGI METODYCZNE, DOTYCZĄCE PROGRAMU KL. WSTĘPNEJ.

UWAGI OGÓLNE.

Celem nauczania jest wytworzenie pojęcia liczby naturalnej i dokładne z nią zaznajomienie.

Należy więc liczbę przedstawić taką, jaką ona jest w rzeczywistości, to znaczy stopniowo odrywać pojęcie liczby od pojęcia zbioru rzeczy konkretnych (nazwanych — mianowanych). Dlatego też w programie uwzględniono łączne rozważanie liczby naturalnej i zbioru punktów, ponieważ pojęcie liczby jest produktem odwzorowania zbiorów, zbiory zaś punktów są abstraktami zbiorów rzeczy konkretnych.

Skoro pojęcie liczby zostało opanowane (dla liczb niewielkich, przypuśćmy mniejszych od 20), należy przejść do nauki operowania liczbami, do działań. Reguły rachunku pamięciowego i piśmiennego należy z uczniem otrzymywać za pomocą roztrząsania zasadniczych pojęć, a więc pojęcia dołączania i wyłączania zbiorów punktów.

Osiągniemy w ten sposób reguły dodawania i odejmowania oraz prawa przemienności i łączności. Szczególny nacisk położyć należy na dodawanie i odejmowanie pamięciowe, którego reguły trzeba oprzeć na prawach przemienności i łączności.

Co dotyczy dodawania i odejmowania piśmiennego, to odpowiednie wskazania są zamieszczone we wskazówkach szczegółowych. Dodawanie i odejmowanie należy opracowywać łącznie.

Działanie mnożenia, jako działanie, zastępujące w pewnym przypadku dodawanie, należy bardzo szczegółowo opracować. Przedewszystkiem uczeń winien opracować pamięciowo zupełnie dokładnie tabliczkę mnożenia.

Należy ciągle stwierdzać prawo przemienności mnożenia. Skojarzenie mnożenia z dodawaniem pozwala odnaleźć nowe prawo, rządzące liczbami, mianowicie prawo rozdzielności: $(a+b)c = ac+bc$. Z tego prawa wynikają reguły pamięciowego mnożenia; ucznia należy nietylko zapoznać z temi przepisami, lecz doprowadzić do biegłości w mnożeniu liczb dwucyfrowych (spocz ątku mniejszych od 20) przez liczbę jednocyfrową.

Działanie dzielenia bez reszty dobrze jest opracowywać łącznie z mnożeniem. Utrwala się w ten sposób łatwiej tabliczkę mnożenia w pamięci i jednocześnie wykazuje odwracanie zagadnień. Dzielenie z resztą należy przesunąć na wyższy stopień nauczania.

Wskazówka co do mnożenia i dzielenia piśmiennego jest zamieszczona we wskaz. szczegółowych.

Co dotyczy zakresu liczb, w którym należy się obracać, to zależy od poziomu klasy. W każdym razie zaleca się zasadę powolnego stopniowania; zatem lepiej nie wykraczać spocz ątku poza 100 lub 200.

Co dotyczy praw, powyżej wymienionych, przemienności, łączności i rozdzielności, to należy zauważyć, że nie jest bynajmniej wskazane, aby nauczyciel matematyki początkowej stwarzał z tego jakąś teorję. Można i należy zapoznać ucznia z temi prawami, nauczyć go zasad rachunku pamięciowego i piśmiennego, z tych praw wynikających, nie potrzeba nazywać ani pisać w postaci symbolicznej samych praw.

Po opanowaniu czterech działań w zakresie pierwszej setki (lub 200), po osiągnięciu pewnej biegłości w obliczaniu głównie pamięciowem, należy rozszerzyć zakres liczb do 1000 i już zwrócić więcej uwagi na rachunek piśmienny, z zastosowaniem jednak, gdzie tylko można, rachunku pamięciowego.

Ponieważ nacisk wypada położyć na rachunek piśmienny, przeto ze względów technicznych łatwiej będzie traktować każde z czterech działań zosobna. Jednak nie należy unikać innych działań, skoro tego wymaga zagadnienie rozważane, a szczególniej zagadnienie, przez samego ucznia postawione.

Wskazania, dotyczące rachunku piśmiennego, są umieszczone we wskazówkach szczegółowych.

Wyszczególnione w programie punkty są osnową nauczania, którą przetykać winien wątek ćwiczeń i zagadnień konkretnych (zadań z tekstem). Mimo że powinien przeważać w ćwiczeniach element konkretny, jednak jest również wskazane stosowanie przykładów liczbowych (liczby oderwane). Dzieci na poziomie kl. wst. niejednokrotnie chętniej rozwiązują przykłady z liczbami oderwanemi, niż zadania z tekstem; nie ujawniają one zazwyczaj skłonności do rozumowania; obce im są jeszcze zagadnienia, wymagające refleksji, dlatego też należy połączyć ćwiczenia konkretne z matematyki z ogólnemi ćwiczeniami rozwojowemi, mianowicie należy stopniowo rozbudzać umysł dziecka, skłaniając je do stawiania sobie zagadnień.

W zagadnieniach trzeba odróżnić dwa momenty: a) potrzeba i powstawanie zagadnienia w umyśle dziecka i b) wysiłki, mające na celu rozwiązanie zagadnienia. Bezwarunkowo pierwsze musi poprzedzać drugie. Więc przedewszystkiem trzeba czy przez odpowiednie rzucanie pytań, czy też za pomocą pogadanek (odbiegających nawet od arytmetyki) pobudzić uczniów do stawiania takich pytań, które rozwiązać można zapomocą rachunku. Ponieważ dziecko w wieku 9—10 lat żyje przeważnie w ciasnem kółku wrażeń uczniowskich i domowych, przeto zagadnienia winny dotyczyć tych właśnie stron życia. Samo przeliczanie stanowiłoby zbyt skąpy materjał do zagadnień: należy stopniowo zapoznać dziecko z mierzeniem, lecz mierzeniem praktycznem, t. j. mierzeniem czasu, odległości, długości, ciężaru i oceną pieniężną wartości rzeczy.

W tem miejscu nastręczają się następujące uwagi. Przy mierzeniu wypada używać nazw poszczególnych miar, i zachodzi potrzeba pilnego przestrzegania przez nauczyciela tego, aby te nazwy (terminy) nie były pustym dźwiękiem (werbalizm), lecz żeby wywoływały w młodocianym umyśle rzetelne wyobrażenia.

Szczególniej ta uwaga dotyczy mierzenia czasu. Termin „minuta“ lub „godzina“ jest dla dziecka pustym dźwiękiem. Należy przez dłuższy czas zaszczepiać poczucie przeciągu czasu, kojarząc jego nazwę z liczbą tych przemijających czynności, które zazwyczaj dany przeciąg czasu wypełniają, a więc np. w ciągu minuty możesz starannie napisać 12 cyfr lub możesz zrobić 120 kroków i t. p.

Uwaga o jednostkach czasu dotyczy również i innych miar, które bezwarunkowo muszą być pokazane i przez ucznia odtworzone w ten lub inny sposób; czynność tę należy często powtarzać.

W programie umieszczono również, jako punkt osobny, prostopadłościan, sześcian, prostokąt i kwadrat. Łącznie z temi bryłami i kształtami wypadałoby może omówić pojęcie kierunku, praktyka jednak wskazuje, że pojęcie kąta jest jednem z trudniejszych pojęć do opanowania przez umysł dziecka. Dlatego też kąt oraz mierzenie kątów jest umieszczone w systematycznem, opartem na geometrji, nauczaniu mierzenia w kl. l.

Tematy pogadanek można podzielić na następujące kategorje:

1. *O czasie* — (dzień, miesiąc, rok), — o ruchach ciał niebieskich (ziemia, księżyc, słońce); praktyczne zaznajomienie z zegarem (doba, godzina, minuta, sekunda). Jako materjał do ćwiczeń: a) rozkład dnia ucznia i jego otoczenia według godzin, b) plan tygodniowy lekcji w szkole, c) liczba lekcji danego przedmiotu w ciągu okresu, d) zajęcia domowe (liczba godzin), e) zajęcia w dniu świątecznym i t. d.

Zamiast zadań pożyteczne „zapytywać" ucznia o zależności liczbowe, jakie zachodzą pomiędzy wymienionemi przezeń przeciągami czasu.

Samodzielne układanie zadań — formułowanie pytań — jest dla uczni zajęciem ciekawem i bardzo pożytecznem; należy przytem przestrzegać, aby dane w zadaniu były zgodne z rzeczywistością.

2. *O przestrzeni:* a) spacery — odległości, mierzenie ich; b) mierzenie odległości krokami; ocena odległości „na oko". c) Czas — droga (kwadrans drogi — to wiorsta, wzgl. kilometr; godzina drogi i t. d.), d) przejażdżki końmi, e) przejazdy koleją. f) Pomiary przedmiotów (linjowe), dokonywanie pomiarów zapomocą miarki z papieru, nitki, sznurka. Uczeń sam znajduje dane liczbowe; pytania, dotyczące związków liczbowych między danemi, są dlań zagadnieniami.

3. *Stosunki społeczne:* a) potrzeby człowieka (mieszkanie, odzież, pożywienie), praca człowieka, praca zwierząt domowych, maszyn; c) handel — przemysł; d) pieniądze; e) najprostsze miary wagi i objętości (kwarta — litr, kwaterka — ćwierć litra).

Stosunki domowe, potrzeby ucznia (ubranie, książki, kajety i t. d.) nastręczają dużo materjału do ćwiczeń.

4. *Gry i zabawy:* życie zbiorowe szkolne.

5. *Wiadomości o przyrodzie*, zaczerpnięte z obserwacji i książek.

Podkreślić należy, że ćwiczenia wskazane powyżej stanowią tylko wątek; osnową nauczania jest pojęcie liczby; zatem ilustrowanie liczby zapomocą zbiorów punktów materjalnych, działania arytmetyczne i prawa tych działań, wysnuwane na zasadzie własności zbiorów, winny stać na pierwszym planie.

Metoda rozwiązywania zadań z tekstem winna spełniać następujące warunki:

1) Uczeń winien umysłem objąć całość zagadnienia (nie należy dawać zadań zbyt złożonych).

2) Na pierwszym planie należy stawiać rozwiązanie pamięciowe (uczeń winien naprzód powiedzieć, ile działań, które działania i w jakim porządku stosowane, doprowadzą go do rozwiązania).

3) Rozwiązanie liczbowe winno mieć na celu wyrobienie sprawności w rachowaniu.

Wskazane jest przed rozwiązaniem zadania zapytywać uczniów, jakie należy przewidywać rozwiązanie (ocena „mniej więcej“).

UWAGI SZCZEGÓŁOWE.

Do punktu 1 i 2-go:

Przez monografję pierwszego dziesiątka (wzgl. pierwszych 20) liczb rozumieć należy możliwie najobszerniejsze opracowanie tych liczb na zbiorach. Wskazane jest przerobić dwa rodzaje ćwiczeń: a) powstawanie jednej liczby z drugiej przez dołączanie, b) rozkład każdej z liczb na wszelkie możliwe składniki.

Co dotyczy posiłkowania się zbiorami punktów materjalnych, to można wskazać następujący sposób praktyczny: można nalepiać krążki kolorowe z papieru na białym papierze; krążki te winny być nalepiane w stosownych konfiguracjach (kształty figur geometrycznych). Baczyć przytem należy, by nie posługiwać się zbyt dużą liczbą podobnych krążków ze względu na to, że zdolność ujmowania przez zmysł wzroku jest ograniczona, naogół dziecko nie ogarnie wzrokiem więcej niż 6 przedmiotów. Skoro więc zachodzi potrzeba pokazania liczniejszego zbioru, należy w danym razie posiłkować się krążkami lub też układać krążki w konfiguracjach foremnych, dających się łatwiej ogarnąć spojrzeniem.

Ćwiczenia te mają na celu utrwalenie w wyobraźni dziecka liczby jako cechy zbioru przedmiotów.

Do punktu 3 i 4-go:

Zazwyczaj dzieci przychodzą do kl. wstępnej (3-ci rok nauczania) już ze znajomością liczb pierwszej setki. Trzeba zatem wiadomości nabyte lub intuicyjne, jakie dziecko posiada, uporządkować. Omawiając zapisywanie liczb (notowanie) przy pomocy cyfr, trzeba podkreślić doniosłość systemu pozycyjnego dziesiętnego, jako sposobu, pozwalającego wprost i krótko opisać liczebność zbioru zapomocą dziesięciu znaków (cyfr).

Główny nacisk należy położyć na rachunek pamięciowy. Wskazany jest sposób zbiorowego liczenia (cała klasa winna mieć uwagę napiętą) kompleksami: po 2, po 3, i t. d. Np. zaczyna uczeń A: $2+2=4$; uczeń B zapytany liczy dalej $4+2=6$, $6+2=8$ i t. d., uczeń C podchwytuje ostatnią sumę i liczy dalej aż do 100. Poczynając od 100 uczniowie w ten sam sposób odejmują po 2. Oprócz takich ćwiczeń pamięciowych jest również pożyteczne dodawanie liczb kolejnych $1+2+3+\ldots$ i t. d.

Wogóle takie ćwiczenia są dla uczniów interesujące i korzystne; trzeba więc, aby nauczyciel sam stosownie do potrzeby modyfikował je.

Ćwiczenia zbiorowe nużą uczniów dosyć szybko (10—15 minut).

Jako ćwiczenia rekreacyjne nadają się zagadnienia konkretne na dodawanie i odejmowanie, które uczniowie zapytani rozwiązują w pamięci.

Część lekcji można również przeznaczyć na samodzielne układanie zadań przez uczniów. Z początku zadania układane przez uczniów będą naśladownictwem znanych zadań, w krótkim jednak czasie dzieci okażą nieraz nawet zbyt wybujałą wyobraźnię.

Zagadnienia konkretne należy związać z pogadankami o mierzeniu.

Do punktu 5 i 6-go:

Jest rzeczą niezmiernie ważną, aby dzieci opanowały zupełnie dobrze tabliczkę mnożenia. Wielką pod tym względem usługę odda ćwiczenie w nalepianiu lub rysowaniu krążków na polach prostokątnych, ilustrujące tabliczkę mnożenia. Ta ilustracja tabliczki mnożenia zapozna jednocześnie ucznia z prawem przemienności mnożenia.

Po opanowaniu tabliczki mnożenia należy uwzględnić specjalnie w ćwiczeniach pamięciowych mnożenie rozdzielne, czyli mnożenie sumy lub różnicy dwóch liczb przez trzecią. Prawo rozdzielności winno być też ilustrowane zapomocą kreślenia krążków na polach dwóch prostokątów o przyległych do siebie bokach.

Mnożenie piśmienne należy traktować też jako mnożenie rozdzielne, mianowicie:

$$7 \,.\, 14 = 7 \,.\, (10 + 4) = 70 + 28;$$

$$\begin{array}{r} 7^{*} \\ 28 \\ \hline 98 \end{array}$$

* oznacza, że mnożyliśmy przez dziesiątki.

Obracając się w zakresie 100, nie trzeba jednak zbytnio obciążać dziecka pisaniem, zwłaszcza że sama technika pisma absorbuje jego siły.

W celu lepszego utrwalenia tabliczki mnożenia należy rozważać łącznie z mnożeniem dzielenie bez reszty. Odwracanie tabliczki mnożenia, rozkładanie odpowiednio dobranych liczb na kompleksy: 2, 3, 4, . . . i t. d., rozkładanie danej liczby na wszelkie możliwe pary czynników i t. d., stanowią obfity zasób tematów do ćwiczeń pamięciowych.

Równolegle do ćwiczeń zbiorowych technicznych należy, podobnie jak to zostało wskazane przy dodawaniu i odejmowaniu, stosować ćwiczenia konkretne pamięciowe oraz układanie zadań przez uczniów. Jednocześnie część lekcji winna być poświęcona na pogadanki, mające na celu pobudzenie umysłu ucznia do stawiania zagadnień i do wyjaśnienia mierzenia.

Ćwiczenia konkretne dadzą się już łatwiej urozmaicać, gdyż można je dawać niezależnie od rodzaju działania — wszak uczniowie już umieją 4 działania.

Dzielenie piśmienne dobrze jest wykonywać w sposób następujący:

$$\begin{array}{r|l} 91 & 7 \\ -\,7^{*} & \overline{1^{*}} \\ \hline 21 & 3 \\ -\,21 & \\ \hline — & \overline{13} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 96 & 4 \\ -\,8^{*} & \overline{2^{*}} \\ \hline 16 & 4 \\ -\,16 & \\ \hline — & \overline{24} \end{array}$$

Dzielenie należy kazać natychmiast sprawdzać w pamięci za pomocą mnożenia rozdzielnego. Obracając się w zakresie pierwszej setki, wystarcza zapoznać z dzieleniem przez liczbę jednocyfrową.

Do punktu 7-go:

Rozszerzenie zakresu liczb do 1000 winno odbywać się metodą koncentryczną i stopniowo. Najpierw należy omówić pisanie (notowanie) liczb za pomocą cyfr, podkreślając znów doniosłość systemu pozycyjnego. Potem trzeba przejść do dodawania. Ponieważ dopiero teraz rozpoczyna się właściwy rachunek piśmienny i chodzi o osiągnięcie przez uczniów biegłości w tym rachunku, przeto można będzie każde z czterech działań traktować zosobna.

Odejmowanie można polecić wykonywać za pomocą dopełniania odjemnika jako to:

$$\begin{array}{r} 732 \\ -\,597 \\ \hline 135 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 7 + 5 = 12 \\ 1 + \underbrace{9 + 3}_{(10)} = 13 \\ 1 + \underbrace{5 + 1}_{(6)} = \ 7 \end{array}$$

Dodawanie należy sprawdzać za pomocą powtórnego dodawania w innym porządku (prawo przemienności).

Odejmowanie zaś sprawdza się za pomocą dodawania lub przez odejmowanie różnicy od odjemnej.

Szczególny nacisk należy położyć na sprawdzanie, aby odrazu zaprawić ucznia do poprawnego wykonywania rachunków.

Mnożenie najlepiej wykonywać według następującego wzoru:

$$\begin{array}{l} \underline{28 \,.\, 29} = 812 \\ 56^{*} \\ \underline{252} \\ 812 \end{array}$$

* oznacza, że mnożono przez dziesiątki.

7 m. . 106 = ? Naturalnie w tym przypadku winnibyśmy ze względów praktycznych, powołując się na przemienność mnożenia, mnożyć:

$$106 \cdot 7 = 742$$

$$742$$

wynik zaś napisać w postaci $7\,m \times 106 = 742\,m$.

Baczyć jednak należy, aby uczeń dobrze zrozumiał, że mnożnik musi być liczbą oderwaną (dla ucznia — liczbą „razy“).

Dzielenie wykonywać można według wzorów:

986	34
— 68*	2*
306	9
— 306	29
—	

763	7
— 7**	1**
63	9
— 63	109
—	

Po osiągnięciu pewnej wprawy w piśmiennem dzieleniu należy opracować dzielenie niedokładne (z resztą), zwłaszcza, że ćwiczenia konkretne nastręczają przykłady dzielenia niedokładnego.

W mnożeniu mnożnik nie może być liczbą mianowaną, mnożeniu odpowiada jeden typ zagadnień, które dadzą się rozwiązać przy pomocy tego działania. W dzieleniu zachodzi inny związek; dzielenie może być podziałem na pewną liczbę równych części — zmniejszaniem wielkości pewną liczbę razy (dzielnik — liczba oderwana), lub też dzielenie może być mieszczeniem — mierzeniem, gdy dzielna i dzielnik są liczbami, mającemi to samo miano.

Te dwa typy zagadnień należy dokładnie omówić.

D o p u n k t u 8 i 9-go:

Pomimo, że w 7 punkcie programu niema wzmianki o rachunku pamięciowym, niemniej jest to rzecz oczywista, że ćwiczenia w obliczaniu pamięciowem winny być stosowane przez cały przeciąg nauczania i to nietylko w kl. wstępnej, lecz również w klasach I, II i III. Technikę rachowania w pamięci należy stopniowo rozwijać w myśl ogólnych wskazań dydaktycznych. Umieszczone w punkcie 8 programu prawo sum (algebraicznych) czyli zasada łącznego dodawania i odejmowania daje znów pole do ćwiczeń pamięciowych.

Co dotyczy ćwiczeń konkretnych na cztery działania, to należy podkreślić znaczenie kształcące ćwiczenia typu, zwanego w dawnej nomenklaturze regułą trzech. Zazwyczaj zagadnienia o tym typie uznawano za niedostępne dla uczniów kl. wstępnej lub I, a nawet II. Łatwo się jednak przekonać, że zagadnienia takie są w zupełności dostępne dla uczniów na poziomie klasy wst. Należy je rozwiązywać za pomocą t. zw. sprowadzania do jedności.

UWAGI METODYCZNE, DOTYCZĄCE PROGRAMU KLASY I.

UWAGI OGÓLNE.

Bezpośrednim celem nauczania arytmetyki w kl. I jest dokładne zrozumienie typów zagadnień, dających się rozwiązać za pomocą czterech działań arytmetycznych; osiągnięcie biegłości w rachunku pamięciowym i piśmiennym z liczbami całkowitemi; zrozumienie zasady mierzenia i osiągnięcie sprawności w mierzeniu długości, pól i objętości, w mierzeniu kątów, w ważeniu i w mierzeniu czasu.

W związku z tem poglądowa nauka geometrji w kl. I ma na celu zapoznanie z bryłą, powierzchnią, linją i kierunkiem (kątem), przyczem należy głównie zwrócić uwagę na stronę miarową, aby tym sposobem wytworzyć ścisły związek z nauczaniem rachunków.

Nauczanie w kl. I winno być naturalnem przedłużeniem nauki w kl. poprzedniej; z tego też względu pierwsze pięć punktów programu obejmuje materjał wyłącznie rachunkowy. Wskazówki metodyczne do programu kl. wstępnej dotyczą zatem również i tej części programu kl. I.

Co dotyczy materjału geometrycznego, to należy zapoznać z nim dziecko metodą doświadczalną, aby pozostawić w jego umyśle celowo dobrany materjał wrażeniowy, z którego w późniejszem nauczaniu geometrji dziecko będzie mogło czerpać obrazy (odtwarzać). Trzeba więc dać uczniom bryły do rąk (praktycznie da się to wykonać łatwo, gdyż można dawać sześciany i prostopadłościany z kartonu) i stopniowo je analizować, zapoznając ich tym sposobem z powierzchnią (płaską), linją (prostą), punktem i kierunkiem linij prostych oraz kątem.

Na obserwowaniu i porównywaniu brył, powierzchni i kątów (kierunków) należy oprzeć podstawy mierzenia. Należy wytworzyć przedewszystkiem pojęcia: „rzecz mniejsza“, „rzecz większa“, „rzecz równa“. Następnie należy zapoznać z najdogodniejszym sposobem porównywania rzeczy rozciągłych ze sobą, mianowicie z mierzeniem czyli mieszczeniem jednostki; a więc z mierzeniem odcinków przez mieszczenie w każdym z nich odcinka przyjętego za jednostkę, z mierzeniem powierzchni płaskiej (pól prostokątnych) przez mieszczenie kwadratu, przyjętego za jednostkę i t. d.

Po dokładnem zapoznaniu z istotą mierzenia należy przejść do ustalenia systemu (pozycyjnego) miar i do odmierzania czyli do odpowiedniości pomiędzy liczbą (mianowaną) i utworem rozciągłym.

Z samego rachunku z liczbami mianowanemi (i wielorakiemi) nie należy stwarzać jakiejś odrębnej dyscypliny w nauczaniu. Sprawność w tych rachunkach uczeń osiągnie za pomocą ćwiczeń konkretnych (o charakterze praktycznym) i ćwiczeń w odmierzaniu i mierzeniu figur geometrycznych. Stopniowe rozwijanie zagadnień mierzenia zniewala do rozszerzenia zakresu liczb (wszak 1 Km = 1000000 mm) poza 10000, co w programie uwzględniono w punkcie 17.

Ćwiczenia konkretne, oparte na mierzeniu utworów geometrycznych, oraz na mierzeniu ciężaru i czasu, winny mieć na celu zaprawienie ucznia do samodzielnego i celowego stosowania liczb i działań arytmetycznych. Uczeń sam winien dokonywać pomiarów przedmiotów swego otoczenia lub też odnajdywać (w książkach czy też inną drogą) pomiary rzeczy, interesujących go.

Pomiary te winny stanowić materjał liczbowy do zagadnień.

O ile czas pozwala na to, należy wprowadzić w końcu kursu kl. I liczby ułamkowe, jako naturalne i potrzebne rozszerzenie pojęcia liczby.

UWAGI SZCZEGÓŁOWE.

Do punktu 1-go:

Należy podkreślić i dokładnie zapoznać uczniów z systemem pozycyjnym dziesiętnym. Zwrócić trzeba uwagę na odczuwanie wielkości liczby i stosować w tym celu ćwiczenia z nierównościami.

W programie słowa: „suma cyfr“ są umieszczone w cudzysłowie, gdyż jest to termin nieścisły; rozumieć należy sumę liczb jednostek poszczególnych rzędów.

Do punktów 2, 3, 4 i 5-go:

Wskazówki, dotyczące czterech działań arytmetycznych, zamieszczone w programie kl. wst., dotyczą w całej rozciągłości również i tych punktów programu kl. I.

Szczególny nacisk należy położyć na zrozumienie typów zagadnień t. j. na wyrobienie przez odpowiednie ćwiczenia rozumowe sprawności w stosowaniu odpowiednich działań arytmetycznych do rozwiązywania zagadnień. Wprawdzie rzadko, niemniej zdarzają się wypadki, że uczeń w wieku 10—11 lat nie rozumie dokładnie, za pomocą jakiego działania (dotyczy to szczególnie mnożenia i dzielenia) trzeba rozwiązać dane zagadnienie.

Kwestja odróżniania typów zagadnień jest ściśle związana z metodą praktyczną rozwiązywania zadań. Ogólne zasady, na których należy oprzeć metodę rozwiązywania zadań, są podane we wskazówkach do programu kl. wst.

Dodać tu należy, że jest niezbędne wyjaśnianie metody rozwiązania. Praktycznie najlepiej to wykonać w ten sposób, że uczeń winien zapowiedzieć naprzód, w jakim porządku będzie wyznaczał poszczególne pośrednie niewiadome zadania; przez to samo zapowie, ile i jakie działania są potrzebne do rozwiązania.

Do punktu 6-go:

Ćwiczenia konkretne należy stosować w możliwie dużej ilości. Aby nie nużyć uczniów zbyt jednostronną pracą, należy punkt 6 opracowywać łącznie z punktami 7, 8, 9, 10 i 11 programu i poświęcać pewną część lekcyj na geometrję poglądową.

Do puntów 7, 8, 9, 10 i 11-go:

Bardzo byłoby korzystne, aby każdy uczeń otrzymał do rąk sześcian, graniastosłup kwadratowy i prostopadłościan, zrobione z kartonu.

W każdym razie należy pamiętać, że te punkty programu są podstawowe w nauczaniu geometrji poglądowej i że nie można żądać od dziecka odtwarzania kształtu w wyobraźni, skoro dziecko nie otrzymało rzeczywiście odpowiednich wrażeń.

Co dotyczy kreślenia odcinków, figur (prostokąta, kwadratu i trójkąta), to należy kreślić odrazu za pomocą linji (ekierki) i na papierze gładkim, niekratkowanym, lub też w kajecie do arytmetyki, lecz nie na linjach kajetu — tylko ukośnie. Zwłaszcza uwaga ta dotyczy kreślenia kąta prostego. Należy zaprawić ucznia do kreślenia prostokątów (kwadratów) w położeniu pochyłem względem krawędzi kartek w kajecie.

Do punktu 12-go:

Główny nacisk należy położyć na opanowanie systemu miar metrycznych. Miary nowopolskie, zamianę ich na metryczne (1 lp = 2 mm), można opracować okolicznościowo w stosownych ćwiczeniach (zadaniach). Zastosowanie skali należy wprowadzić jako zagadnienie odwrotne względem uwielokrotnienia odcinków.

Plany klasy, pokoju mieszkalnego czy ogrodu lub podwórza szkolnego winny być tylko odtworzeniem w pewnej skali zarysu tych rzeczy. Narazie przynajmniej nie należy wdawać się w szczegóły planu.

Szczególniej należy uwzględnić wykreślanie i obliczanie obwodów prostokątów i kwadratów, a to w tym celu, aby w przyszłości przy mierzeniu i obliczaniu pól tych figur uniknąć bardzo pospolitego błędu, polegającego na utożsamianiu pola z obwodem.

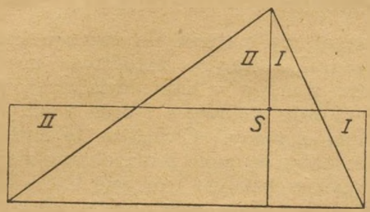
Do punktu 13-go:

Pojęcie kąta (kierunku) jest jednem z trudniejszych do zaszczepienia w umyśle dziecka. Najlepszą metodą w danym razie jest dynamiczne rozważanie kątów; praktycznie możemy to wykonać, pokazując np. duży cyrkiel szkolny, którego ramiona, rozchylane stopniowo, utrwalają w wyobraźni różną wielkość kątów. Pospolitym błędem jest utożsamianie wielkości kąta z długością jego ramion; błąd ten należy przez odpowiednie ćwiczenia (porównania) prostować.

Do punktu 14-go:

Pole prostokąta mierzyć należy za pomocą liczby małych kwadracików, jakie dałyby się na tem polu nalepić.

Pola trójkąta i równoległoboku należy obliczać pośrednio przez zamianę ich (na modelach z kartonu) na równoważne prostokąty. Jeden ze sposobów tej zamiany jest wskazany niżej na rysunku:



Należy ciągle podkreślać różnicę pomiędzy obwodem figury i jej polem.

Do punktu 15-go:

Objętość sześcianu i prostopadłościanu należy mierzyć na modelu przez zapełnianie wnętrza odpowiedniej bryły (o odpowiednich wymiarach całkowitych) za pomocą sześcianów jednostkowych (kostek z drzewa). Na lekcjach mierzenia objętości jest niezbędny model decymetra sześciennego (wraz z centymetrami sześciennemi).

Do punktu 16-go:

Nauczyciel winien przynieść do klasy wagę zwykłą (fizyczną) i pokazać, jak się odbywa ważenie.

Poleca się zważyć dokładnie w obecności uczniów kilka sześcianów centymetrowych, zrobionych z różnych materjałów: drzewa, korka, żelaza, ołowiu, węgla kamiennego, kredy i t. p.

Do punktu 17-go:

Rozszerzanie zakresu liczb winno się odbywać praktycznie za pomocą ćwiczeń. W tych ćwiczeniach należy uwzględnić t. zw. zamianę miar wyższych na niższe i odwrotnie, tudzież zagadnienia mierzenia.

Co dotyczy umieszczonych w tym punkcie liczb ogólnych, to uwzględnienie tego tematu nie jest niezbędne; zależeć to winno od poziomu, na który udało się podnieść klasę. Wstęp do algebry (arytmetyka na liczbach ogólnych) stanowi przecież jeden z zasadniczych punktów programu matematyki w kl. III.

Do punktu 18-go:

Obfity i kształcący materjał do ćwiczeń konkretnych można czerpać z geografji. Bardzo zaciekawia uczniów: 1) odczytywanie odległości z mapy w linji powietrznej, wzdłuż linij kolejowych, wzdłuż dróg kołowych i dróg wodnych; 2) odczytywanie powierzchni z mapy. Ćwiczenie to można tak wykonywać praktycznie: dany do zmierzenia obszar ziemi pokryć siecią trójkątów; zmierzyć w każdym trójkącie bok i odpowiednią wysokość; znaleźć, mając skalę, rzeczywiste długości tych wymiarów i wreszcie obliczyć powierzchnię rzeczywistą.

Również ciekawe i kształcące są zagadnienia, dotyczące objętości i wagi, np. ile waży wagon (węglarka) napełniony węglem kamiennym? — na wielu furach możnaby przewieźć ten wagon węgla, skoro na jedną furę można włożyć np. 500 Kg ($3^1/_4$ puda) i t. p.

Równie kształcące są t. zw. ciekawostki matematyczne, jako to: W jakim czasie możnaby napisać kolejne liczby od 1 do miljona, pisząc starannie np. 45 cyfr na minutę? — ile metrów kwadratowych papieru zajęłyby te cyfry, skoro jedna cyfra zajmuje $^1/_4$ cm²? i t. p.

Co dotyczy sposobu oznaczania miar, zwłaszcza w działaniach, to należy podkreślić:

1) Można dowolnie używać sposobu pisąnia: cm² lub też cm. kw.
2) W mnożeniu mnożnik nie może być liczbą mianowaną.

Zatem, obliczając np. pole prostokątne, mające wymiary 5 cm i 7 cm, należy pisać: 1) 5 cm² $\times$ 7, 2) 1 cm² $\times$ (5 . 7), a nie 5 cm . 7 cm.

Jeżeli piszemy 5 cm² . 7, należy wyjaśnić, że jest to 7 pasków po 5 cm².

Sposobów tych należy używać stopniowo i przejściowo; później należy stosować wyłącznie liczby oderwane, rodzaj zaś mierzenia i znaczenie wyniku objaśniać słowami.

Do punktu 19-go:

Ponieważ na gruncie mierzenia i zagadnień, związanych z niem, uczeń niejednokrotnie sam nazywał części (zatem używał liczby ułamkowej), przeto nasuwa się potrzeba zapoznania go bliższego z ułamkiem, jako częścią jedności i jako częścią wielkości rozciągłej.

Szczególny nacisk należy położyć na konkretne znaczenie ułamka przez stosowanie dużej ilości odpowiednich ćwiczeń.

UWAGI METODYCZNE, DOTYCZĄCE PROGRAMU KL. II.

UWAGI OGÓLNE.

Bezpośrednim celem nauczania arytmetyki w kl. II jest rozszerzenie pojęcia liczby przez wprowadzenie liczb ułamkowych na gruncie podzielności utworów rozciągłych na równe części, oraz mierzenia wielkości.

Pojęcie liczby ułamkowej jest istotnem rozszerzeniem pojęcia liczby dzięki temu, że pojęcie liczby całkowitej jest w niem zawarte w zupełności. Należy zatem ciągle stwierdzać tożsamość praw, rządzących liczbami ułamkowemi, z prawami znanemi uczniom z klas poprzednich, oraz podkreślić to, że reguły działań nad liczbami ułamkowemi stosują się w całej rozciągłości do liczb całkowitych, którym nawet nadajemy nazwę ułamków pozornych.

W programie kl. I podkreślono dwa typy zagadnień, dających się rozwiązać za pomocą dzielenia. Jeden typ (dzielenie liczby mianowanej przez liczbę oderwaną) możnaby nazwać podziałem utworu rozciągłego na równe części; drugi zaś typ (mieszczenie liczby mianowanej w drugiej liczbie, mającej takie samo miano) można nazwać mierzeniem.

Liczba ułamkowa winna być zaszczepiona w umyśle dziecka, jako liczba nowa, wprowadzona po to, aby umożliwić ogólne i dokładne rozwiązanie obu wymienionych typów zagadnień. Stąd dydaktycznie jest potrzebna dwojaka definicja liczby ułamkowej.

Najpierw rozważać należy ułamek jako część całości, gdyż wyznaczenie pewnej części jedności (np. ile cm. ma ćwierć metra?) jest dostępniejsze dla młodego umysłu (możnaby w ten sposób wprowadzić ułamki nawet już na poziomie kl. wstępnej — chociaż byłoby to bezcelowe).

Natomiast ułamek, rozumiany jako iloraz dokładny (mierzenie), nie jest już tak dostępny. Uczeń da bez wahania odpowiedź na pytanie: ile razy 100 cm. jest większe od 25 cm.? Atoli nawet uczniowi, umiejącemu nieco ułamki, sprawi trudność pytanie: ile razy 100 m. jest większe od 30 m.? gdyż w takich właśnie przypadkach występuje rozszerzenie pojęcia „razy“ albo ściślej: pojęcia stosunku dwu wielkości.

Jeszcze raz podkreślić należy, że liczba ułamkowa jest czemś istotnie nowem dla ucznia; zatem każde działanie nad liczbami ułamkowemi należy tak traktować, jak gdyby uczeń nie znał czterech działań nad liczbami całkowitemi. Po wykryciu i ustaleniu prawa danego działania należy dopiero stwierdzić prawdziwość tej reguły w przypadku ułamków pozornych czyli liczb całkowitych. To wskazanie szczególniej dotyczy mnożenia i dzielenia przez liczbę ułamkową.

Co dotyczy ułamków dziesiętnych, to należy podkreślić zasadę unikania na poziomie kl. II ułamków okresowych, a to z tego powodu, że pojęcie liczby okresowej może być dokładnie zrozumiane dopiero po poznaniu procesów nieskończonych. W danym razie poleca się dążyć do celowego (potrzebnego w zadaniu) przybliżenia, np.: „oblicz $\frac{3}{7}$ m z dokładnością do 0,01“.

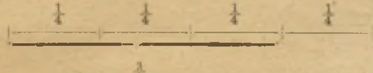
Co dotyczy sprawności w operowaniu ułamkami, to jest ona niezbędna tak samo, jak i sprawność w operowaniu liczbami całkowitemi i w tym celu należy przerabiać wiele przykładów oraz rozwiązywać ćwiczenia konkretne z zakresu mierzenia i podziału.

Program propedeutyki geometrji obejmuje dwa rodzaje tematów: 1) tematy czysto geometryczne, mające na celu zaznajomienie ucznia z podziałem na równe części odcinka, pola figury, oraz kąta na 2 części; przytem można już zapoznawać ucznia z rozumowaniem geometrycznem; 2) tematy geometryczne miarowe, dające się opisać za pomocą liczb ułamkowych.

UWAGI SZCZEGÓŁOWE.

Do punktu 1-go:

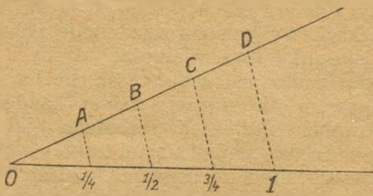
Powstawanie ułamka należy interpretować geometrycznie: Odcinek = 1.



W początkach należy dokonywać podziału odcinka za pomocą cyrkla przez próbowanie.

Dopiero po omówieniu przystawania trójkątów, po stwierdzeniu równości odcinków równoległych między równoległemi można dokonywać podziału za pomocą dokładnej konstrukcji, a mianowicie:

Odcinek = 1



Co dotyczy rozkładu liczb na czynniki pierwsze, oraz odnajdywania największego wspólnego dzielnika i najmniejszej wspólnej wielokrotnej, to należy te zagadnienia traktować jako praktyczne narzędzia pomocnicze, potrzebne do skracania, oraz dodawania i odejmowania ułamków.

Do punktu 2-go:

Punkt 2 jest wstępem do punktu 3. Należy głównie omówić dwa typy zagadnień, dających się rozwiązać za pomocą dzielenia, podkreślić szczególnie typ mierzenia (ile razy 100 m. jest większe od *a* metrów), i dokładnie rozważyć związki między poszczególnemi liczbami, występującemi przy dzieleniu (dzielna, dzielnik, iloraz, reszta).

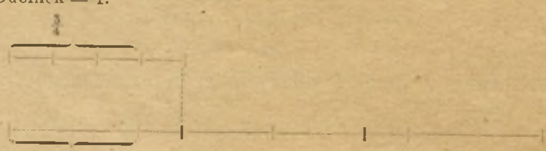
Do punktu 3 i 4-go:

Po stwierdzeniu tożsamości obydwóch definicyj ułamka należy położyć główny nacisk na stronę rachunkową*).

---

*) Interpretacja geometryczna ułamka jako ilorazu, w porównaniu z jego interpretacją jako części, jest następująca:

Odcinek = 1.



$3 : 4 = \frac{3}{4}$.

Stąd widać identyczność obydwóch definicyj.

W propedeutyce geometrji, gdzie ma być uwzględnione badanie systematyczne własności figur, uczeń znajdzie ciekawą i kształcącą rozrywką w postaci dzielenia kątów na równe części.

Zagadnienia geometryczne winny stanowić przeciwwagę nużących ćwiczeń rachunkowych, niezbędnych przy skracaniu i rozszerzaniu ułamków. Z tego względu poleca się część każdej lekcji przeznaczyć na badanie symetrji figur i konstrukcję, a część na ćwiczenia techniczne i rachunkowe.

D o p u n k t u 5-go:

Szczególny nacisk należy położyć na sprawność w odejmowaniu liczb mieszanych, oraz na łączne dodawanie i odejmowanie liczb mieszanych.

Własności sumy i różnicy boków trójkąta należy stwierdzać doświadczalnie, — budując sumę lub różnicę odpowiednich odcinków (boków).

Twierdzenie o sumie kątów w trójkącie należy wysnuć z własności kątów przy dwóch równoległych, przeciętych trzecią prostą.

D o p u n k t u 6-go:

Wielką wagę posiada osiągnięcie sprawności w posługiwaniu się ułamkami dziesiętnemi.

Przy ćwiczeniach w łącznem dodawaniu i odejmowaniu ułamków zwyczajnych i dziesiętnych nasuwa się potrzeba zamiany ułamków jednego rodzaju na ułamki drugiego, co należy dokładnie omówić.

Trzeba uniknąć ułamków okresowych z powodów, wyłuszczonych we wskazówkach ogólnych. Zatem należy podzielić ułamki zwyczajne na dwie klasy: 1) ułamki zwyczajne nieprzywiedlne (już skrócone), których mianownik zawiera wyłącznie czynniki 2 i 5, jest to klasa ułamków, dających się zamienić na dziesiętne; 2) pozostałe ułamki zwyczajne, które nie dadzą się zamienić na ułamki dziesiętne.

Co do tej drugiej klasy ułamków, można tylko postawić za zadanie: wyrazić je z pewnem przybliżeniem w postaci ułamka dziesiętnego.

Uwaga. Należy wyraźnie podkreślić, że ułamki dziesiętne nie są nowym typem liczb, lecz stanowią szczególną odmianę liczb ułamkowych. Wszelkie działania nad ułamkami dziesiętnemi należy zatem opierać na odpowiednich regułach działań nad ułamkami dziesiętnemi.

Do punktu 7-go:

Mnożenie i dzielenie liczby ułamkowej przez liczbę całkowitą należy traktować jako powiększanie i zmniejszanie tej liczby pewną liczbę razy. Najlepiej to czynić na gruncie definicji ułamka, jako części całości, przez odpowiednie wnioskowanie.

W celu zapoznania uczniów z podziałem pól figur na równe części należy uprzednio bliżej omówić równoważność figur, stosując tę samą metodę, o której była mowa w programie kl. I.

Umiejętność obliczania pól dowolnych figur prostokreślnych ma na celu umożliwienie obliczania siatek brył.

Obliczanie pól figur należy uskuteczniać pośrednio przez zamianę danej figury na równoważny prostokąt. W celu dokładnego wyjaśnienia tego należy żądać od uczniów wykonywania odpowiednich modeli z tektury.

Do punktu 8-go:

Mnożenie przez ułamek jest bliżej omówione w samym programie.

Należy zauważyć, że mnożenie przez ułamek winno być wprowadzane głównie na tle zagadnień konkretnych (typowych dla mnożenia). Na dokładne opanowanie mnożenia trzeba poświęcić dużo lekcyj i przerobić znaczną liczbę ćwiczeń konkretnych.

Za ćwiczenia rekreacyjne służyć mogą odczytywanie siatek z brył, oraz obliczanie ich całkowitej powierzchni. Liczbę $\pi = \frac{22}{7}$, oraz sposób obliczania długości okręgu i pola koła wystarczy podać dogmatycznie.

Do punktu 9-go:

Dzielenie przez liczbę ułamkową należy ująć jako zagadnienie odwrotne względem mnożenia, w znaczeniu obliczania całości podług danej części.

D o p u n k t u 10 i 11-go:

Mnożenie i dzielenie ułamków dziesiętnych należy oprzeć na odpowiednich przepisach dla ułamków zwyczajnych, zachować przytem nadal wypada zasadę unikania ułamków okresowych.

Jest niezbędne osiągnięcie dużej sprawności w posługiwaniu się ułamkami dziesiętnemi, czego można dopiąć drogą ćwiczeń ciekawych i zrozumiałych dla uczniów. Szczególniej nadają się do tych ćwiczeń tematy z geografji, przyrody, zagadnienia z danemi doświadczalnemi, które uczeń znajduje podczas zajęć praktycznych z fizyki i chemji (objętość i ciężar właściwy).

W rachunku przybliżonym należy zastąpić znak równości specjalnym symbolem (np. $\doteq$).

O ile może zajść nieporozumienie, należy wymienić stopień i rodzaj przybliżenia (z nadmiarem lub niedomiarem).

UWAGI METODYCZNE, DOTYCZĄCE PROGRAMU KLASY III.

A) Arytmetyka.

Do punktu 2-go:

Z użyciem liter do oznaczania liczb spotykają się uczniowie od czasu do czasu i w klasach poprzednich, lecz nosi ono tam charakter przypadkowy. W klasie trzeciej natomiast wprowadzenie symboli literowych winno się odbyć systematycznie. Wyjaśniwszy uczniom potrzebę wprowadzenia liter dla uzyskania ogólności w rozumowaniu (przykłady), należy zająć się sformułowaniem ogólnem podstawowych praw arytmetyki, poznanych w klasach poprzednich. Winniśmy więc omówić dokładnie własności czterech działań arytmetycznych, zwracając przy tem uwagę na własności zera ($a + 0 = a$, $a\ 0 = 0$, nieistnienie dzielenia przez zero), oraz na własności znaków $>$ i $<$, np., że z $a > b$, $b > c$ wynika $a > c$ (przechodniość), że z $a > b$ wynika $a + c > b + c$ i t. d.

Prawa te, wyjaśnione na przykładach liczbowych, winny utworzyć dla ucznia układ prawd podstawowych (pewników), na których będzie opierał wszystkie rozważania dalsze, już bez odwoływania się do przykładów liczbowych. Należy przytem dążyć do zrozumienia przez ucznia pojęć: pewnik, twierdzenie.

Następnie uczniowie winni się zapoznać z prostemi wyrażeniami algebraicznemi, jako z wynikami szeregu działań, wykonanych w określonym porządku, a w związku z tem — z użyciem nawiasów.

Jako pożyteczne ćwiczenie należy tu polecić układanie w postaci wzoru matematycznego planu rozwiązania zadań konkretnych (t. zw. metoda nawiasów). Ćwiczenia takie można rozpoczynać z danemi liczbowemi, należy jednak następnie przyzwyczaić uczniów do zadań, w których dane są oznaczone przez litery. Zadania takie nie powinny być zbyt złożone. Otrzymane wzory ogólne należy stosować do przykładów, nadając symbolom danych liczb różne wartości liczbowe, co da zarazem sposobność do ponownego powtórzenia działań nad ułamkami.

Podstawowe prawa arytmetyki należy zastosować do przekształcania wyrażeń algebraicznych, winno się jednak ograniczyć przytem do wypadków najprostszych (np. mnożenie sum i różnic, mnożenie i dzielenie potęg i t. d.), a kłaść nacisk na dokładne zrozumienie tych praw.

Do punktu 3-go:

Aby osiągnąć jaknajlepsze wyczucie i zrozumienie pojęć: zmiennej, zależności funkcjonalnej, funkcji, należy je zaczerpnąć ze źródeł konkretnych. Można np. zacząć od rozróżnienia takich wielkości fizycznych, które nie ulegają żadnym uchwytnym zmianom i które przeto można uznać praktycznie za stałe, i takich, które ulegają zmianom wyraźnym, mniej lub więcej szybkim. Różnym stanom wielkości zmiennej odpowiadają różne liczby, stanowiące jej miary. Gdy w zadaniu chodzi o wielkość zmienną jako taką, bez wyróżniania żadnej z tych liczb czyli wartości liczbowych, to wszystkie te liczby oznaczamy jedną literą.

Po takich lub podobnych uwagach wskazać należy przykłady takich związków pomiędzy dwiema wielkościami zmiennemi, że różnym stanom jednej z nich odpowiadają w sposób naturalny i zrozumiały określone stany drugiej. Związek taki da się ustalić: a) pomiędzy czasem liczonym od pewnej chwili a temperaturą powietrza w danem miejscu; b) pomiędzy czasem a ciśnieniem atmosferycznem; c) pomiędzy czasem a temperaturą chorego; d) pomiędzy temperaturą a długością pręta metalowego lub słupka rtęci; e) pomiędzy ilością a wartością towaru; f) pomiędzy ceną jednostki towaru a jego ilością przy stałej sumie, przeznaczonej na kupno i t. p. Trzeba się przytem opierać jak najbardziej na własnem doświadczeniu i wiadomościach ucznia oraz na pomiarach, wykonanych przezeń dawniej lub wykonywanych specjalnie na żądanie nauczyciela w danym czasie. Wyniki takich pomiarów i inne analogiczne dane uczeń winien układać w postaci tabelek z dwu odpowiadających sobie ciągów (szeregów) liczb.

Zaznaczając i podkreślając przy pomocy tych środków i stosownych uwag ten fakt, że każdej liczbie, stanowiącej miarę jednej wielkości zmiennej w pewnym jej stanie, odpowiada określona liczba, będąca miarą drugiej w odpowiednim stanie, uwydatniamy najistotniejszą treść pojęć: zależność funkcjonalna i funkcja. Następnie wypadnie zbadać bliżej takie zależności jak d), e), f), wykryć prawa matematyczne, rządzące występującemi tam funkcjami, a więc znaleźć odpowiednie wyrażenia. W ten sposób otrzymamy proporcjonalność prostą z jej wzorem: $y = ax$, odwrotną ($y = \frac{a}{x}$); uogólniając (co zresztą na tym poziomie nie jest jeszcze konieczne), możemy przejść do funkcji linjowej $y = ax + b$, być może do proporcjonalności względem kwadratu zmiennej. Zaznaczyć przytem należy, zgodnie z uwagami poprzedniemi, że istnienie elementarnego wyrażenia algebraicznego, wyznaczającego funkcję w zależności od zmiennej, nie jest bynajmniej cechą istotną pojęcia funkcji.

Aczkolwiek wprowadzenie układu osi współrzędnych i wykresów, w ścisłem znaczeniu tego słowa, jest w szkole średniej konieczne, to jednak można wytoczyć poważne argumenty przeciwko czynieniu tego kroku już na poziomie klasy III-ej. Niezrozumienie istotnej treści tej metody, bezmyślne jej zmechanizowanie, pomieszanie pojęć: funkcja i wykres — oto możliwe niebezpieczeństwa. Z drugiej strony jednak potrzeba jakiejś ilustracji geometrycznej nasuwa się poniekąd sama przez się, zwłaszcza, gdy chodzi o funkcje empiryczne, nie linjowe i nie jednostajne. Może najwłaściwszym byłby sposób następujący: zamiast dwu osi spółrzędnych używać tylko jednej prostej, odmierzać na niej od pewnego punktu odcinki, wyobrażające wartości zmiennej niezależnej, z ich końców wykreślać proste, prostopadłe do danej prostej, odmierzać na nich odcinki, wyobrażające wartości funkcji i t. d. Pomijając narazie aparat terminologiczny (odcięta, rzędna, spółrzędne i t. d), a uwydatniając jak najmocniej wartość praktyczną takich ilustracyj (charakterystyka klimatu w obserwatorjum meteorologicznem, diagnoza lekarska według typu wykresu temperatury i t. p.), unikniemy formalizmu i bezmyślności i przygotujemy właściwe podłoże do późniejszych roztrząsań. Zresztą wiele tu należy pozostawić intuicji nauczyciela.

D o p u n k t u 4-go:

Badanie zależności pomiędzy dwiema zmiennemi prowadzi w sposób naturalny do zagadnienia: „dana jest wartość jednej zmiennej, jaka jest wartość odpowiednia drugiej?“ t. j. do równania. W kl. III-ej należy się ograniczyć do układania i rozwiązywania prostszych równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą. Oprócz tematów, wspomnianych wyżej w p. 3-im, obfitego materjału dostarczą znajdujące się zwykle w podręcznikach zadania na „regułę trzech“, „regułę procentu“, „mieszaniny“ i t. p. Należy bezwzględnie porzucić metodę rozwiązywania takich zadań za pomocą schematów czyli „reguł“, a dążyć do tego, aby uczniowie rozumieli zależność, występującą w zadaniu, i umieli ją ująć we wzór, a zatem ułożyć równanie. Zadania skomplikowane, jako mało kształcące, a pochłaniające wiele czasu, należy odrzucić.

W programach dawniejszych wiele czasu poświęcano w klasie trzeciej na t. zw. naukę o proporcjach i stosunkach. Z punktu widzenia programu niniejszego jest to zbyteczne. Stosunek dwóch liczb a i b można tratować wprost jako iloraz $\frac{a}{b}$, proporcję zaś jako wzór, złożony z dwu równych ilorazów. Rozwiązywanie proporcyj staje się w ten sposób pewną odmianą szczególną rozwiązywania równań, nie wymagając osobnej teorji.

B) Propedeutyka geometrji.

Do punktu 2-go:

W tym punkcie programu chodzi o zapoznanie ucznia z badaniem kształtów przestrzennych za pomocą figur płaskich. Pojęciami podstawowemi są tu przekrój i rzut.

Uczniowie winni sporządzić z kartonu szereg prostych brył (o ile nie posiadają ich z klas poprzednich) np. sześcian, czworościan foremny, graniastosłupy i t. p. i wskazywać na nich charakterystyczne przekroje (np. utworzone przez płaszczyzny symetrji, płaszczyzny przekątne), a następnie wykreślać te przekroje w zeszycie. Stopniowo należy przejść do przekrojów trudniejszych (np. wyznaczonych przez płaszczyzny, przechodzące przez krawędzie, równoległe do ścian, prostopadłe do krawędzi, prostopadłe do przekątnych i t. d.).

Dalsze ćwiczenia będą polegały na wykreślaniu przekrojów, gdy płaszczyzna tnąca zmienia swe położenie, np. obraca się dokoła pewnej prostej (dokoła krawędzi, przekątnej jednej ze ścian i t. d.) lub przesuwa się równolegle (do ściany, płaszczyzny przekątnej i t. d.).

Ćwiczenie ostatnie prowadzi w łatwy sposób do odwzorowywania brył na płaszczyźnie za pomocą szeregu równoległych przekrojów płaskich, t. j. do metody rzutów cechowanych. Zacząć można np. od ostrosłupa trójkątnego, stojącego na podstawie poziomej, następnie rozważyć parę innych brył i wreszcie przejść do wyobrażenia nierówności powierzchni ziemi za pomocą linij poziomu (mapy topograficzne).

Nastręcza się tu szereg interesujących ćwiczeń, np. wykreślanie profilu góry lub dna morskiego, oznaczanie pochyłości gruntu w danym punkcie w różnych kierunkach i t. p.

W ćwiczeniach powyższych występuje już metoda rzutów, którą należy z kolei zająć się obszerniej. Wyjaśniwszy pojęcia rzutu prostopadłego punktu, odcinka, figury płaskiej na płaszczyznę, winniśmy przejść do wykreślania rzutów prostszych brył. Należy przytem wykonywać rzuty tej samej bryły na różne płaszczyzny, zwracać uwagę na to, aby uczniowie nie utożsamiali bryły z jej rzutem i wskazać niedostatecność samego tylko rzutu do określenia kształtu bryły (cienie, sylwetki), natomiast zająć się w szeregu ćwiczeń wyznaczaniem kształtu bryły, jeżeli są dane: rzut i rzędne lub też rzuty na dwie płaszczyzny prostopadłe (np. rzut poziomy i pionowy sześcianu, stojącego na płaszczyźnie poziomej).

Dział ten zakończyć można rozwiązaniem kilku prostych zadań, jakoto: wyznaczanie długości odcinka danego przez rzut i rzędne końców, nachylenia odcinka do płaszczyzny rzutów, wykreślanie rzutu koła i t. d.

Wszystkie ćwiczenia, wskazane powyżej, winny być jak najbardziej konkretne, w rysunkach należy stosować dane wymiary liczbowe (np. w centymetrach); bryły, o których mowa, zrobione z kartonu, winni uczniowie mieć zawsze przed sobą.

Do punktu 3-go:

Punkt ten odpowiada punktowi 3-mu programu arytmetyki. Jednocześnie z pojęciem zależności pomiędzy dwiema zmiennemi, t. j. odpowiedniości pomiędzy wartościami, jakie przybierają te zmienne, uczniowie mają poznać zależności (pokrewieństwa) geometryczne. Najprostszemi zależnościami są: symetrja (względem punktu, prostej lub płaszczyzny) i jednokładność. Przy opisywaniu tych zależności należy kłaść nacisk na odpowiedniość, zachodzącą pomiędzy elementami figur.

Od symetrji i pojęcia o figurach równych można przejść do jednokładności, jako do związku bardziej ogólnego, niż symetrja, stąd zaś do podobieństwa w położeniu ogólnem. Ćwiczenie podstawowe polega na wykreślaniu i badaniu własności figury, gdy jest dana figura odpowiednia (symetryczna lub jednokładna; ogólniej: równa lub podobna). O ile chodzi o symetrję, jedna z figur, przy danym środku, osi lub płaszczyźnie symetrji, określa w zupełności drugą; gdy mowa o jednokładności, jest jeszcze potrzebny, przy danym środku jednokładności, jeden punkt drugiej figury lub pewna liczba, a mianowicie spółczynnik jednokładności (stosunek podobieństwa). Zmieniając spółczynnik jednokładności, otrzymujemy ciąg figur o wspólnym środku jednokładności, co nasuwa badanie zależności pomiędzy bokami, obwodami, polami i t. d. tych figur; bogaty materjał, stąd otrzymany, należy zużytkować w szeregu ćwiczeń praktycznych.

PLAN ZAJĘĆ SZKOLNYCH
dla Państwowego Gimnazjum Niższego.

PRZEDMIOTY		KLASY 0	I	II	III	RAZEM
RELIGJA		2	2	2	2	8
JĘZYK POLSKI . .		6	5	4	4	19
JĘZYK OBCY . . .		—	—	6	5	11
HISTORJA		—	—	2	2	4
GEOGRAFJA . . .		—	2+(1)	2+(1)	2	6+(2)
MATEMATYKA . .		5	6	4	4	19
FIZYKA I CHEMJA .		—	—	1+2	2+3	8
PRZYRODOZNAW. .		2+(1)	2+(2)	2+(2)	2+(1)	8+(6)
PISMO.		2	2	—	—	4
RYSUNEK		4	4	2	2	12
ŚPIEW.		2	2	2	1	7
PRACA RĘCZNA . .		2	3	2	2	9
GIMNASTYKA . . .		2	2	2	2	8
RAZEM	godzin lekcyj teoretycznych	15	17	23	23	78
	godzin zajęć praktycznyzh	12+(1)	13+(3)	10+(3)	10+(1)	45+(8)
RAZEM		27+(1)	30+(3)	33+(3)	33+(1)	123+(8)

OBJAŚNIENIE. Liczby oznaczają ilość godzin tygodniowo. Gdy występują w formie sumy, wtedy drugi składnik oznacza ćwiczenia praktyczne. Składniki, ujęte w nawiasy, oznaczają czas, przeznaczony na wycieczki. Godziny te nie wchodzą w rozkład lekcyj szkolnych.