Programm

des

Friedrich-Wilhelms-Gymnasiums

zu Königsberg in der Neumark,

mit welchem zur

öffentlichen

Prüfung der Schüler

am 23. März

im Namen des Lehrer-Collegiums ergebenst einladet

der Director

Dr. C. W. NAUCK.

Inhalt:

Königsberg i. d. N. 1858.

Druck von J. G. Striese.

Die Rechnungen mit abgekürzten Decimalbrüchen und deren Anwendung auf das practische Rechnen.

I. Die vier Rechnungsoperationen.

§ 1.

Werden in einem Decimalbruche alle rechts auf irgend eine Stelle folgenden Ziffern weggestrichen, so heisst der Decimalbruch auf so viel Decimalstellen abgekürzt, als deren stehen geblieben sind. Diese Abkürzung wird angedeutet durch angehängte Puncte, welche deshalb nie durch Nullen ersetzt werden können, weil Nullen nur da stehen dürfen, wo gar kein Werth einer Stelle vorhanden ist, so dass man für den vollständigen Bruch 8,792 schreiben kann 8,79200, aber nicht für den abgekürzten 8,792...

Der durch die Abkürzung entstandene Fehler beträgt noch nicht eine Einheit der letzten beibehaltenen Decimalstelle, weil nach dem zehntheiligen Zahlensysteme der Werth einer ganzen Einheit irgend einer Stelle grösser ist, als der Werth beliebiger Ziffern, welche rechts auf die Stelle dieser Einheit folgen.

(1000 grösser als 999, 0,01 grösser als 0,0099..., 0,001 grösser als 0,00067...). Schreibt man z. B. 0,8564... statt 0,8564765, so ist der Bruch auf vier Decimalstellen abgekürzt und der *Fehler beträgt noch nicht $\frac{1}{10000}$, da 0,0000765 kleiner ist als 0,0001000.*

Da alle auf diese Weise abgekürzten Brüche zu klein werden, so zieht man es gewöhnlich vor, den Fehler geringer als eine halbe Einheit der letzten beibehaltenen Stelle zu machen, und verfährt folgendermassen:

Ist die erste wegzulassende Ziffer = 5 oder grösser als 5, so vermehrt man die *letzte beibehaltene Ziffer um 1, lässt aber diese ungeändert, wenn jene Ziffer kleiner als 5* ist. Der Werth des Bruchs wird im ersten Falle zu gross, im letzten zu klein, aber der Fehler ist stets kleiner als eine halbe Einheit der letzten beibehaltenen Stelle; denn 5 Einheiten irgend einer Stelle betragen eine halbe Einheit der vorhergehenden Decimalstelle. Sind nun im ersten Falle 5 oder mehr Einheiten weggelassen worden, so fehlt zwar mehr als eine halbe Einheit der vorigen Stelle, aber dafür ist eine ganze Einheit derselben zu-gesetzt worden, folglich ist der Bruch höchstens um eine halbe Einheit zu gross. Im zweiten Falle bleiben weniger als 5 Einheiten weg, also wird der Bruch noch nicht um eine halbe Einheit zu klein.

z. B. 0,872435,	abgekürzt	0,8724...,	Fehler kleiner als		$\frac{1}{2}$	Zehntausendtel.
3,4584	„	3.46...	„ „	„	$\frac{1}{2}$	Hundertel.
0,72956	„	0,730...	„ „	„	$\frac{1}{2}$	Tausendtel.
12,84999	„	12,8...	„ „	„	$\frac{1}{2}$	Zehntel.
4,3625	„	4,363...	„	gleich	$\frac{1}{2}$	Tausendtel.

Das letzte Beispiel zeigt den ungünstigsten Fall für die Vergrösserung, das vorletzte für die Verkleinerung des Bruchs.

Beträgt der Fehler weniger als eine halbe Einheit der letzten Stelle, so heisst der erhaltene Bruch **vortheilhaft** abgekürzt und seine Bruchziffern heissen sämmtlich **sichere**.

In den Resultaten der Rechnungen mit abgekürzten Zahlen kommen jedoch häufig auch solche Bruchziffern vor, bei welchen der Fehler möglicherweise grösser ist als eine halbe Einheit der letzten Stelle, diese sind die **unsichern** Ziffern; endlich erhält man auch ganz unrichtige d. h. solche, die durch das Zusammenzählen geltender Ziffern mit Puncten entstehen.

Es bleibt uns daher bei den Rechnungen mit abgekürzten Zahlen die Aufgabe, die unrichtigen Ziffern sogleich während der Ausführung der Theilrechnungen zu beseitigen und dann im Resultate die Fehlergrenze zu bestimmen d. h. den Betrag anzugeben, welchen der Fehler im ungünstigsten Falle höchstens erreichen kann, so dass die unsichern Ziffern des Resultats gefunden werden.

Addition.

§ 2.

Wenn mehrere theils abgekürzte theils vollständige Decimalbrüche addirt werden, so sieht man bei der gewöhnlichen Aufstellung der Rechnung (A.) sogleich, dass mehrere Ziffern der letzten Stellen mit Puncten zusammenzuzählen sind, also diese Stellen in der Summe unrichtige Ziffern enthalten müssen. Da diese für das Resultat unbrauchbar sind, so kürze man vor der Addition alle Decimalbrüche, auch die vollständigen, auf so viel Stellen ab, als derjenige abgekürzte Decimalbruch enthält, welcher mit den wenigsten Decimalstellen versehen ist; hierauf addire man, wie die Aufstellungen B. und C. zeigen.

Es sei gesucht: 18,5764... + 9,208625 + 0,42748... + 6,458... + 22,75 + 0,0097264..., wird angesetzt:

	A)		B)	C)
	18,576	4....	18,576...	18,576...
	9,208	625	9,209...	9,208...
	0,427	48...	0,427...	0,427...
	6,458	.....	6,458...	6,458...
	22,75		22,750	22,750
	0,009	7264.	0,010...	0,009...
Summe =	57,430	2314.	57,430...	57,428...

Der Strich (Sicherheitsstrich) in A deutet die Grenze der unrichtigen Ziffern an; in B sind die Brüche auf eine halbe Einheit, in C auf eine ganze Einheit der dritten Stelle abgekürzt. Statt 22,75 ist 22,750 geschrieben worden, weil diese Zahl als vollständig gegeben war, dagegen ist der vollständige Bruch 9,208625 ebenfalls abgekürzt worden, weil er mehr Decimalstellen hat als 6,458...

Die Fehlergrenze des Resultats ergiebt sich leicht aus der Anzahl der abgekürzten Posten. Beträgt nämlich der Fehler jedes Postens (wie in C) noch nicht eine ganze Einheit der letzten Stelle, so ist im ungünstigsten Falle der Fehler der Summe gleich so viel Einheiten dieser Stelle, als abgekürzte Posten vorhanden sind (in C höchstens $\frac{5}{1000}$); sind die Posten aber (wie in B) auf eine halbe Einheit abgekürzt, so ist der Fehler der Summe höchstens halb so gross (in B höchstens $\frac{2}{1000}$), und ausserdem noch kleiner, wenn einige Posten zu klein, andere zu gross sind, was in den meisten Fällen vorkommen wird.

Es ist daher am vortheilhaftesten, bei der Addition die Brüche auf letztere Art abzukürzen, weil erst 20 Posten im ungünstigsten Falle (alle zu gross oder zu klein) einen Fehler hervorbringen können, welcher höchstens eine Einheit der vorletzten Stelle beträgt, und in vielen Fällen die Fehler der Posten sich fast aufheben. In den meisten Fällen wird es also genügend sein, die letzte Stelle der Summe als unsicher anzusehen und sie aus dem Resultate zu streichen.

0,845349... + 0,0726... + 3,60283 + 0,00869 + 2,000046... + 0,5402362...

giebt

D)		E)	
0,8453	49 . .	0,8453...	
0,0726	. . . .	0,0726...	
3,6028	3	3,6028...	
0,0086	9 . . .	0,0087...	
2,0000	46 . .	2,0000...	
0,5402	362 .	0,5402...	
7,0697	512	7,0696...	

In E ist die letzte Ziffer zu klein geworden, in B ist sie richtig, weil dort 2 Posten zu klein und 2 Posten zu gross sind.

§ 3.

Ist die Fehlergrenze der Summe vorher bestimmt und sind die Posten in beliebig vielen Decimalstellen gegeben (z. B. aus gemeinen Brüchen), so hat man dieselben auf *eine Stelle mehr* abzukürzen, als die Fehlergrenze angiebt, und nach der Addition die letzte Stelle in der Summe wegzulassen; nur wenn mehr als 20 Posten gegeben wären, müsste noch *eine* Stelle den Posten zugefügt werden.

Gesetzt der Fehler solle noch nicht $\frac{1}{10000}$ betragen, so sind die Posten auf 5, höchstens 6 Decimalstellen abzukürzen.

Subtraction.

§ 4.

Bei der Subtraction findet man aus demselben Grunde, wie in § 2, die Regel, dass beide Brüche auf gleichviel Decimalstellen abgekürzt werden müssen, bevor die Rechnung ausgeführt wird.

Die Fehlergrenze des Unterschieds soll zunächst in folgenden Beispielen aufgesucht werden:

Min.	A) 24,89637..	B) 8,763	C) 8,763	D) 8,763	E) 8,763
Subtr.	15,98	7,95427	7,9542.	7,9543.	7,954..
Unterschied =	8,91637..	0,80873	0,8088.	0,8087.	0,809..

Das Beispiel A zeigt, dass der Unterschied bei einem vollständigen Subtrahend denselben Fehler behält, welchen der Minuend hat; denn in jenem würden ebenfalls 7 Einheiten fehlen, wenn im Minuend die letzte Ziffer 7 gestrichen würde. In den Beispielen C, D und E ist der Subtrahend abgekürzt, aber der Minuend vollständig. Vergleicht man diese Rechnungen mit B, so hat in C der Subtrahend 7 Einheiten der 5ten Stelle zu wenig und der Unterschied 7 zu viel, in E der Subtrahend 27 Einheiten zu wenig und der Unterschied 27 zu viel, endlich hat in D der Subtrahend 3 Einheiten der 5ten Stelle zu viel und der Unterschied 3 zu wenig.

Der Unterschied bekommt also bei einem vollständigen Minuend den entgegengesetzten, aber gleichgrossen Fehler des Subtrahend, woraus ferner folgt, dass letzterer nur auf eine halbe Einheit abzukürzen ist, damit nicht der Unterschied um mehr als eine halbe Einheit zu gross wird.

Sind beide Brüche abgekürzt, so wird der Unterschied nur in einem Falle genau, wenn nämlich beide Fehler ganz gleich sind; meist aber werden die Fehler ungleich sein und zwar, entweder von gleicher Art oder entgegengesetzt.

In folgenden Beispielen sind beide Brüche entweder zu klein oder zu gross:

Min.	F) 12,84392	G) 12,843..	H) 12,8439.	J) 12,84...	K) 12,8...
Subtr.	8,61438	8,614..	8,6143.	8,61...	8,6...
Unterschied =	4,22954	4,229..	4,2296.	4,23...	4,2...
Min.	L) 9,7296	M) 9,72..	N) 9,729.	O) 9,73..	P) 9,730.
Subtr.	8,4758	8,47..	8,475.	8,48..	8,476.
Unterschied =	1,2538	1,25..	1,254.	1,25..	1,254.

In G, H, M und N sind die Brüche auf eine ganze Einheit, in J, K, O und P auf eine halbe Einheit abgekürzt, in O und P sind beide abgekürzte Brüche zu gross, in den übrigen zu klein. Ueberall ist im Unterschied der Fehler kleiner geworden als der grössere der beiden Fehler, aber nur derselben Art geblieben, wo der Fehler des Minuend grösser als der des Subtrahend ist (der Unterschied in G, M und K zu klein, in P zu gross), im umgekehrten Falle ist der Fehler des Unterschieds entgegengesetzt (in H, N und J zu gross, in O zu klein). Die Beispiele G, H, M und N zeigen, dass, während beide Brüche auf eine ganze Einheit abgekürzt sind, in dem Unterschiede der Fehler mehr als eine halbe Einheit (G, H) oder weniger (M, N) betragen kann, auch dass der Bruch um mehr als eine halbe Einheit zu gross werden kann (H). Wenn dagegen beide Brüche auf halbe Einheiten abgekürzt sind, wie in J, K, O und P, so beträgt der Fehler des Unterschieds stets weniger als eine halbe Einheit, unter der Bedingung, dass beide Fehler gleichartig sind.

Ist der eine Bruch zu gross und der andere zu klein, so sieht man aus den Beispielen:

Min.	Q) 4,3854	R) 4,385.	S) 4,39..	R und U: Min. zu klein
Subtr.	3,4736	3,474.	3,47..	Subtr. zu gross
Unterschied =	0,9118	0,911.	0,92..	Untersch. zu klein
Min.	T) 7,4291	U) 7,429.	V) 7,43..	S und V: Min. zu gross
Subtr.	0,7308	0,731.	0,73..	Subtr. zu klein
Unterschied =	6,6983	6,698.	6,70..	Untersch. zu gross

dass der Fehler des Unterschieds gleichartig mit dem des Minuend und gleich der Summe der Fehler des Minuend und Subtrahend ist, auch in ungünstigen Fällen mehr als eine halbe Einheit der letzten Stelle beträgt (R und S).

Im Allgemeinen ist daher im Unterschiede die letzte Ziffer sicher, wenn nur der eine Bruch und zwar auf eine halbe Einheit abgekürzt ist, oder wenn die Fehler beider Brüche gleichartig sind; wenn dagegen die Fehler entgegengesetzt sind, so ist die letzte Stelle des Unterschieds unsicher.

§ 5.

Aus der vorigen Betrachtung folgt, dass, wenn die Fehlergrenze des Unterschiedes gegeben ist, die betreffenden Decimalbrüche nur dann auf eine Stelle mehr abgekürzt werden müssen, sobald die Fehler entgegengesetzte werden. Ist die Grösse der Fehler bekannt, so gilt dies nur für eine Summe der Fehler, welche grösser ist als eine halbe Einheit der letzten Stelle. In allen übrigen Fällen bekommen beide Brüche nur so viel Stellen, als die Fehlergrenze angiebt.

Multiplication.

§ 6.

Wird ein abgekürzter Decimalbruch mit einem vollständigen multiplicirt und dabei das gewöhnliche Verfahren angewendet (A), so enthält schon das erste Theilproduct mehrere Ziffern, welche mit Puncten zu vereinigen sind, also im Product unrichtige Stellen geben; bedient man sich aber der umgekehrten (fallenden) Multiplication, (bei welcher mit der ersten geltenden Ziffer des Multiplicator der Anfang gemacht und jede folgende Multiplicationsreihe um eine Stelle ausgerückt wird,) so enthält das erste Theilproduct die wenigsten unbrauchbaren Stellen, jedes folgende immer eine solche mehr. Macht man den abgekürzten Factor zum Multiplicand (B und D), so hat der Sicherheitsstrich stets seine Stelle hinter der letzten Ziffer der ersten Multiplicationsreihe; stellt man aber den vollständigen Bruch als Multiplicand auf (C und E), so wird der Sicherheitsstrich auch eine andere Stelle einnehmen können, dieselbe nur in dem Falle, wo beide Brüche gleichviel geltende Ziffern haben.

Sollen nun sogleich bei der Ausrechnung die unrichtigen Stellen wegbleiben, so wird zuerst der vollständige Factor unter den abgekürzten gestellt, dann die Rechnung mit der ersten Ziffer des Multiplicator angefangen, bei der nächsten Multiplication die letzte Ziffer des Multiplicand aus der Rechnung gelassen (überstrichen), aber auch das zweite Theilproduct nicht ausgerückt, sondern die letzten Ziffern beider Reihen untereinander gestellt; endlich wird bei jeder neuen Multiplication die nächstvorhergehende Ziffer des Multiplicand überstrichen und das Product wie vorher aufgestellt. Dieses Verfahren nennt man die abgekürzte Multiplication. Beispiele:

```
A) 0,46728 . . .
      6,473
   ------------
   140|184 . .
  3270|96 . . .
 18691|2 . . . .
280368| . . . .
   ------------
3,02470|344 . .
```

```
B) 0,46728 . . .
      6,473
   ------------
280368| . . . .
 18691|2 . . .
  3270|96 . .
   140|184 .
   ------------
3,02470|344 .
```

```
C)     6,473
   0,46728 . . .
   ------------
   25892|
    38838|
     4531|1
      129|46
       51|784
         | . . . .
   ------------
   3,02470|344 .
```

```
D) 0,04293 . . .
     27,345
   ------------
     8586| . . . . .
     3005|1 . . . .
      128|79 . . .
       17|172 . .
        2|1465 .
   ------------
   1,1739|2085 .
```

```
E)   27,345
   0,04293 . . .
   ------------
   10938|0
     546|90
     246|105
       8|2035
        | . . . . .
   ------------
   1,1739|2085 .
```

```
F) 0,46728...
     6,473
   ------------
   280368.. + 6
    18688.. + 4
     3269.. + 7
      138.. + 3
   ------------
   3,02463.. + 20
```

```
G) 0,04293...
    27,345
   ------------
     8586.. + 2
     3003.. + 7
      126.. + 3
       16.. + 4
        0.. + 5
   ------------
   1,1731.. + 21
```

```
K) 0,0649...
    5,4738
   ------------
    3245..
     260..
      45..
       2.. (3.6 = 18 z. 2 über)
       0.. (8.0 = 0)
   ------------
   0,3552..
```

```
H) 0,46728...
     6,473
   ------------
   280368..
    18691.. (4.8 = 32 zählt 3 über)
     3270.. (7.2 = 14   „   1   „ )
      140.. (3.7 = 21   „   2   „ )
   ------------
   3,02469..
```

```
J) 0,04293...
    27,345
   ------------
     8586..
     3005.. (7.3 = 21 zählt 2 über)
      129.. (3.9 = 27   „   3   „ )
       17.. (4.2 =  8   „   1   „ )
        2.. (5.4 = 20   „   2   „ )
   ------------
   1,1739..
```

In C ist der Sicherheitsstrich erst nach der zweiten Multiplicationsreihe, dagegen in E schon vor der letzten Ziffer der ersten Reihe zu machen, was sich aus der Stellung der Puncte sogleich ergiebt. In C und E steht der vollständige Factor oben, dagegen ist in B und D der abgekürzte Bruch als Multiplicand aufgestellt, wobei zu bemerken ist, dass der Sicherheitsstrich immer hinter die letzte Ziffer der ersten Reihe zu stehen kommt. F und G sind abgekürzt gerechnet, so dass alle unrichtigen Stellen schon in den Theilproducten weggeblieben sind (vergleiche F mit B, G mit D); es bleibt aber noch zu untersuchen, wie weit die Ziffern des Resultats sicher sind.

Denkt man sich noch eine Stelle des Multiplicand gegeben, so wird, da das Product derselben mit der ersten Ziffer des Multiplicator zweiziffrig sein kann, durch Ueberzählen zur letzten Ziffer des ersten Theilproducts noch eine Zahl hinzukommen, welche jedoch noch nicht diese erste Multiplicatorziffer erreichen kann, weil dem Multiplicand höchstens die Ziffer 9 hinzutreten darf. Deshalb ist in F 6 (in G 2) als höchster Werth, welchen das neue Product zum Ueberzählen liefern kann, zum ersten Theilproduct addirt worden. Derselbe Fall tritt ein bei den folgenden Multiplicationen, so dass in jeder Reihe höchstens eine Zahl fehlen kann, welche der zugehörigen Ziffer des Multiplicator gleich ist. In F und G sind diese höchsten Werthe jeder Reihe beigefügt. Während nun zuerst jedes der Theilproducte zu klein war, weil bei jedem nur ein Theil des gegebenen Multiplicand multiplicirt wurde, so wird offenbar jedes derselben zu gross, wenn die zugehörige Multiplicatorziffer hinzugefügt wird. Das Product wird also zu gross, während das zuerst gefundene zu klein ist, und der Unterschied beider ist gleich der Summe der Ziffern des Multiplicator. Demnach stellt diese Summe den Fehler dar, welchen das Product im ungünstigsten Falle haben kann, und die Anzahl ihrer Ziffern giebt an, wie viel Bruchstellen im Product unsicher sind. In F ist dieser Fehler = 20, in G = 21, in beiden Fällen sind also höchstens die 2 letzten Stellen des Products unsicher. Vergleicht man F und G mit C und D, so sieht man, dass nur die letzte Ziffer unsicher ist.

Um das Product genauer zu erhalten, braucht man nur jedesmal die zuletzt überstrichene Ziffer des Multiplicand in Gedanken mitzurechnen und die Zehner dieses Products, wobei die Einer 5 bis 9 als ein Zehner betrachtet werden, zu dem folgenden Product überzuzählen (H und J). Man sagt z. B. in J: 7.3 = 21, wird 2 übergezählt zu 7.9 = 63, giebt 65 u. s. w. Bei der nächsten Multiplicatorziffer beginnt man 3.9 = 27, wird 3 übergezählt zu 3.2 = 6, giebt 9 u. s. w. H ist um 1 kleiner als C, J = D geworden. Der Fehler kann bei diesem Verfahren nur hauptsächlich im ersten Theilproduct liegen, also höchstens gleich der ersten Ziffer des Multiplicator sein; die übrigen Theilproducte geben zusammen nur denselben Fehler, welchen die Summe abgekürzter Posten (§ 2) enthält. Selten wird also die Fehlergrenze sich weiter erstrecken, als über die letzte Ziffer des Products.

Endlich ist noch die Stelle des Komma im abgekürzten Product zu bestimmen. Da bei der vollständigen Multiplication für jede Ziffer des Multiplicator eine Stelle ausgerückt wird, so müssen bei der abgekürzten Rechnung so viele Stellen fehlen, als Ziffern im Multiplicand überstrichen sind. Man erhält daher die Anzahl der Decimalstellen des Products, wenn man von der Summe der Decimalstellen beider Factoren die Anzahl der überstrichenen Ziffern abzieht. Die letztere Anzahl ist gleich der um 1 verminderten Anzahl der geltenden Ziffern des Multiplicator.

In H	(5 + 3)	Decimalstellen	— 3 überstrichene Ziffern	= 5	Stellen des Products.
„ J	(5 + 3)	„	— 4 „ „	= 4	„ „ „
„ K	(4 + 4)	„	— 4 „ „	= 4	„ „ „

253,57...
1307,5
25357..
7607..
177..
13..
33154.,

In nebenstehendem Beispiel sind mehr Ziffern überstrichen worden, als Decimalstellen vorhanden sind; in einem solchen Falle ist das Komma hinter so viele Puncte zu setzen, als dieser Ueberschuss anzeigt. 4 — (2 + 1) = 1, also das Komma hinter einen Punct.

§ 7.

Sind **zwei** abgekürzte Decimalbrüche mit einander zu multipliciren, so hat man zuerst zu berücksichtigen, wie viel **geltende** Ziffern jeder Factor enthalt. Wird nämlich derjenige Bruch, welcher die meisten geltenden Ziffern hat, als Multiplicand aufgestellt (A), so kommt der Sicherheitsstrich schon vor eine der letzten Ziffern der ersten Reihe zu stehen, wie die Rechnung in A zeigt, bei welcher die letzte aus Puncten bestehende Reihe dadurch entstanden ist, dass noch mit dem ersten Puncte des Multiplicator der Multiplicand multiplicirt worden ist. Steht dagegen der Bruch mit den wenigsten geltenden Ziffern oben, so erreichen die Puncte der letzten Reihe (B) nie die letzte Stelle der ersten Reihe, weshalb in diesem Falle der Sicherheitsstrich stets hinter die letzte Ziffer der ersten Reihe zu stellen ist. Daher ergiebt sich für die abgekürzte Multiplication zweier abgekürzten Decimalbrüche die Regel: man stelle denjenigen Bruch, welcher die **wenigsten geltenden** Ziffern hat, als Multiplicand auf, und rechne abgekürzt nach dem in § 6 angegebenen Verfahren.

```
A) 4,82537 ...          B)  0,5834 ...
     0,5834 ...             4,82537 ...
   --------------          -----------------
   24126|85 ..                23336| ..
    3860|296 ..                4667|2 ..
     144|7611 ..                116|68 ..
      19|30148 ..                29|170 ..
        |........                 1|7502 ..
 ----------------                  |40838 ..
   2,8151|20858 ...                |   ......
                           -----------------
                             2,8151|20858 ...
```

```
       ' ''''
C)   0,5834..
    4,82537..
   ----------
     23336..     (4 + 5) Decimalstellen
      4667..     weniger 5 überstrichene
       117..     — 4 Decimalstellen im
        29..     Product.
         2..     (3.5 = 15 z. 2 über).
         0..
   ----------
     2,8151..
```

4,82537 hat 6 geltende Ziffern, 0,5834 hat deren 4.

Aus C ist zu ersehen, dass die letzte Ziffer des Multiplicator (7) kein Product liefert und die vorletzte (3) nur durch Ueberzählen eine brauchbare Ziffer für das Resultat giebt.

Es ist daher am vortheilhaftesten, wenn beide Brüche dieselbe Anzahl geltender Ziffern enthalten; nur bei dem Rechnen mit Ueberzählen (§ 6) kann der Multiplicator noch eine Ziffer mehr haben als der Multiplicand.

```
D)  85,246 ...          E) 0,72365 ...
   0,72365 ...              85,246 ...
  ---------------         ------------------
   596722|..                578920|..
    17049|2 ..               36182|5 ..
     2557|38 ..               1447|30 ..
      511|476 ..               289|460 ..
       42|6230 ..               43|4190 ..
         |.......                 |.......
  ---------------         ------------------
  61,6882|6790 ...        61,6882|6790 ...
```

```
          ' '''             ''''
F)     85,246...     G)  0,72365...
      0,72365...            85,246...
     -----------        -----------
      596722..            578920..
       17049..             36183..
        2557..              1447..
         511..               289..
          43..                43..
     -----------        -----------
     61,6882..           61,6882..
```

In D und E steht der Sicherheitsstrich hinter der letzten Ziffer der ersten Reihe; in G sind die Factoren von F umgestellt, aber das Resultat bleibt dasselbe. Die Ziffern 8 in F und 7 in G würden durch Ueberzählen noch eine Ziffer geliefert haben, wenn der betreffende Multiplicator noch eine Stelle mehr gehabt hätte.

Die Fehlergrenze des abgekürzten Resultats lässt sich auf dieselbe Weise bestimmen, wie in § 6 angegeben ist; nur ist zu beachten, dass diejenigen Ziffern des Multiplicator, welche gar nicht in Rechnung gekommen sind, auch nicht zur Bestimmung des Fehlers dienen können. (Z. B. in C kommt 3 und 7 des Multiplicator nicht in Rechnung, wenn nicht übergezählt wird.) Wenn beide Brüche eine gleiche Anzahl geltender Ziffern haben und beim abgekürzten Rechnen übergezählt wird, kann die erste Ziffer des Multiplicand mit einer angehängten Ziffer des Multiplicator ein Product geben, dessen Zehner noch zum Resultat gehören, also der Fehler höchstens gleich dieser Ziffer sein. Nimmt man den Fehler des ersten Theilproducts (§ 6) hinzu, so fehlt höchstens die Summe der ersten Ziffern beider Factoren, beim Abkürzen auf halbe Einheiten und gleichartigen Fehlern der Factoren nur die Hälfte. Hierzu ist endlich der Fehler zu rechnen, welchen die Summe abgekürzter Posten enthält. Sind die Fehler der Factoren entgegengesetzt, so wird der Fehler des Resultats bedeutend kleiner werden als der vorher angegebene, so dass gewöhnlich nur die letzte Ziffer des Products unsicher wird.

§ 8.

Wenn vorher angegeben ist, wie viel genaue Decimalstellen das Product haben soll, so richte man die Rechnung so ein, dass das abgekürzte Resultat wenigstens eine Stelle mehr erhält, als gefordert werden, da nach § 6 und 7 bei der abgekürzten Multiplication gewöhnlich die letzte Ziffer unsicher wird. Um entscheiden zu können, ob die abgekürzten Factoren eine genügende Anzahl Decimalstellen haben, berechne man aus den Decimalstellen und den zu überstreichenden Ziffern nach § 6 die Anzahl der Decimalstellen, welche das abgekürzte Product erhalten wird. Kommen weniger Stellen heraus (wie oben angegeben), so vermehre man die Stellen des abgekürzten Multiplicand um die noch fehlenden, an den abgekürzten Multiplicator aber hänge man nur so lange Stellen an, bis er gleich viel geltende Ziffern mit dem neuen Multiplicand hat (noch besser e i n e mehr § 7). Für einen vollständigen Multiplicator ist nichts weiter zu thun nöthig. Es versteht sich von selbst, dass die Rechnung in dem Falle, dass keine weiteren Ziffern des Multiplicand berechnet werden können, nicht so genau auszuführen ist, wie verlangt wurde. Kommen dagegen bei der Berechnung der Stellen mehr heraus, als das Product haben soll, so überstreiche man schon vor der Rechnung die überzähligen Ziffern im Multiplicand. (Der Multiplicator kann unverändert bleiben.)

Es sei z. B. der abgekürzte Bruch 25,42857.. mit dem vollständigen Bruch 0,02567 zu multipliciren und das Product auf 8 Stellen genau zu finden, so ist die abgekürzte Rechnung auf 9 Stellen auszuführen. Da nun der Multiplicator 4 geltende Ziffern hat, so werden 3 Ziffern überstrichen; diese von der Summe der Decimalstellen (10) abgezogen, giebt für das Product 7 Stellen, wovon nur 6 genau sind. Der Multiplicand 25,42857.. ist aber berechnet worden aus $25 + \frac{3}{7}$, also kann man noch nachträglich die fehlenden 2 Decimalstellen berechnen, so dass nun 25,4285714... mit 0,02567 multiplicirt wird. $(7 + 5 - 3$ geltende Ziffern $=$ 9 Stellen des Products.)

Ist 12,3636.. mit 4,0333.. zu multipliciren, so muss zuerst 4,0333.. als Multiplicand gedacht werden, weil dieser Bruch 5, jener 6 geltende Ziffern hat. 5 Ziffern (6 — 1) werden also überstrichen, diese von 8 Decimalstellen abgezogen, bleiben 3 im Product. Wenn nun dieses 5 genaue Stellen haben soll, so müssen 6 berechnet werden, fehlen also noch 3. Der Multiplicand kommt her von $4 + \frac{1}{30}$, lässt sich also weiter berechnen und wird 4,0333333.. Da er aber jetzt 8 geltende Ziffern hat, so muss der Multiplicator wenigstens eben so viel erhalten d. h. noch 2 Stellen. 12,3636.. kommt von $12 + \frac{4}{11}$, also findet man weiter 12,363636.. Wird nun 4,0333333.. mit 12,363636.. multiplicirt, so erhält das Product $7 + 6 - 7 = 6$ Decimalstellen, wovon 5 wahrscheinlich genau sind.

Division.

§ 9.

Wenn ein abgekürzter Bruch durch einen vollständigen dividirt werden soll, so kann zunächst die Division so weit ausgeführt werden, als die Ziffern des Dividend ausreichen. Sind diese sämmtlich verbraucht, so müsste eigentlich die Rechnung abgebrochen werden, weil nur Puncte zu den neuen Divisionen herbeizuziehen wären (A); da aber schon bei der vollständigen Division der Werth jedes Partialquotienten nur abhängig ist von der ersten Ziffer oder höchstens von den zwei ersten Ziffern des Divisor, so kann man auch hier durch allmäliges Ueberstreichen der Ziffern des Divisor noch einige Stellen des Quotienten erhalten. Die Multiplication der Theilquotienten geschieht, wie es bei der abgekürzten Multiplication § 6 angegeben ist und zwar nach dem genaueren Verfahren mit Ueberzahlen (was hier nur berücksichtigt werden soll).

```
    Divisor   Dividend         Quotient
A)  0,5738 | 23,25872 ... | = 40,5345..
             22 952
             ------
               30672|
               28690|
               -----
                1982| .
                1721| 4
                ---------
                 260| ..
                 229| 52
                 ---------
                  30| ...
                  28| 690
                  ---------
                   1| ...

    Divisor
     ,,,      Dividend        Quotient
B)  0,5738 | 23,25872.. | = 40,5345..
             22 952
             ------
               30672
               28690
               -----
                1982
                1721  (3 . 8 = 24 z. über 2)
                ----
                 261
                 229  (4 . 3 = 12 z. über 1)
                 ---
                  32
                  29  (5 . 7 = 35 z. über 4)
                  --
                   3
```

In A werden die letzten Ziffern unrichtig, sobald der erste Punct heruntergezogen ist. In B sind die drei ersten Divisionen wie gewöhnlich ausgeführt worden, bei der vierten ist nur durch 573 dividirt und mit 8 in Gedanken multiplicirt, dann durch 57, endlich durch 5 dividirt worden.

Die Stelle des Komma im Quotienten ergiebt sich aus folgender Betrachtung. Bei einer Division mit vollständigen Brüchen erhält der Quotient so viel Decimalstellen, als der Unterschied zwischen der Stellenanzahl des Dividend und der des Divisor beträgt. Da nun beim abgekürzten Verfahren noch so viele Stellen des Quotienten hinzukommen, als Ziffern überstrichen sind, so hat man diese Anzahl zu jenem Unterschiede zu addiren, welche Summe die Anzahl der Decimalstellen des Quotienten angiebt.

Im Beispiel B (5—4) Decimalstellen + 3 überstrichene = 4 Decimalstellen im Quot.

Gewöhnlich richtet man die Rechnung so ein, dass das Komma während der Ausführung gefunden wird. Zu diesem Zweck wird zuerst das Komma im Divisor hinter die letzte Ziffer und im Dividend um eben so viel Stellen, als der Divisor Decimalstellen hatte, nach rechts gerückt; dann wird nur die ganze Zahl des Dividend durch den Divisor dividirt, auch wenn Null herauskommt, und das Komma hinter denjenigen Theilquotienten gestellt, der herauskommt, sobald die Einer des Dividend (nebst Komma) in Rechnung gezogen sind; nachher wird die Rechnung auf gewöhnliche Weise fortgesetzt.

C) 72625, | 0327,46.. | = 0,004509..
290 50
3696
3631
65
65
0

E) 19045, | 6478.,.. | = 03,401..
5714
764
762
2
2
0

D) 08265, | 32734.,.. | = 39,60..
24795
7939
7439
500
496
4
0
4

In C soll 0,32746.. durch 72,625 dividirt werden. Zuerst wird das Komma um 3 Stellen gerückt und angefangen: 327 durch 72625 giebt 0 mit Komma, 3274 durch 72625 = 0, 32746 durch 72625 = 0; da nun der Dividend keine Ziffern mehr hat, wird die 5 des Divisor überstrichen und dividirt 32746 durch 7262 = 4 u. s. w.

In D ist 32,734.. durch 0,8265 zu dividiren; das Komma wird um 4 Stellen gerückt, kommt also hinter den ersten Punct des Dividend. In E soll 6,478.. durch 1,9045 dividirt werden, also ist das Komma um 4 Stellen zu rücken. Die Beispiele D und E zeigen den Fall, wo der Dividend weniger Decimalstellen hat als der Divisor; hier kommt das Komma durch das Fortrücken hinter so viele Puncte, als Stellen im Dividend fehlen, im Quotienten kann es also erst dann gemacht werden, sobald eine gleiche Anzahl Ziffern überstrichen worden ist. In D und E steht das Komma hinter e i n e m Punct, also heisst es: (D) 7939 durch 826 = 9 mit Komma, (E) 6478 durch 1904 = 3 mit Komma. 6478 durch 19045 giebt vorher 0.

Die obige Regel für das Komma des Quotienten gilt natürlich auch in diesem Falle. Bei D: 3 überstrichene Ziffern + (3—4) Decimalstellen = 2 Decimalstellen im Quotienten; bei E: 4 überstrichene + (3—4) Decimalstellen = 3 Decimalstellen im Quotienten.

Aus den Beispielen C und E ist noch zu ersehen, dass die Rechnung keine Aenderung erleidet, wenn der Dividend weniger geltende Ziffern enthält als der Divisor; aber ohne Ueberstreichen würde gar kein Resultat gefunden werden. Da in diesem Falle schon vor der Rechnung Ziffern des Divisor überstrichen werden müssen, diese also gar nicht gebraucht werden, so ist es vortheilhafter, dem Dividend eben so viel geltende Ziffern zu geben, als der Divisor hat, oder wenn jener dann noch kleiner ist als dieser, eine mehr. (In C ist 32746 kleiner als 72625, daher kommt erst im Quotienten eine geltende Ziffer heraus, wenn 5 überstrichen wird.)

Die Fehlergrenze soll zunächst für den Fall angegeben werden, wo bei Berechnung der Producte mit den Partialdivisoren nicht übergezählt worden ist. Da hier jeder Partialdivisor zu klein angenommen wird, so wird jedes Product mit der zugehörigen Quotientenziffer auch zu klein, der Fehler ist aber noch nicht gleich dieser Ziffer (vergl. die Fehlergrenze des Products § 6); folglich ist der zugehörige Rest höchstens um diese Ziffer zu gross und der letzte Rest um die Summe derjenigen Quotientenziffern zu gross, welche zu den abgekürzten Partialdivisoren gehören. So lange nun der wirkliche Rest grösser ist als diese Summe, ist auch die zugehörige Quotientenziffer sicher. In B würde Rest 32 ohne Ueberzählen 35 betragen, 35 ist aber grösser als $3 + 4$, welche zu den abgekürzten Divisoren 573 und 57 gehören; also ist die Ziffer 4 im Quotienten sicher. Der Rest 35 dividirt durch den Divisor 5 würde im Quotienten 7 geben und 0 als letzten Rest lassen, da 0 aber kleiner als die Quotientenziffern $3 + 4 + 5$ ist, so ist die letzte Quotientenziffer 7 unsicher.

Würde jeder Partialdivisor vorher auf eine halbe Einheit abgekürzt, dann wäre der letzte Rest höchstens um die halbe Summe der berechneten Ziffern zu gross, wenn sämmtliche Divisoren durch die Abkürzung zu klein würden, dagegen um eben so viel zu klein, wenn diese sämmtlich zu gross würden.

Geringer wird offenbar der Fehler, wenn bei jedem Product die zuletzt überstrichene Ziffer in Gedanken mitgerechnet wird; denn dadurch entstehen Producte, welche nur wirkliche Abkürzungen von den Producten der Quotientenziffern mit dem vollständigen Divisor sind, so dass ihr Fehler höchstens eine halbe Einheit der letzten Stelle beträgt.

Sind diese abgekürzten Producte sämmtlich zu gross, so werden die Reste zu klein und zwar jeder höchstens um eine halbe Einheit; also ist der letzte Rest um so viel Einheiten zu klein, als die halbe Anzahl der abgekürzten Producte beträgt. Dieser Fehler wird zu dem letzten Reste addirt und ihre Summe durch den letzten Partialdivisor dividirt; dadurch erhält man diejenige Ziffer, um welche der Quotient zu klein gefunden wurde, also seine Fehlergrenze. (Bei dieser Division kann die zuletzt überstrichene Ziffer des Divisor noch berücksichtiget werden.)

Wenn sämmtliche abgekürzte Producte zu klein sind, wird der letzte Rest um die oben angegebene Zahl zu gross; diese Zahl ist also von demselben zu subtrahiren und der Unterschied durch den letzten Divisor zu dividiren. Hier kann auch der Fall eintreten, dass der letzte Rest kleiner ist als die halbe Anzahl der Producte; dann ist der gefundene Quotient zu gross um eine Ziffer, welche wie vorher gefunden wird.

Diese beiden Fälle sind die ungünstigsten; günstiger gestaltet sich die Berechnung des Fehlers, wenn die abgekürzten Producte theils zu gross, theils zu klein sind, weil dann nur die überschüssige Zahl der zu grossen oder zu kleinen in Betracht kommt.

Da der letzte Divisor, also auch der Rest stets einziffrig ist, so wird die Summe dieses letzteren und der halben Anzahl der Producte selten die Zahl 20 übersteigen, also die nach oben berechnete Fehlergrenze meist nur eine einziffrige Zahl ergeben, so dass im Allgemeinen die letzte Ziffer des Quotienten als unsicher anzunehmen ist.

Im Beispiel E sind 3 Producte zu gross, die Hälfte 1,5 zu dem Reste 0 addirt giebt 1,5, dies dividirt durch 1,9 giebt 0,8 Einheiten der letzten Stelle des Quotienten, welche demselben noch fehlen. In D sind nur 2 abgekürzte Producte und beide zu gross (das erste Product ist vollständig), die Hälfte 1 + Rest 4 giebt 5, 5 durch 8,2 giebt 0,6 Einheiten der letzten Stelle des Quotienten. In B sind 2 abgekürzte Producte zu klein, eins zu gross, also kommt nur ein zu kleines in Rechnung; 0,5 vom Rest 3 abgezogen giebt 2,5, dies durch 5,7 dividirt giebt 0,4 Einheiten der letzten Stelle, welche dem Quotienten noch fehlen.

§ 10.

Soll ein Decimalbruch durch einen abgekürzten Bruch dividirt werden, so muss zuerst nach der Anzahl der geltenden Ziffern in beiden Brüchen gefragt werden. Wenn der Dividend, sei er abgekürzt oder vollständig, mehr geltende Ziffern hat als der Divisor, so kann nur ein Product des ganzen Divisor abgezogen werden, und für die zweite Ziffer des Quotienten muss im Divisor die letzte Ziffer überstrichen werden; denn jede folgende heruntergezogene Ziffer des Dividend würde falsch sein, wie die Puncte in den Beispielen A und B zeigen. Daher ist es in diesem Falle gleichgültig, ob der Dividend vollständig oder abgekürzt ist, da er doch um die über das erste Product hinausreichenden Ziffern abgekürzt werden muss. Der Dividend braucht also mit dem Divisor nur gleich viel geltende Ziffern (A), oder wenn der Dividend kleiner ist als der Divisor mit gleicher Ziffernanzahl (ohne Rücksicht auf das Komma), eine mehr (B) zu haben.

Hat der Dividend weniger geltende Ziffern als der Divisor, so wird das erste vollständige Product über die Stellen des Dividend hinausreichen, also nicht abgezogen werden können, sobald der Dividend auch abgekürzt gegeben ist. Der Divisor ist also in diesem Falle um die überschüssigen Stellen vorher abzukürzen, woraus für zwei abgekürzte Brüche die vorige Regel für die Anzahl ihrer geltenden Ziffern folgt (C). Ist dagegen der Dividend vollständig, so lässt er sich durch Nullen ergänzen, und der Divisor braucht nicht verkürzt zu werden. Da nach der Subtraction des ersten Products keine weitere Null heruntergezogen werden darf (siehe in D die Stellung der Puncte), so gilt auch hier für die geltenden Ziffern beider Brüche die obige Regel.

Für die Rechnung mit einem abgekürzten Divisor ist daher im Allgemeinen zu merken, dass nur ein vollständiges Product vom Dividend abgezogen werden darf, und dass die folgenden Ziffern des Quotienten nur durch Ueberstreichen gefunden werden können. Daher bekommt der Quotient nur so viel geltende Ziffern, als der abgekürzte Divisor hat.

A) 23,506.. | 4,780967.. | oder

23506,.. | 4780,967.. | = 0,20339..
47012 ..
797 · + 1
705
93
71
22
21
1

B) 0,7828.. | 32,72645 | oder

07828,.. | 327264,5 | = 41,80..
31312 . .
1414 .,
783
631
626
5

C) 34,7265.. | 6,645.. | oder

3472,(65) | 664,5.. | = 0,1913..
3473..
3172
3125
47
35
12
10
2

D) 0,72034.. | 35,672 | oder

072034.. | 3567200,0 | 49,521..
288136..
68584..
64831
3753
3602
151
144
7
7
0

In A ist 4,780967. durch 23,506.. dividirt, da 67 des Dividend wegzulassen ist, so ist zum ersten Rest 1 addirt worden. In B ist 32,72645 durch 0,7828.. dividirt, 45 fällt weg, also ist nichts zu addiren. In C ist 6,645.. durch 34,7265.. zu dividiren, da 6645 grösser ist als 3472, so wird 65 vorher gestrichen, kann aber in Gedanken das erstemal mitgerechnet werden. In D ist 35,672 durch 0,72034.. dividirt, beide Brüche haben 5 geltende Ziffern, aber 35672 ist kleiner als 72034, deshalb wird an den vollständigen Dividend noch eine Null angehängt.

Das Komma wird auf dieselbe Weise bestimmt, wie § 9 ausgeführt worden ist; nur ist zu beachten, dass die vor der Rechnung überstrichenen Ziffern des Divisor nicht mitgezählt werden können. In C (3—2) Decimalstellen + 3 überstrichene = 4 Decimalstellen im Quotienten. Deshalb ist das Komma im Divisor nur hinter die 2 gerückt worden.

Die Beispiele B und D zeigen noch den Fall, wo das Komma im Dividend hinter nicht gebrauchte Ziffern zu stehen kommt; diese sind als Puncte zu betrachten, und die Stelle des Komma ist dann nach § 9 zu finden. Aus D ist ferner zu sehen, dass nicht 35,672, sondern 35,6720 für die Berechnung des Komma massgebend ist. 4 überstrichene + 4—5 Decimalstellen = 3 Decimalstellen im Quotienten.

Die Fehlergrenze des Resultats kann auf dieselbe Weise gefunden werden, wie es § 9 bei einem vollständigen Divisor entwickelt worden ist; wenn der Divisor abgekürzt ist, wird sogleich das erste abzuziehende Product ein abgekürztes, dessen Fehler höchstens die Hälfte der ersten Quotientenziffer betragen kann, sobald der Divisor auf eine halbe Einheit abgekürzt ist. Der letzte Rest ist also ausser der dort angegebenen Correction um diese Grösse zu vermindern oder zu vermehren, je nachdem der Divisor zu klein oder zu gross ist. Kann man aber vor der Rechnung überstrichene Ziffern des Divisor schon bei der ersten Multiplication berücksichtigen (Beispiel C), dann beträgt auch der Fehler des ersten Products (gleich denen der folgenden) nur eine halbe Einheit. Der aus dem corrigirten Reste berechnete Fehler des Quotienten wird sich auch hier selten weiter als auf die letzte Ziffer erstrecken.

§ 11.

Wenn der Quotient aus gegebenen abgekürzten Brüchen mit einer bestimmten Anzahl Decimalstellen genau gefunden werden soll, so sehe man zuerst nach, ob einer der abgekürzten Brüche zu viel Ziffern enthält (§ 10. A, B und C); dann berechne man die Stelle des Komma nach § 9. Bekommt nun der Quotient nicht wenigstens eine Stelle mehr, als verlangt werden, so vermehre man die Stellen des abgekürzten Dividend um die noch fehlenden, um eben so viel den abgekürzten Divisor; ein vollständiger Divisor hingegen bleibt unverändert und ein vollständiger Dividend wird durch Nullen ergänzt. Bekommt der Quotient mehr Decimalstellen, als er haben soll, so kann man entweder die überzähligen Ziffern in beiden Brüchen weglassen, oder sie erst im Quotienten streichen. Es wird hierbei vorausgesetzt, dass man für die abgekürzten Brüche noch weitere Ziffern finden kann; ist dies nicht der Fall, so genügt der Quotient auch nicht der gestellten Aufgabe.

Es sei 0,135135.. durch 0,625 zu dividiren auf 6 Decimalstellen genau. Da der Divisor 3 geltende Ziffern hat, so werden 2 überstrichen, (6—3) Decimalstellen + 2 überstrichene geben 5 Stellen im Quotient, wovon 4 genau sind; also ist der Dividend um 2 Stellen zu vermehren. 0,135135... $= \frac{5}{37}$, weiter ausgerechnet und abgekürzt giebt 0,13513514.., und 8—3 + 2 überstrichene = 7 Decimalstellen, von welchen 6 genau sind. Ferner sei 24,875 durch 0,85714.. zu dividiren auf 5 Decimalstellen genau. Da 24875 kleiner ist als 85714, wird an den vollständigen Dividend eine Null angehängt, so dass 4 überstrichene Ziffern des Divisor + (4—5) Decimalstellen 3 Stellen im Quotient geben; also ist der Divisor auf weitere 3 Stellen zu berechnen und der Dividend durch 3 Nullen zu ergänzen. 0,85714.. $= \frac{6}{7} =$ 0,85714286.., Dividend wird 24,8750000; 7 überstrichene + 7—8 = 6 Decimalstellen, wovon 5 genau. Endlich sei 2,66667.. durch 14,6364.. zu dividiren auf 7 Decimalstellen genau. Beide Brüche haben gleich viel geltende Ziffern und 146364 ist kleiner als 266667, also keiner abzukürzen. 5—4 + 5 überstrichene = 6 Decimalstellen, 2 fehlen. Dividend 2,66667.. $= 2 + \frac{2}{3} =$ 2,6666667.., Divisor 14,6364.. $= 14 + \frac{7}{11} =$ 14,636364.., also jetzt 7—6 + 7 überstrichene = 8 Decimalstellen, wovon 7 genau sind.

§ 12.

Es soll noch untersucht werden, wie viel Decimalstellen diejenigen abgekürzten Brüche erhalten müssen, mit welchen eine Rechnung auszuführen ist, deren Resultat eine bestimmte Anzahl genauer Stellen enthalten soll. Vorausgesetzt wird, dass die Ziffernanzahl der bei jedem Bruche befindlichen ganzen Zahl bekannt ist, und dass ein Product oder ein Quotient wenigstens auf e i n e Stelle m e h r berechnet wird, als genaue Stellen verlangt werden.

Ein Quotient sei zu berechnen auf n Decimalstellen, der Dividend habe a, der Divisor b ganze Ziffern, und für beide seien irgendviel Decimalstellen zu finden. Da nun nach § 10 beide abgekürzte Zahlen gleich viel geltende Ziffern haben müssen, so wollen wir die Anzahl derselben = x annehmen; dann hat der Dividend (x—a), der Divisor (x—b) Decimalstellen. Die Anzahl der Decimalstellen des Quotienten findet man aber nach § 9; hier werden (x—1) Ziffern im Divisor überstrichen, folglich ist $n = (x-a) - (x-b) + (x-1)$ oder $n = x - a + b - 1$, hieraus folgt $n + a - b + 1 = x$: d. h. man findet die Anzahl der geltenden Ziffern beider Zahlen, wenn man zu der um 1 vermehrten Anzahl der Decimalstellen des Quotienten die Anzahl der ganzen Ziffern des Dividend addirt und davon deren Anzahl im Divisor subtrahirt. Es ergiebt sich nachher aus der Anzahl der ganzen Ziffern, wie viel Decimalstellen jeder Bruch erhalten muss. Sollte jetzt der Divisor (ohne Rücksicht auf das Komma) eine grössere Zahl darstellen als der Dividend, so ist vor der Rechnung die letzte Ziffer des ersteren zu überstreichen.

Wenn z. B. 425,18333 u. s. w. durch 6,027027 u. s. w. auf 6 Stellen genau dividirt werden soll, so müssen 7 berechnet werden; also $n = 7$, $a = 3$, $b = 1$, folglich $x = 7 + 3 - 1 + 1 = 10$. Jeder Bruch muss demnach 10 geltende Ziffern haben, folglich der Dividend 7 und der Divisor 9 Decimalstellen. Es wird also 425,1833333... durch 6,027027027... dividirt; da nun der Divisor ohne Rücksicht auf das Komma grösser ist als der Dividend, so wird die letzte 7 im Divisor sogleich überstrichen. Nach § 9 beträgt die Anzahl der Decimalstellen im Quotienten 9 überstrichene $+ (7-9)$ Decimalstellen $= 7$, welche Anzahl oben verlangt wurde.

Wenn der Dividend aus einem Product abgekürzter Zahlen besteht, (wie es bei der Proportionsrechnung vorkommt), so muss zuerst ermittelt werden, wie viel ganze Ziffern das Product erhalten wird; dann lässt sich nach voriger Regel berechnen, wie viel Decimalstellen das Product haben muss. Diese Anzahl sei n, die Anzahl der ganzen Ziffern im Multiplicand c und im Multiplicator d, dann hat bei x geltenden Ziffern jener $(x-c)$, dieser $(x-d)$ Decimalstellen; folglich hat das Product nach § 6 $(x-c) + (x-d) - (x-1) = n$ Decimalstellen, oder $n = x - c - d + 1$, woraus folgt $n + c + d - 1 = x$: d. h. man findet die Anzahl geltender Ziffern beider Factoren, wenn man zu der um 1 verminderten Anzahl der Decimalstellen des Products die Anzahl der ganzen Ziffern in beiden Factoren addirt.

Es soll z. B. 312,8181 u. s. w. mal 9,428571 u. s. w. durch 24,0666 u. s. w. dividirt werden genau auf 5 Decimalstellen. Das erste Theilproduct der Multiplication ergiebt, dass das Endresultat 4 ganze Ziffern erhalten wird; also für den Quotienten ist $n = 6$, $a = 4$, $b = 2$, folglich $x = 6 + 4 - 2 + 1 = 9$ geltende Ziffern. Der Divisor muss daher 7, der Dividend 5 Decimalstellen haben, und da der Dividend durch ein Product dargestellt wird, muss dieses auf 6 Decimalstellen berechnet werden. Für das Product ist also $n = 6$, $c = 3$, $d = 1$, folglich $x = 6 + 3 + 1 - 1 = 9$ geltende Ziffern. Der Multiplicand 312,8181.. bekommt also 6, der Multiplicator 8 Decimalstellen. Folglich ist jetzt zu rechnen: 312,818181... mal 9,42857143..., das Product (um eine Stelle verkürzt) wird dann durch 24,0666666... dividirt.

Noch bleibt zu bemerken, dass die Berechnung der Anzahl der Decimalstellen auch für den Fall gemacht werden kann, dass einer der abgekürzten Brüche k e i n e ganzen Ziffern enthält; dann bedeutet nur a, b oder c und d die Anzahl der Nullen, welche nach dem Komma den geltenden Ziffern vorhergehen, in der Berechnungsformel bekommen aber diese Buchstaben das entgegengesetzte Zeichen.

(Schluss der ersten Abtheilung.)

Schulnachrichten.

I.
Chronik des Gymnasiums.

Dem Lehrer-Collegium steht mit dem neuen Semester eine Vermehrung und eine Veränderung bevor: jene durch die nunmehr erfolgte Wahl eines Lehrers für die demnächst zu errichtende Unter-Tertia, diese durch den Abgang des Dr. Nasemann an die Realschule zu Halle. Derselbe hat nicht nur seine Obliegenheiten als Lehrer und Ordinarius mit der grössten Pünktlichkeit erfüllt, sondern sich auch jeder Art von collegialischer Vertretung und Aushülfe stets mit aufopfernder Bereitwilligkeit unterzogen. Die verdiente Anerkennung, welche er in der Schule und ausserhalb gefunden hat, wird ihm auch in seinem neuen Wirkungskreise nicht fehlen.

Während der Sommer-Ferien ist der grosse Hörsaal des Gymnasiums mit neuen Fenstern versehen, und auch sonst auf zweckmässige und geschmackvolle Weise in Stand gesetzt worden.

Am 14. September fand unter dem Vorsitze des stellvertretenden Königlichen Commissarius Herrn Superintendent Schröder die mündliche Prüfung der Abiturienten Statt. Am 22. September wurden dieselben unter der üblichen Schulfeier entlassen, und Tags darauf das Sommer-Semester mit der Censur sämmtlicher Classen geschlossen.

Am 15. October wurde im grossen Hörsaale mit einer ernsten und entsprechenden Feier der Geburtstag Sr. Majestät des Königs begangen.

Am 25. November hatten wir einen erschütternden Todesfall zu beklagen. An einem Lungenschlage verschied plötzlich, und fast ohne vorhergegangene Krankheit, der Ober-Tertianer Edmund von Sydow aus Schönow. Seinen Lehrern, wie seinen Mitschülern, war er lieb und werth. Seine Überreste sind in Schönow zur Gruft bestattet.

Am 28. und 29. Januar c. erfreuten wir uns der Anwesenheit des Herrn Provincial-Schulrathes Dr. Mützell, welcher in allen Classen und bei allen Lehrern dem Unterricht beiwohnte, auch von den schriftlichen Arbeiten der Schüler sorgfältige Kenntniss nahm, und die Bibliotheken und Apparate inspicirte.

Der im letzten Programm angekündigten Gründung einer Stiftung für würdige und hülfsbedürftige Schüler des Gymnasiums zum Gedächtniss des am 17. Januar v. J. verstorbenen Oberlehrers Math. Heiligendörfer hat sich ein dankbarer Schüler desselben, der Herr Pastor Richter zu Janickow bei Dramburg unterzogen, und bis jetzt an Beiträgen erhalten: von dem Herrn Haupt-Zoll-Amts-Controleur Stechert zu Triebsees 4 Thlr., von dem Juwelier Herrn Wolff in Stettin 2 Thlr., in Summa 6 Thlr. An den Unterzeichneten sind eingegangen: von dem Herrn Schul- und Consistorial-Rath Bieck zu Erfurt 3 Thlr., von dem Herrn Schloss-Prediger Stubenrauch zu Schwedt a. d. O. 25 Thlr., in Summa 28 Thlr. Der Gesammtbetrag von 34 Thalern wird zunächst unter dem Titel 'Heiligendörfer-Stiftung' der Spar-Casse übergeben, und das Weitere im nächsten Programm mitgetheilt werden.

II.
Verfügungen des Königlichen Provincial-Schul-Collegiums.

1. Berlin den 16. Mai 1857. Abschriftliche Mittheilung eines Ministerial-Rescripts vom 28. April 1857. Für alle einzuführenden Lehrbücher bedarf es, nach den bestehenden Bestimmungen, der höhern Genehmigung.

2. B. den 16. Mai. Mittheilung einer Verfügung des Herrn Ministers der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten vom 28. April. Der Unterricht in der Geschichte und Geographie hat sich in allen Classen an ein gedrucktes Lehrbuch, einen Leitfaden oder eine Tabelle anzuschliessen; das Heftschreiben ist überall zu beseitigen, und den Schülern nur die Aufzeichnung einzelner Ergänzungen des eingeführten Leitfadens zu gestatten. Die Zahl der für die aufeinander folgenden Classen zu bestimmenden Lehrbücher oder Leitfäden ist, ebenso in der Geographie wie in der Geschichte, auf zwei zu beschränken.

3. B. d. 20. Mai. Mittheilung eines Ministerial-Rescripts vom 13. Mai. Die Zahl der unentgeltlich arbeitenden Gerichts-Assessoren nimmt mit jedem Monat zu, während sich die Gelegenheit in andern Ressorts eine Anstellung zu finden wesentlich vermindert. Darum sind diejenigen jungen Leute, welche sich dem Studium der Rechtswissenschaft widmen wollen, darauf aufmerksam zu machen, dass sie nur nach längerer unentgeltlicher Beschäftigung zu einer Anstellung im Justiz-Dienste Aussicht haben. Eine Abmahnung von dem Studium der Rechtswissenschaft ist besonders auch denjenigen zu ertheilen, welche nur mässige Anlagen besitzen.

4. B. d. 26. Juni. Bei der Verleihung akademischer Beneficien sollen von den Studirenden der Theologie nur diejenigen berücksichtigt werden, welche auch die Reife im Hebräischen nachzuweisen vermögen.

5. B. d. 30. Januar 1858. Nach Massgabe des Gesetzes vom 17. Mai 1856 (Gesetz-Sammlung von 1856, S. 545) treten vom 1. Juli d. J. ab die in dem Gesetz näher bestimmten Veränderungen in dem bisher üblichen Landesgewicht ein. In Folge hiervon müssen nicht nur bei dem Rechenunterricht in den betreffenden Partien andere Währungszahlen zu Grunde gelegt werden, sondern es ist auch wünschenswerth, dass schon vor Eintritt jenes Termins in dem Rechenunterricht die praktische Geltendmachung des neuen Gewichtssystems vorbereitet werde.

III.

Statistische Übersicht.

Die Zahl der Schüler betrug

im Sommerhalbjahr:		im Winterhalbjahr:	
in Prima	20	in Prima	20
in Secunda	26	in Secunda	32
in Tertia	52	in Tertia	49
in Quarta	49	in Quarta	48
in Quinta	47	in Quinta	49
in Sexta	39	in Sexta	38
überhaupt	233.	überhaupt	236.

Aufgenommen wurden im Sommerhalbjahr 25, im Winterhalbjahr 23, überhaupt 48 Schüler.

Ausserdem zählte die Vorbereitungsclasse (Septima) im Sommer 19, im Winter 14. Von diesen waren im Sommer 9, im Winter 5 aufgenommen worden.

Mit dem Zeugniss der Reife sind Ostern 1857 abgegangen:

1. Otto Julius Pfeil, 19½ Jahr alt, evangelischer Confession, geboren in Louisa bei Landsberg a. d. W., 7 Jahr auf dem Gymnasium, 2 Jahr in Prima: um in Berlin Medicin zu studiren.
2. Johann Heinrich Rudolph Rothe, 19¾ Jahr alt, evangelischer Confession, geboren in Vietz bei Landsberg a. d. W., 5 Jahr auf dem Gymnasium, 2 Jahr in Prima: um in Halle Theologie zu studiren.
3. Julius Hermann Theodor Hartig, 23½ Jahr alt, evangelischer Confession, geboren in Rörchen bei Königsberg i. d. N., 7¼ Jahr auf dem Gymnasium, 2 Jahr in Prima: um in Berlin Theologie zu studiren.

Zu Michaelis:

4. Carl Alexander Stoltenburg, 18½ Jahr alt, evangelischer Confession, geboren in Stettin, 6½ Jahr auf dem Gymnasium, 3 Jahr in Prima: um in Berlin Rechtswissenschaft zu studiren.
5. Carl Wilhelm Bäuerlein, 20½ Jahr alt, evangelischer Confession, geboren in Stettin, 1 Jahr auf dem Gymnasium, 1½ Jahr in Prima: um in Greifswald Medicin zu studiren.
6. Friedrich Carl Helmuth Amtsberg, 22 Jahr alt, evangelischer Confession, geboren in Cummerow, ½ Jahr auf dem Gymnasium, 2½ Jahr in Prima: um in Würzburg Medicin zu studiren.

Das Ergebniss der jetzigen Maturitäts-Prüfung, in welcher fünf Schüler des Gymnasiums begriffen sind, wird im nächsten Jahresberichte mitgetheilt werden.

IV.

Bibliotheken.

Für die Lehrer-Bibliothek wurden dem Gymnasium mittelst besonderer Verfügungen des Königlichen Provincial-Schul-Collegiums folgende Geschenke überwiesen: Firmenich, Germaneus Völkerstimmen, Lieferung 21; Riedel, *Codex diplomaticus Brandenburgensis*, des I. Haupttheils Band 12 und 13; Fidicinsche Ausgabe des Landbuchs Kaiser Carls IV., Band II; Rheinisches Museum für Philologie, Band XI; Crelle, Journal für Mathematik, Band 53; Fiedler, Verskunst der lateinischen Sprache; Vormbaum, Evangelische Schulordnungen.

Von dem ausserordentlichen Zuschuss aus Staats-Fonds, über welchen im Programm von 1857 S. 22 berichtet worden ist, sind angekauft worden: Haupt, Zeitschrift für deutsches Alterthum, Band I—V; *C. Suetonii Tranquilli opera, ed. F. A. Wolfius; Biblia sacra vulgatae editionis, ed. Leander van Ess; Vetus Testamentum Graece, ed. Tischendorff; A. Nauck, Fragmenta tragicorum Graecorum; Corpus poetarum Latinorum, ed. Weber; Muetzell, Curtii Rufi de gestis Alexandri Magni libri, qui supersunt, octo;* Lachmann, Wolfram von Eschenbach; Drumann, Geschichte Roms; *Theocritus Bion Moschus, ed. Meineke; Horatii sermonum libri duo, ed. Germanice redd. C. Kirchner; Herodoti historiarum libri IX, recogn. Dindorfius, Parisiis; Ellendt, Lexicon Sophocleum;* Hoeck, Römische Geschichte, Band I; *Damm, Lexicon Homericum; Suidae Lexicon, ed. Bernhardy; Valerii Maximi factorum et dictorum memorabilium libri IX, ed. Kempfius; Ciceronis de oratore libri tres,* von Kuniss; *Eutropii breviarium historiae Romanae, ed. Tzschucke;* Grote, Geschichte Griechenlands; *Aeschyli tragoediae, rec. G. Hermannus; Ciceronis Verrinarum libri septem, rec. Timoth. Zumpt;* Bach, Geographische Karte von Deutschland; Kiepert, Wandkarte von Palästina; Kudrun, Übersetzung und Urtext von Ploennies; *Pathologia sermonis Graeci, scripsit Lobeck; Horatii Carmina,* von Th. Obbarius.

Anderweitig wurden für die Lehrer-Bibliothek angekauft: Poggendorff's Annalen der Physik, Jahrg. 1857; *Virgilii opera, ex recens. Christiani Jahn; Horatii satirae et epistolae, ed. Fr. Ritter; Plin. ed. Sillig, tom. VII; Poetae lyrici Graeci, rec. Bergk;* Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik und Meteorologie; Klotz, Handwörterbuch der lateinischen Sprache; Duncker, Geschichte des Alterthums, Band IV; *Juli Flori epitomae, rec. Otto Jahn;* Heeren, Geschichte der europäischen Staaten, Lieferung 31; Bunsen, Gott in der Geschichte, Band I; Neue Jahrbücher für Philologie und Pädagogik, Jahrg. 1857; Mützell, Zeitschrift für das Gymnasialwesen, Jahrg. 1857; Pädagogische Revüe, Jahrg. 1857; *Clemens Alexandrinus, ed. Sylburg.*

Für die Schüler- (Lese-) Bibliothek wurden, ausser einigen Jugendschriften von Nieritz Hoffmann Körber Horn Schmidt, folgende Bücher angekauft: Die Geschichte des Sandfort und Marton von Mohs; Goehring, die Entdeckung von Amerika; Biernatzki, Seebilder; Kottenkamp, die Amerikaner im Westen; Rossmässler, Botanische Unterhaltungen; Kehrein, Handbuch der deutschen Prosa; *Bomhard, Valedictiones scholasticae;* Lewes, Goethe's Leben und Schriften, Band I; Schlosser's Weltgeschichte, Band 19; Macaulay, Friedrich der Grosse; Spiess, Turnkunst, Band II; Rothstein, Die Gymnastik Ling's; Koberstein, Deutsche Literaturgeschichte; Reinhardt, Helgoland; Dorothee von W. Alexis; Schiller's Wallenstein von Helbig; Kurts, Schiller's Heimathsjahre; Manzoni, die Verlobten, von E. v. Bülow; Oetker, Helgoland; Haym, Wilhelm von Humboldt; Masius, Naturstudien, Theil II; Beitzke, der russische Krieg 1812; Eilers, Wanderungen durchs Leben; Kuno Fischer, Baco von Verulam; Riehl, die Familie; Back, Reise durch Nord-Amerika, übersetzt von Andree; Seypt, Siebenbürgen und seine Bewohner; Donna Mercedes von Cooper; Pröhle, Bürgers Leben; Ross, Entdeckungsreise zu dem Nordpol; Becker, Erzählungen aus der alten

Welt; Osterwald, Erzählungen aus der alten deutschen Welt; Doering, Schiller's Sturm- und Drangperiode; Fels, Bilder aus deutschen Landen.

V.

Lehrverfassung.

I. Uebersicht des Lehrplanes nach den Lectionen.

Lectionen.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
Religion, wöchentlich Stunden .	2	2	2	2	3	3
Deutsch	3	2	2	2	2	2
Lateinisch	8	10	10	10	10	10
Griechisch	6	6	6	6	—	—
Französisch	2	2	2	2	3	—
Geschichte und Geographie . .	3	3	3	3	3	3
Mathematik und Rechnen . .	4	4	3	3	4	4
Physik	2	1	—	—	—	—
Naturkunde	—	—	2	—	—	—
Zeichnen	—	—	—	2	2	2
Schreiben	—	—	—	—	3	3
Zusammen	30	30	30	30	30	27
Hebräisch	2	2	—	—	—	—
Gesang	2	2	2	2	2	2
Turnen	4	4	4	4	4	4

2. Übersicht der Vertheilung der Stunden unter die einzelnen Lehrer.

	Lehrer.	Ord.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	Summa.
1.	Director *Dr. Nauck.*		8 Latein. 3 Griech.	2 Latein.					13.
2.	Prorector *Dr. Märkel.*	I.	2 Religion 3 Deutsch 2 Hebr.	2 Religion 4 Griech. 2 Hebr.	2 Religion			3 Religion	20.
3.	Professor *Dr. Haupt.*	II.	3 Griech.	8 Latein. 2 Griech. 2 Deutsch. 3 Gesch.		2 Latein.			20.
4.	Oberlehrer Mathem. *Heyer.*		4 Mathem. 2 Physik.	4 Mathem. 1 Physik.	3 Mathem. 2 Naturg.	3 Mathem.			19.
5.	Gymnasiallehrer *Dr. Boeger.*	III.			10 Latein. 6 Griech. 2 Deutsch.			3 Geogr.	21.
6.	Subrector Oberlehrer *Schulz.*	IV.				2 Religion 8 Latein. 6 Griech. 2 Deutsch. 2 Franz.			20.
7.	Collaborator Oberlehrer *Niethe.*	V.				3 Gesch. u. Geogr.	3 Religion 10 Latein. 2 Deutsch. 3 Geogr. 3 Schreib.		24.
8.	Gymnasiallehrer *Dr. Nasemann.*	VI.	2 Franz. 3 Gesch.	2 Franz.	2 Franz. 3 Gesch.			10 Latein. 2 Deutsch.	24.
9.	Gymnasiallehrer *Wolff.*		2 Gesang I—IV. 4 Turnen I—VI.			2 Zeichnen	3 Franz. 4 Rechnen 2 Zeichnen 2 Gesang V u. VI.	3 Schreib. 4 Rechnen 2 Zeichnen	28.

3. Übersicht der in den einzelnen Classen behandelten Lehrgegenstände.

Prima.

Ordinarius: Prorector Dr. Märkel.

1. Religion 2 St. I. S. die symbolischen Bücher, besonders die *confessio Augustana.* I. W. Erklärung des Römerbriefes; Repetition der biblischen Geschichte; einzelne Capitel der Glaubenslehre nach Hülsmann. Märkel.

2. Deutsch 3 St. Literaturgeschichte vom Anfang bis zur neuesten Zeit 1. St. Erläuterung deutscher Classiker, namentlich der Oden von Klopstock und der Gedichte von Schiller, Recitationsübungen, Beurtheilung der Aufsätze 2 St. Märkel.

3. **Lateinisch** 8 St. Cic. Tusc. I—III. 4 St. Horaz 2 St., ausgewählte Satiren und das II. und III. Buch der Oden. Schreiben 2 St., wöchentlich ein Exercitium und ein Extemporale, monatlich ein Aufsatz. Der Director.

4. **Griechisch** 6 St. Hom. Il. XVII—XXI. 3 St. Der Director. Demosthenes' Olynthische und Philippische Reden 2 St. Grammatik nach Buttmann und Exercitien 1 St. Haupt.

5. **Französisch** 2 St. *De l'Allemagne par Md. de Staël* aus der Zoller'schen *Bibliothèque française* 1 St. Grammatik, Phraseologie, Exercitien und Extemporalien 1 St. Nasemann.

6. **Geschichte und Geographie** 3 St. I. S. deutsche Geschichte von 1492 bis zum dreissigjährigen Kriege. I. W. neueste Geschichte von 1618 bis zum 19. Jahrhundert, mit besonderer Berücksichtigung der brandenburgisch-preussischen und der deutschen Geschichte. Nasemann.

7. **Mathematik und Rechnen** 4 St. I. S. ebene Trigonometrie, Combinationen, Wiederholung der Reihen. I. W. Stereometrie nach Legendre 3 St. Übungsaufgaben aus allen Theilen der Mathematik 1 St. Alle drei Wochen schriftliche Aufgaben. Heyer.

8. **Physik** 2 St. Die Lehre von der Wärme und dem Magnetismus, der Electricität und dem Licht. Heyer.

Secunda.

Ordinarius: Professor Dr. Haupt.

1. **Religion** 2 St. I. S. Kirchengeschichte in Biographien von Karl dem Grossen an. I. W. Erklärung des Ev. Johannis aus dem Griechischen des N. T. Märke .

2. **Deutsch** 2 St. Poetik, Recitationsübungen, Beurtheilung der deutschen Aufsätze. Haupt.

3. **Lateinisch** 10 St. Verg. Aen. III. IV. 2 St. Der Director. Cicero pro Dejotaro, pro Milone, pro Ligario, pro Sestio 5 St. Grammatik nach Zumpt und Extemporalien 2 St. Exercitien nach dem Übungsbuch für Secunda von Seyffert 1 St. Haupt.

4. **Griechisch** 6 St. Hom. Od. XXII—XXIV., I—II. 2 St. Haupt. Herod. V. VI. 3 St. Syntax nach Buttmann, Exercitien und Extemporalien 1 St. Märkel.

5. **Französisch** 2 St. *Michaud, histoire de la première croisade,* aus der Göbel'schen Bibliothek; Grammatik, Phraseologie nach Ploetz, Exercitien und Extemporalien. Nasemann.

6. **Geschichte und Geographie** 3 St. I. S. brandenburgische Geschichte. I. W. Geschichte Asiens. Haupt.

7. **Mathematik** 4 St. I. S. Wiederholung der Planimetrie, Lösung planimetrischer Aufgaben; Gleichungen des ersten und zweiten Grades. I. W. ebene Trigonometrie, besonders Goniometrie, nach Legendre; Progressionen, Logarithmen. Alle drei Wochen schriftliche geometrische und algebraische Aufgaben. Heyer.

8. **Physik** 1 St. Allgemeine Eigenschaften der Körper; Eigenschaften der flüssigen, festen und luftförmigen Körper. Heyer.

Tertia.

Ordinarius: Gymnasiallehrer Dr. Boeger.

1. **Religion** 2 St. I. S. Wiederholung der fünf Hauptstücke des Lutherischen Katechismus. I. W. Geschichte des A. T. bis zu den Propheten. Märkel.

2. **Deutsch** 2 St. Erläuterung und Declamation von Gedichten in der Auswahl von Echtermeyer; erste Anleitung zu logischen Dispositionen, Beurtheilung der Aufsätze. **Boeger.**

3. **Lateinisch** 10 St. Caes. Bell. civ. I. II. III. 4 St. Ovid. Met. IV. V. mit Auswahl 2 St. Grammatik nach Zumpt: i. S. die Lehre vom Subject und Prädicat, die Casuslehre und das Wichtigste aus den übrigen Capiteln der Syntax. I. W. die Lehre von den Zeiten, den Modis, den Conjunctionen, dem Accusativus c. Inf., Exercitien und Extemporalien 4 St. **Boeger.**

4. **Griechisch** 6 St. Xen. Anab. IV. V. 4 St. Grammatik: die Verba contr., Verba λ μ ν ρ, Verba in μι, Exercitien und Extemporalien 2 St. **Boeger.**

5. **Französisch** 2 St. Charles XII.; Grammatik, Phraseologie nach Plötz, schriftliche Übungen. **Nasemann.**

6. **Geschichte und Geographie** 3 St. I. S. neuere Geschichte mit besonderer Berücksichtigung der deutschen und der preussischen Geschichte. I. W. Griechische Geschichte. **Nasemann.**

7. **Mathematik** 3 St. I. S. Proportionen, Potenzen und Wurzeln 2 St. Wiederholung der Congruenz, Parallelogramme, Constructionen 1 St. I. W. Rechnungen mit Formeln, Quadrat- und Cubikwurzel 1 St., vom Kreise und von der Gleichheit der Figuren nach Legendre 2 St. Alle drei Wochen häusliche Arbeiten oder Extemporalien. **Heyer.**

8. **Naturkunde** 2 St. Zoologie. **Heyer.**

Quarta.

Ordinarius: Oberlehrer Subrector Schulz.

1. **Religion** 2 St. Bibelkunde nach Krummacher's Bibelkatechismus i. S. des alten Testamentes, i. W. des N. T. mit besonderer Hervorhebung des Lebens Jesu; Bibellesen, Sprüche, Lieder; Repetition der drei ersten Hauptstücke des Lutherischen Katechismus. **Schulz.**

2. **Deutsch** 2 St. Das Wichtigste aus der Lehre vom Satze, Leseübungen, Declamiren; Aufsätze, namentlich Beschreibungen und Erzählungen. **Schulz.**

3. **Lateinisch** 10 St. Phaedri fabulae 2 St. **Haupt.** Corn. Nep. Lysander, Alcibiades, Thrasybulus, Conon, Dion 4 St. Grammatik nach Zumpt: Wiederholung der Formenlehre, das Wichtigste aus der Lehre vom Subject und Prädicat, von den Casusregeln und den Conjunctionen, Exercitien und Extemporalien nach Haacke's Aufgaben, Vocabellernen aus Bonnell's Vocabularium 4 St. **Schulz.**

4. **Griechisch** 6 St. Jacobs' Elementarbuch Theil I. 3 St. Grammatik nach Buttmann bis zu den Verbis contractis excl. 3 St. **Schulz.**

5. **Französisch** 2 St. Hecker's Lesebuch Theil I. Abschnitt 3 und 4. Grammatik: Repetition des Pensums von Quinta und Beendigung der Formenlehre, das Wichtigste aus der Syntax. **Schulz.**

6. **Geschichte und Geographie** 3 St. Geographie von Europa mit Hervorhebung von Deutschland und Preussen nach dem Leitfaden von Daniel 2 St. Brandenburgisch-preussische Geschichte mit besonderer Hervorhebung der deutschen Geschichte 1 St. **Niethe.**

7. **Mathematik und Rechnen** 3 St. Von den Linien, Winkeln und Figuren, der Congruenz der Dreiecke 2 St. Die vier ersten Rechnungsoperationen, Decimalbrüche und Proportionsrechnungen 1 St. **Heyer.**

8. **Zeichnen** 2 St. Landschafts- Thier- Figurenzeichnen, Copiren grösserer Originalien. **Wolff.**

Quinta.

Ordinarius: Oberlehrer Collaborator Niethe.

1. **Religion** 3 St. Biblische Geschichte nach O. Schulz. Wiederholung und Erlernung der fünf Hauptstücke des Lutherischen Katechismus. Kirchenlieder und Bibelsprüche. **Niethe.**

2. **Deutsch** 2 St. Leseübungen, Nacherzählen, Declamiren, orthographische Übungen, und wöchentlich eine häusliche Arbeit. **Niethe.**

3. **Lateinisch** 10 St. Bonnell's Übungsstücke zum Übersetzen aus dem Lateinischen mit dem Vocabularium 6 St. Grammatik: Repetition des Pensums von Sexta und die unregelmässigen Verba mit abweichenden Stammformen nach dem Elementarbuch von Blume 2 St. Mündliche und schriftliche Übungen im Übersetzen in das Lateinische 2 St. **Niethe.**

4. **Französisch** 3 St. Leseübungen und Übersetzen aus Hecker's Lesebuch Theil I. Grammatik bis zu dem unregelmässigen Zeitwort. **Wolff.**

5. **Geographie** 3 St. Die aussereuropäischen Erdtheile nach dem Leitfaden von Daniel. Kartenzeichnen. **Niethe.**

6. **Rechnen** 4 St. Gemeine und Decimalbrüche, Regula de tri, die Gesellschafts- Ketten- Zins- Rabatt- und Mischungs-Rechnung. Kopfrechnen. Jede Woche eine häusliche Arbeit. **Wolff.**

7. **Zeichnen** 2 St. Freies Handzeichnen nach Knorre's systematischer Zeichenschule, Zeichnen von Blumen und Landschaften nach Hermes'schen und Winckelmann'schen Vorlegeblättern. **Wolff.**

8. **Schreiben** 3 St. Schönschreiben nach eigener Anleitung und nach gestochenen Vorschriften. **Niethe.**

Sexta.

Ordinarius: Gymnasiallehrer Dr. Nasemann.

1. **Religion** 3 St. Biblische Geschichte des A. T. nach O. Schulz. Die drei ersten Hauptstücke des Lutherischen Katechismus; Bibelsprüche und Kirchenlieder aus den achtzig Kirchenliedern. **Märkel.**

2. **Deutsch** 2 St. Lesen, Nacherzählen (besonders vaterländischer Geschichten), Auswendiglernen von Gedichten nach Echtermeyer, orthographische Übungen. **Nasemann.**

3. **Lateinisch** 10 St. Grammatik nach Blume bis zum unregelmässigen Verbum, Bonnell's Lesebuch, Vocabellernen aus Bonnell's Vocabularium, schriftliche Übungen. **Nasemann.**

4. **Geographie** 3 St. Topik aller fünf Erdtheile, Orographie und Hydrographie, und das Wichtigste aus der politischen Geographie Europas nach dem Leitfaden von Daniel. **Boeger.**

5. **Rechnen** 4 St. Die vier Species in ganzen Zahlen und die Bruchrechnung bis zur Division, die einfache Regula de tri. Kopfrechnen. Jede Woche eine häusliche Arbeit. **Wolff.**

6. **Zeichnen** 2 St. Zeichnen gerader Linien und geradliniger Figuren sowie kleiner Landschaften und Blumen nach der Berliner Zeichenschule. **Wolff.**

7. Schreiben 3 St. Das kleine und das grosse deutsche und lateinische Alphabet nach eigener Anleitung, später Übungen nach gestochenen Vorschriften. Wolff.

Der Unterricht im Hebräischen wurde in Prima und Secunda in je zwei Stunden wöchentlich vom Prorector Dr. Maerkel ertheilt. In Secunda wurde die Etymologie nach Nägelsbach durchgenommen, und an leichten historischen Stücken eingeübt; in Prima wurden die historischen Bücher und leichtere Psalmen gelesen, und die Grammatik beendigt.

Der Gesangunterricht wurde in zwei Abtheilungen gegeben, von denen die erste aus Schülern der vier obersten Classen besteht. Jede Abtheilung hatte wöchentlich 2 St. In der ersten Abtheilung vierstimmige Lieder aus dem Liederkranz von Greef und Erk, vierstimmige Choräle und Motetten von Grell u. A.; in der zweiten das Wichtigste aus der Tonlehre und Rhythmik, dabei Leiter- und Treffübungen nach der Gesangschule von Schärtlich, einstimmige Choräle, zwei- und dreistimmige Lieder.

Turnen. Freiübungen nach Rothstein, Geräthübungen nach den Übungstafeln der Centralturnanstalt.

Die Themata zu den deutschen Aufsätzen waren in Prima: 1. Wodurch wird der Wille des Menschen mehr bestimmt, durch Lehre oder durch Beispiel? 2. Wesshalb wird die griechische Mythologie in unserer Poesie immer den Vorrang vor jeder anderen behaupten? 3. Vergleichung der Rede- und Dichtkunst. 4. Ode auf die Schlacht von la belle Alliance. 5. Gedankengang der ersten olynthischen Rede. 6. 'Man lebt nur einmal in der Welt' ein ebenso trefflicher als verwerflicher Ausspruch. 7. Über die Klopstocksche Ode: 'der Zürchersee.' 8. Warum wird Alexander von Macedonien 'der Grosse' genannt, und nicht sein Vater Philipp? 9. Welche Bedeutung hat der Krieg für die geschichtliche Entwickelung der Menschheit? 10. 'Ein schönes Ja, ein schönes Nein, nur geschwind, soll mir willkommen sein.' Eine Chrie. 11. 'Wie fruchtbar ist der kleinste Kreis, wenn man ihn wohl zu pflegen weiss.' 12. Die geschichtliche Bedeutung der Niederlande im 16. und 17. Jahrhundert. 13. Karthago und Lübeck, eine Parallele. 14. Zu welchen Betrachtungen veranlasst uns das Sprichwort: 'Undank ist der Welt Lohn'? 15. Über das Schillersche Gedicht: 'Die vier Weltalter.'

Die Themata zu den freien lateinischen Aufsätzen waren: 1. *Persarum regnum ut coeperit, creverit, conciderit.* 2. *De clarissimis tribus Graecorum legum latoribus.* 3. *Qui fiat ut raro reperiantur qui sorte sua contenti vivant.* 4. *Inter se conferantur tempestas ab Homero Odyss.* V. 291. *seqq. et a Vergilio Aen.* I. 81. *seqq. memorata.* 5. *Non omnia apud antiquos meliora, sed nostra quoque aetas multa magna et praeclara imitandaque posteris tulit.* 6. *Quod Numa Pompilius, auctore Livio* I. 20. 2., *plures putavit Romuli quam Numae similes reges fore, verene id sit auguratus.* 7. *De gradu temporis triplici.* 8. *Horatii carmina sex, quae in principio libri tertii collocata sunt, communi vinculo inter se contineri.* 9. *Quibus imaginibus Horatius impendentem omnibus moriendi necessitatem expresserit.* 10. *Utrum secundam ferre fortunam an adversam difficilius videatur.*

11. In der Classe *ex tempore: Quae civitates principatum obtinuerint Graeciae, et quo modo ad eum pervenerint.*

Die Themata zu den deutschen Aufsätzen waren in Secunda: 1. Charakteristik des Kaisers Augustus und seiner Zeit. 2. 'Das eben ist der Fluch der bösen That, dass sie fortzeugend immer Böses muss gebären.' 3. Der Morgen. (Schilderung.) 4. Über die Bedeutung des Schicksals und des Fluches in Schillers Braut von Messina. 5. Über die Bedeutung der Vorsylbe 'er' in deutschen Zeitwörtern. 6. Der Tischler in seiner Werkstatt. (Dialog.) 7. Wer verdient mehr den Beinamen des Grossen, der Kurfürst Friedrich Wilhelm oder der König Friedrich II.? 8. Vortheile und Nachtheile der Armuth für einen Jüngling. 9. 'Ans Vaterland ans theure schliess dich an, das halte fest mit deinem ganzen Herzen. Hier sind die starken Wurzeln deiner Kraft.' 10. Über die Nothwendigkeit für einen Jüngling das Beispiel Luthers und Melanchthons immer vor Augen zu haben. 11. Über die Bedeutnng der Vorsylbe 'an' in deutschen Zeitwörtern. 12. Charakteristik der Königin Elisabeth nach Schillers Maria Stuart. 13. Poesie und Jugend im Verhältniss zu einander.

Die Themata, welche den Abiturienten beim Examen zur Bearbeitung vorgelegt wurden, waren im Deutschen: 1. Kein Genuss ohne Arbeit. 2. Wer nicht vorwärts geht, geht zurück. Jenes zu Ostern, dieses zu Michaelis. — Im Lateinischen: 1. *De vita et rebus gestis Alexandri Magni.* 2. *Annum a. Chr. n. 146. populo Romano felicissimum, eundemque perniciosissimum fuisse.* Jenes zu Ostern, dieses zu Michaelis. — In der Mathematik wurden den Abiturienten folgende Aufgaben zur Lösung gegeben: Zu Ostern 1. Im Paralleltrapez sind die Quadrate der beiden Diagonalen gleich den Quadraten der nicht parallelen Seiten vermehrt um das doppelte Rechteck aus den Parallelen. Wie heisst der Satz für das Antiparallelogramm? 2. Kubikinhalt und Oberfläche desjenigen Körpers, welcher durch Drehung des Paralleltrapezes um eine der Parallelen entsteht, sind aus drei Seiten und einem Stücke der Grundlinie, welches durch die Höhe abgeschnitten wird, zu berechnen. Welche Gestalt hat der Körper? 3. Aus den parallelen Seiten und den an der einen anliegenden Winkeln eines Paralleltrapezes sind die übrigen Seiten und der Inhalt der Figur zu berechnen. Wie wird die Figur geometrisch construirt? 4. Ein Gemälde hat 5 Fuss Höhe und $4\frac{1}{2}$ Fuss Breite. Dasselbe soll mit einem Goldrahmen eingefasst werden, welcher überall dieselbe Breite haben und an Flächeninhalt 6 Quadratfuss weniger enthalten soll als die Fläche des Bildes. Wie breit muss der Rahmen sein? Wie viel laufende Fuss gehören dazu? Zu Michaelis: 1. Ein gegebenes Fünfeck soll von einer Winkelspitze aus in 6 gleiche Theile zerlegt werden. (Auflösung und Beweis.) 2. Eine abgestumpfte quadratische Pyramide aus Granit wiegt 227,76 Ctr., ihre Höhe beträgt 8 Fuss, die untere Kante 5 Fuss. Wie gross ist die obere Kante, wenn das specifische Gewicht des Granits 2,6 ist? Wie gross ist die schräge Kante? 3. Von dem Walle einer belagerten Festung aus sieht man zwei hinter einander aufgeworfene Batterieen. Die vordere erscheint unter dem Winkel $32^0\ 30'$, die hintere unter $71^0\ 15'$. Wenn nun der Wall sich 80 Fuss über die Ebene erhebt, wie weit sind die Batterieen von einander entfernt? 4. Die Orte A und B sind 159 Meilen von einander entfernt. Jemand geht von A aus und macht am ersten Tage 12, am zweiten $11\frac{1}{2}$, am dritten 11 Meilen und so fort. Eine andere Person geht von B aus 3 Tage später der ersten entgegen und macht am ersten Tage 4, am zweiten $4\frac{1}{3}$, am dritten $4\frac{2}{3}$ Meilen und so weiter. Wo und wann treffen sie zusammen?

Lehrbücher.

1. Religion: Otto Schulz, biblisches Lesebuch; Luther's kleiner Katechismus; Krummacher's Bibelkatechismus; Grundzüge der christlichen Religionslehre von Hülsmann; die 80 Kirchenlieder.

2. Für den deutschen Unterricht: Lange, Geschichten aus dem Herodot; Echtermeyer, Auswahl deutscher Gedichte für gelehrte Schulen.

3. Für den lateinischen Unterricht: Blume's Elementar-Grammatik; Bonnell's Übungsstücke und Vocabularium; Haacke's Aufgaben zum Übersetzen ins Lateinische Cursus 2; Seyffert's Übungsbuch für Secunda; Zumpt's lateinische Grammatik.

4. Für den griechischen Unterricht: Jacobs' Elementarbuch Theil 1; Buttmann's Schulgrammatik.

5. Für das Hebräische: Nägelsbach's Grammatik.

6. Für den französischen Unterricht: Hecker's französisches Lesebuch Theil 1; Knebel's Grammatik; Ploetz, Vocabulaire systématique.

7. Für Geschichte: Hirsch's Tabellen.

8. Für Geographie: Daniel's Leitfaden, Sydow's Atlas.

9. Für Mathematik: Legendre, Lehrbuch der Geometrie; Scheidemann's Rechenbücher.

10. Für Gesang: der Sängerhain von Greef und Erk, und Schärtlich's Gesangschule.

VI.
Öffentliche Prüfung.

Dinstag den 23. März Vormittags 8 Uhr:

Gesang I. (Choral.)

Secunda: Religion. Prorector Dr. Märkel.
Latein (Vergil). Der Director.

Quarta: Französisch. Oberlehrer Subrector Schulz.
Latein (Phaedrus). Professor Dr. Haupt.

Tertia: Mathematik. Oberlehrer Mathematicus Heyer.
Griechisch (Xenophon). Dr. Boeger.

Prima: Geschichte. Dr. Nasemann.
Hebräisch. Prorector Dr. Märkel.

Gesang II.

Nachmittags 2 Uhr:

Gesang III.

Septima: Geographie. Dr. Nasemann.

Sexta: Rechnen. Gymnasiallehrer Wolff.

Quinta: Biblische Geschichte. Oberlehrer Collaborator Niethe.

Reden der Abiturienten und die Erwiederungsrede im Namen der Zurückbleibenden.

Gesang IV. (Motette.)

Der Director entlässt die Abiturienten.

Gesang V. (Choral.)

Zu dieser Schulfeierlichkeit werden hiermit im Namen des Lehrer-Collegiums Ein Wohllöbliches Patronat und die Behörden der Stadt, die geehrten Eltern und Angehörigen unserer Zöglinge, sowie alle Gönner und Freunde des Gymnasiums, ehrerbietigst und ergebenst eingeladen.

Mittwoch den 24. März wird das Winterhalbjahr mit der Censur sämmtlicher Classen geschlossen.

Der neue Lehr-Cursus wird Donnerstag den 8. April Vormittags 8 Uhr mit einer gemeinschaftlichen Morgenandacht im grossen Hörsaale eröffnet.

Die Prüfung der neu aufzunehmenden einheimischen Schüler findet den 25. März Morgens 9 Uhr in dem Local von Prima Statt. Zu der Prüfung der auswärtigen werde ich am 6. und 7. April in meiner Wohnung bereit sein, auch über geeignete Pensionen Auskunft ertheilen. Zugleich bringe ich in Erinnerung, dass ohne die eingeholte Genehmigung des Directors von keinem Schüler eine Wohnung bezogen oder gewechselt werden darf.

Dr. Nauck,
Dir. Gymn.